

وزارت معارف

معینیت انکشاف نصاب تعلیمی، تربیهٔ معلم
و مرکز ساینس

ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی
و تألیف کتب درسی

رهنمای معلم ریاضی

صنف ۸





کتاب های درسی مربوط وزارت معارف بوده
خرید و فروش آن در بازار جداً ممنوع است.
با متخلفین برخورد قانونی صورت می گیرد.

۱۳۹۶ هـ.ش

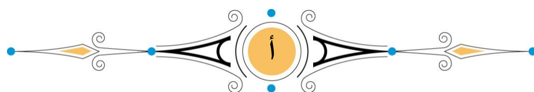


وزارت معارف
معینیت انکشاف نصاب تعلیمی و
تربیهٔ معلم
ریاست عمومی انکشاف نصاب تعلیمی
و تألیف کتب درسی

رهنمای معلم ریاضی

صنف هشتم

سال چاپ: ۱۳۹۶ هـ.ش



مؤلفان:

- **مهریه ناصر** عضو تیم پروژۀ تألیف کتب درسی وزارت معارف
- **پوهنمل طلاباز حبیب زی** عضو تیم پروژۀ تألیف کتب درسی وزارت معارف
- **سرمؤلف نظام الدین** عضو علمی ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی
- **مختار نوید** عضو علمی ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

ایدیت علمی و مسلکی:

پوهنیار عبید الله صافی عضو تیم پروژه تألیف کتب درسی وزارت معارف

ایدیت زبانی:

الحاج محمد عظیم صادقیار

کمیتۀ دینی، سیاسی و فرهنگی:

داکتر عطاء الله واحدیار مشاور ارشد وزارت معارف و رئیس نشرات.

محمد آصف کوچی عضو تیم پروژه تألیف کتب درسی وزارت معارف

حبیب الله راحل مشاور وزارت معارف در امور ریاست انکشاف نصاب تعلیمی و تالیف کتب درسی

سید محمود خلیق متخصص زبان و ادبیات دری

کمیتۀ نظارت:

دکتور اسدالله محقق معین نصاب، تربیه معلم و مرکز ساینس

دکتور شیر علی ظریفی مسؤول پروژه انکشاف نصاب تعلیمی

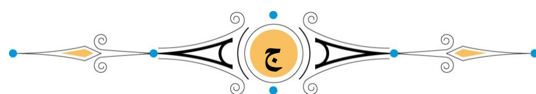
معاون سرمؤلف عبدالظاهر گلستانی رئیس عمومی انکشاف نصاب تعلیمی و تألیف کتب درسی

دیزاین:

- محمد اشرف امین



بسم الله الرحمن الرحيم





سرود ملی

دا وطن افغانستـــان دی   دا عزت د هـــر افغان دی

کور د سولې کور د تورې   هر بچی یې قهرمـــان دی

دا وطن د ټولو کـور دی   د بلوڅـــو د ازبکـــو

د پښتـــون او هزاره وو   د ترکمنـــو د تاجکـــو

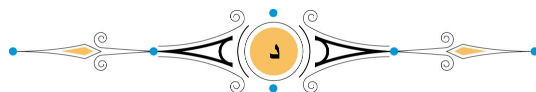
ورسره عرب، ګوجــر دي   پامیــریان، نورستانیـــان

براهوي دي، قزلباش دي   هم ایمـــاق، هم پشـه یان

دا هیـــواد به تل ځلیږي   لکــه لمــر پر شنه آسمان

په سینـــه کې د آسیـــا به   لکـــه زړه وي جـــاویدان

نوم د حق مودی رهبـــر   وایو الله اکبر وایو الله اکبر



بسم الله الرحمن الرحیم

پیام وزیر معارف،

استادان و معلمان محترم،

تعلیم و تربیه اساس توسعه و انکشاف هر کشور را تشکیل می دهد و نصاب تعلیمی یکی از عناصر بنیادی تعلیم و تربیه می باشد که مطابق انکشافات علمی و نیازمندی‌های جامعه وضع می گردد، واضح است که انکشافات علمی و ضرورت‌های جامعه همواره در حال تَطَوُر می‌باشد؛ بناءً لازم است نصاب تعلیمی نیز به صورت علمی و دقیق مطابق ایجابات عصر و زمان انکشاف نماید. البته نباید نصاب تعلیمی تابع تغییرات سیاسی، نظریات و تمایلات اشخاص گردد.

کتاب رهنمای معلم که امروز در دسترس شما قرار دارد بنابر همین مشخصات تهیه و ترتیب گردیده و با تکیه بر میتودهای جدید تدریس، فعالیت‌ها و مواد معلوماتی نیز در آن اضافه شده است که یقیناً برای فعال نگهداشتن شاگردان در عملیهٔ تدریس مفید و مؤثر می‌باشد.

امیدوارم محتویات این کتاب که با استفاده از روش های آموزش فعال تألیف و تدوین شده است، مورد استفادهٔ شما استادان عزیز قرار گیرد. با استفاده از فرصت از اولیای محترم شاگردان تقاضا بعمل می آید تا در تعلیم و تربیهٔ با کیفیت دختران و پسران خود همکاری متداوم نمایند، تا به این وسیله اهداف و آرزو های نظام معارف بر آورده گردد و نتایج و دست آوردهای خوبی برای نسل جوان و کشور ما داشته باشد.

استادان و معلمان گرانقدر ما در تطبیق مؤثر نصاب تعلیمی رسالت و مسؤولیت بزرگ دارند.

وزارت معارف همواره تلاش می نماید تا نصاب تعلیمی معارف مطابق اساسات و ارزشهای دین مبین اسلام، نیازمندی های جامعه و منافع ملی و وطندوستی با معیار های جدید علمی ساینس و تکنالوژی انکشاف نماید.

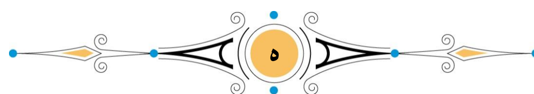
به منظور نیل به این مأمول بزرگ ملی از تمام شخصیت های علمی، دانشمندان تعلیم و تربیهٔ کشور و اولیای محترم شاگردان تمنا دارم، تا با ارائهٔ نظریات و پیشنهادات رهنمودی و سودمند خویش مؤلفان ما را در بهبودبخشی بیشتر از پیش تألیف کتب درسی و رهنماهای معلمان یاری نمایند.

از همهٔ دانشمندانی که در تهیه و ترتیب این کتاب سهم گرفته اند، و نیز از مؤسسات محترم ملی و بین المللی و سایر کشور های دوست که در تهیه و ترتیب نصاب تعلیمی جدید، طبع و توزیع کتب درسی و رهنماهای معلمان زمینه سازی و یا همکاری های مادی یا معنوی نموده اند صمیمانه اظهار امتنان و قدردانی نموده تداوم همکاری های شان را آرزو می نمایم.

و من الله التوفیق

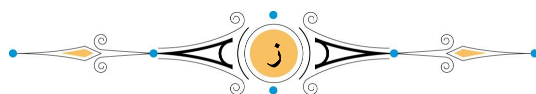
دکتور اسدالله حنیف بلخی

وزیر معارف جمهوری اسلامی افغانستان



فهرست عناوین





سخنی چند به معلم

معلم محترم !

کتاب رهنمای معلم ریاضی که به اساس روش آموزش فعال تألیف گردیده است صرف برای استفادۀ شما بوده به دسترس شاگردان نباید قرار داده شود.

معلم محترم! برای تدریس هرچه بهتر درس و آموزش شاگردان نکات زیر را مورد توجه قرار دهید:

۱ – به مجرد داخل شدن به صنف بعد از گفتن السلام وعلیکم و گرفتن جواب (علیکم السلام) از طرف شاگردان، به اجرای فعالیت های مقدماتی چون (احوالپرسی ، تنظیم صنف، گرفتن حاضری ، ملاحظه کارخانه گی و ارزیابی درس گذشته درصورت امکان با تامین ارتباط درس جدید با درس گذشته، به تدریس درس جدید اقدام نمایید. طوری که در مورد ورودی سؤال های مطرح کنید تا شاگردان تفکر نمایند و جواب بدهند ، درغیر آن خود به توضیح ورودی بپردازید.

۲ – مواد ممد درسی (مواد محیطی که در محیط شما پیدا می شود.) که در رهنما تذکر رفته اند از قبل تهیه وبه صنف بیاورید.

۳ – دراین رهنما میتود هایی به کار گرفته شده است که علاوه بر آنها میتواند از میتود های سود مندی که خود در طول تجربه وتدریس تان فراگرفته اید کار بگیرید.

۴ – دراین کتاب مراحل تدریس به شکل علمی آن درنظر گرفته شده است. اگر تطبیق آن مراحل، عملی شود به یقین که تدریس شما سود مند واقع می شود.

۵ – درموضوعی که تدریس مینمایید تاحد امکان سعی به عمل آمده است معلومات اضافی که درتدریس شما را کمک می نماید وهمچنان ازعهده حل سوالاتی که از طرف شاگردان درموضوع راجع می شود موفقانه بدر آیید، بنابرآن ضرور است تا قبل از تدریس موضوع،رهنمای آن موضوع را مطالعه نمایید.

۶ – یک ساعت ۴۵ دقیقه یی طوری تقسیمات گردیده است تا بتوانید در اوقات معینه تدریس را به پیش ببرید و اختتام بخشید ، اگر احیاناً در کدام درس نتوانید آن زمانبندی را عملی نمایید خود صلاحیت کم ویا زیاد کردن وقت را دارید ، طور مثال: اگر فعالیت جریان درس که درمدت ۲۸ دقیقه از طرف مؤلفان درنظر گرفته شده است از نظر شما مدت زیاد تری است می توانید آن را در مدت ۲۰ دقیقه درنظر گرفته انجام دهید و از ۸ دقیقه اضافی آن در اجرای متباقی فعالیت ها استفاده کنید و امثال آن.

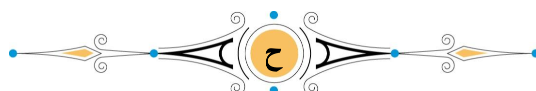
۷ – سهیم ساختن شاگردان در اجرای فعالیت از اولویت وظیفۀ شما درجریان تدریس می باشد که باید شاگردان را به اجرای فعالیت طور عادلانه سهم بدهید. صرف به اجرای فعالیت به وسیلۀ چند شاگرد لایق اکتفاء ننمایید.

۸ – تمرین ها باید درصنف باسهم گیری شاگردان کارشود.

۹ – درصورتی که تعداد سؤالها دریک تمرین زیاد باشد یکتعداد آن برای تحکیم درس با اشتراک فعال شاگردان درصنف حل شود ومتباقی به حیث کار خانه گی به شاگردان وظیفۀ داده شود.

۱۰ – در اخیر هر فصل تمرین مربوط فصل جا داده شده است، سعی شود تا نظر به مشکل بودن ویا آسان بودن سؤالها، سؤالهای تمرین فصل را در دوساعت ، سه ساعت ویا چهار ساعت درسی نظر به لزوم دید تان باسهم گیری شاگردان حل کنید.

ومن الله توفیق





فصل اول: اعداد حقیقی

1-1: مفهوم اعداد حقیقی

صفحهٔ کتاب (3)   وقت تدریس (2 ساعت درسی)

1– اهداف آموزشی – دانشی – مهارتی – ذهنیتی	- شاگردان مفهوم اعداد حقیقی را بدانند. – شاگردان ست اعداد ناطق و غیر ناطق را بشناسند و روی محور اعداد حقیقی به حیث ست کلی اعداد نشان داده بتوانند. – شاگردان از ارزش اعداد حقیقی به حیث ست کلی در حیات روزمره کار بگیرند.
2– روش های تدریس	سؤال وجواب، گروپی
3– مواد ممد درسی	بکس هندسی
4– توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی وسایر فعالیت های مقدماتی از شاگردان راجع به محور اعداد بپرسد: – کی روی محور اعداد، اعداد 1 , 2 , $\frac{1}{2}$, $\frac{-3}{4}$ و 1– را نشان می دهد، آیا تنها اعداد نسبتی محور اعداد را در برمی گیرد؟ – آیامی توانید عدد $\sqrt{2}$ را روی محور اعداد نشان دهید؟ ممکن شاگردان جواب دهند: که تنها اعداد نسبتی نمی تواند محوراعداد را پر کند. بلکه روی محور اعداد، اعداد دیگری هم است که اعداد نسبتی نیستند. کوشش شودکه مرحله به مرحله به اعداد غیر نسبتی نزدیک شوند.

5– فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم تا جدول اول فعالیت صفحهٔ 14 را انجام دهند و در وقت ضرورت با ایشان کمک کند.

اعداد	25	16	2	100	4	$\frac{9}{4}$
جذر مربع اعداد	5	4	☐	10	2	$\frac{3}{2}$

بعد از تکمیل جدول از یک تعداد شاگردان سؤال شودکه چرا جذر مربع عدد 2 دریافت نشده است، بعد ازاخذ جواب معلم بپرسد. آیا عددنسبتی یی (ناطق) وجود دارد که به نفس خود ضرب شودو ازحاصل ضرب آن عدد2 به دست آید؟ برای درک بهتر شاگردان جدول زیررا تکمیل کنید

جذر مربع اعداد	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
اعداد	1	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25

بپرسید که جذر مربع عدد 2 بین کدام دو عدد است؟ در صورت عدم در یافت جواب درست معلم می گوید اگر به جدول بالا دقت کنیم می بینیم که جذر مربع عدد 2 بین اعداد 1.4 و 1.5قرار دارد. برای دریافت قیمت دقیق $\sqrt{2}$ جدول زیر را بین خود تکمیل کنید:

جذر مربع اعداد	1.4	1.41	1.42	1.43
اعداد	1.96	1.9881	2.0164	2.0449

از جدول فوق دیده میشود.که هر قدر بین اعداد فاصله را کوچک کنیم بازهم نمیتوانیم عددی را دریافت نمایم که مربع آن 2 شود یعنی عددی اعشاری که مساوی به $\sqrt{2}$ شود، دریافت شده نمیتواند یا نقطه یی که $\sqrt{2}$ را بالای محور اعداد نشان دهد درست اعداد نسبتی شامل نیست.

پس به روی محور اعداد یک ست دیگری که به نام اعداد غیر نسبتی (غیر ناطق) قرار دارد. مانند $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $1+\sqrt{2}$, $1+\sqrt{3}$... به این ترتیب ایجاد محور های اعداد ناطق وغیر ناطق محور اعداد حقیقی را تشکیل می دهد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای این که شاگردان مفهوم اعداد غیر ناطق را خوبتر درک نمایند سؤال ها رابه شکل زیر مطرح نمایید.

- یک شاگرد دو عدد غیرنا طق را روی تخته بنویسد.
- یک شاگرد سه عدد ناطق را روی تخته بنویسد.
- یک شاگرد بگوید که در اعداد زیر کدام اعداد نسبتی و کدام آن ها غیر نسبتی اند.

$2+\sqrt{9}$, $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{10}$

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم صاحب مطمئن شود که شاگردان مفهوم اعداد حقیقی را دانسته اند یا نه سؤال های زیر از آنها پرسیده شود.

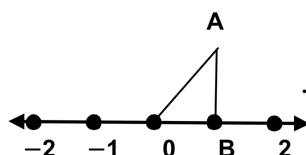
- کی مفهوم اعداد حقیقی را می داند؟ از یک شاگرد داوطلب تقاضا شود تا آنرا بیان کند.
- کی محور اعداد حقیقی را رسم نموده می تواند و بالای آن نقاط 5،5-، $\sqrt{3}$ ، $1+\sqrt{2}$ را نشان دهد.

معلم محترم درساعت دوم درسی موقعیت اعداد غیر ناطق را به شکل هندسی روی محور اعداد مشخص کنید.

8- معلومات اضافی برای معلم

اعدادی که نسبتی نباشند اعداد غیر ناطق اند و به Q' نشان داده میشوند. مجموعی اعداد ناطق و غیر ناطق اعداد حقیقی را تشکیل می دهند. که دارای سمبول IR بوده و به شکل $IR = Q \cup Q'$ ارائه میگردد.

اعداد $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ اعداد ناطق نیستند. هرگاه جذر اعداد فوق استخراج شود دیده می شود که کسر های اعشاری به دست می آیند. که ارقام بعد از علامه اعشاری در آنها ختم نمی پذیرد.



$\sqrt{3}$=1.7320... , $\sqrt{2}$ = 1.41421356... عدد پای نیز یک عدد ناطق شده نمی تواند.

π=3.1428...

یونانی ها فکر می کردند که طول هر قطعه خط به عدد نسبتی (ناطق) ارائه می شود، ولی با کشف قضیهٔ فیثاغورث قطعه خط هایی به وجود آمدند که طول آن ها را نمی توان به عدد ناطق نشان داد.بناً چهت وضاحت بیشتر به روی محور اعداد یک مثلث قایم الزاویه متساوی الساقین که طول هر ساق آن (1) واحد است در نظر می گیریم، سپس اندازهء وتر آن را به دست می آوریم: $OA^2 = OB^2 + AB^2 \Rightarrow OA^2 = 1+1 \Rightarrow OA = \sqrt{2}$

در ابتدا ریاضیدان ها فکر می کردند که $\sqrt{2}$ یک عدد نسبتی (ناطق) است، ولی بعد ثابت شد که این عدد غیر نسبتی (غیر ناطق) است.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- کدام یک از اعداد زیر غیرناطق اند؟

a- $\sqrt{16}$ عدد ناطق است. b- $-\sqrt{5}, -\sqrt{6}$ اعداد غیر ناطق اند

ز یراکه جذر اعداد مذکور بعد ازعلامهٔ اعشاری ادامه دارد و هم متوالی نمی باشد.

c- $\frac{2}{3}$ عدد ناطق است.

2- سه عدد ناطق و سه عدد غیر ناطق را بنویسید.

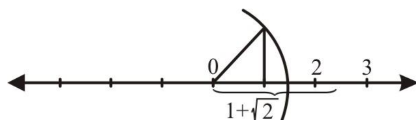
اعداد ناطق: $\frac{5}{4}$، $\sqrt{25}$ و $\frac{4}{3}$ اعداد غیر ناطق $\sqrt{11}, \sqrt{13}\sqrt{10}$

3- در بارهٔ $\sqrt{15}$ چی فکر می کنید، یک عدد ناطق است ویا غیر ناطق است؟

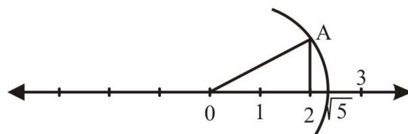
$\sqrt{15}$ یک عدد غیر ناطق است.

4- موقعیت اعداد $\sqrt{5}, \sqrt{2}+1$ را به روی محور اعداد مشخص کنید.

حل: اولاً موقعیت $\sqrt{2}$ رابه روی محور اعداد تعیین می کنیم بعد با عدد $\sqrt{2}$ یک واحد را جمع می کنیم موقعیت $1+\sqrt{2}$ بالای محور اعداد حقیقی تعیین می شود.



قاعدهٔ مثلث قایم الزاویه را دو واحد و ضلع قایم آن را یک واحد در نظر می گیریم به شعاع OA یک قوس رسم می کنیم که محور اعداد را در یک نقطه قطع کند، آن نقطهء تقاطع بامحور، $\sqrt{5}$ را بر روی محور اعدادنشان می دهد.



5- کدام یک از اعداد $\sqrt{4}+3$و $2\sqrt{2}+8$ ناطق و کدام یک آن غیر ناطق است؟

حل: $\sqrt{4}+3$ناطق است زیرا $\sqrt{4}$ یک عدد کامل است یعنی $\sqrt{4}=\pm 2$ بنابرآن $\sqrt{3}+\sqrt{4}$ ناطق و غیر ناطق است $2\sqrt{2}+8$ غیر ناطق است.

6- در مورداعداد $\sqrt{36}, \sqrt{31}, \sqrt{5}, \sqrt{144}$ چه فکر می کنید؟ ناطق اندو یا غیر ناطق؟ اعداد $\sqrt{36}$ و $\sqrt{144}$ اعداد ناطق اندزیراجذر های تام دارند. اما اعداد $\sqrt{31}$و $\sqrt{5}$ غیر ناطق اند.

$\sqrt{2}+\sqrt{5}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\times(\sqrt{3}+\sqrt{5})=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})+(\sqrt{2}\times\sqrt{5})$

$\sqrt{2}+(\sqrt{3}+\sqrt{5})=(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}$

?

2-1: خواص اعداد حقیقی

صفحۀ کتاب درسی: (7) **وقت تدریس: (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی – دانشی – مهارتی – ذهنیتی	- شاگردان خاصیت تبدیلی، اتحادی در عملیه جمع و خاصیت توزیعی ضرب را بالای عملیه جمع دراعداد حقیقی بدانند. - شاگر دان مفهوم هر خاصیت را در ست اعداد حقیقی تطبیق کرده بتوانند. - شاگردان بااستفاده از خواص اعداد حقیقی در اجرای عملیه ها احساس خوشی نمایند .
2- روشهای تدریس	سؤال و جواب، انفرادی، گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی (اجرای فعا لیت های مقدماتی)به توضیح شکل ورودی می پردازد طوریکه: درمورد خواص اعداد از شاگردان سؤال های زیرا می پرسد. شاگردان می پرسد: $8+9=9+8 \quad , \quad 5(7+6)=5\times 7+5\times 6$ شما خواص تبدیلی، اتحادی و توزیعی را در ست اعداد تام خوانده اید. آیا خاصیت های فوق در ست اعداد حقیقی صدق می کند؟ شاگردان به نوبت جواب می گویند و فعالیت به انجام می رسد. - آیا خواص فوق در اعداد ناطق هم مطابقت دارد و یا خیر؟ در صورتی که شاگردان چیزی نگویند یا اشتباه کنند استاد معلومات بدهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! یک شاگرد را به مقابل تخته بخواهید که از روی کتاب قیمت های تقریبی $\sqrt{5}$ و $\sqrt{3},\sqrt{2}$ را به روی تخته بنویسد. بعد شاگردان را به نوبت بخواهید قیمت های تقریبی افاده های صفحۀ 7 کتاب را به قسم جداگانه حساب و باز مقایسه کنند. کوشش کنید که بعد از مقایسه نتیجه توسط شاگردان گفته شود. اگر گفته نتوانستند شما با مثال های مشابه توضیح کنید.همچنان سوال اخیر صفحۀ 7 کتاب درسی را برای شا گردان توضیح کنید. به همین قسم شاگردان به گروپ های تقسیم شده فعالیت صفحۀ 8 کتاب درسی رابا مشورت همدیگر با استفاده از شکل انجام دهند. در ختم فعالیت از نمایندهءیک گروپ بخواهید تا فعا لیتی را که انجام داده اند به دیگران توضیح نمایند. بعد مثال اول صفحۀ 8 کتاب توسط یک شاگرد روی تخته حل شود در اخیر یک بار دیگر نتیجه را توسط فارمول عمومی مانند $a+b=b+a$ خاصیت تبدیلی $a(b+c)=(a\times b)+(a\times c)$ خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع به شاگردان توضیح کنید. و باز توسط شاگردان تکرار کنید و مثال ها بالای آن ها کار کنید.

به همین ترتیب شکل های فعالیت صفحهٔ 9 کتاب بالای تخته رسم کنید یک بار از روی قیمت های عددی حجم را دریافت و بعداً از روی شکل حجم را دریافت تا اینکه خاصیت اتحادی ضرب به بسیار خوبی در آن روشن شود و مثال را توسط شاگردان حل کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال صفحهٔ 9 کتاب را توسط شاگردان حل کنید. تا این که بتوانند خاصیت مربوط را بالای آن تطبیق کنند.

7- ارزیابی ختم درس (5) دقیقه

در اخیر درس از شاگردان مشابه به سؤال های فوق چند سؤال بپرسید و خود را مطمئن سازید که آیا شاگردان از روی مفهوم درس سؤال ها را حل کرده می توانند یا نه؟

$$\sqrt{25}+\sqrt{24}=\square+\sqrt{25}$$

$$\sqrt{6}\times\left(\sqrt{11}+\sqrt{13}\right)=?$$

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم برای کسب معلومات بهتر، خاصیت های اعداد تام، طبیعی و نسبتی را به شکل مختصر مطالعه کنید.

9- جواب به سؤال های تمرین

توزیعی پذیری ضرب بالای عملیه جمع $a)\ \sqrt{5}(2+3)=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$

تبدیلی درعملیهٔ جمع $\text{b)}\ \sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+\sqrt{5}$

اتحادی در عملیهٔ ضرب $\text{c)}\ \sqrt{3}\left(\sqrt{2}\times\sqrt{3}\right)=\left(\sqrt{3}\times\sqrt{2}\right)\times\sqrt{3}$

تبدیلی درعملیهٔ ضرب $d)\ \sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

اتحادی در عملیهٔ جمع $e)\ \sqrt{3}+\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)+\sqrt{2}$

$\sqrt{125} = ?$

$\sqrt[3]{8} = ?$

3 – 1 طریقهٔ عمومی استخراج جذر مربع تقریبی

صفحهٔ کتاب درسی (11)　　　وقت تدریس(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان جذر مربع تقریبی و قسمت های اعشاری را بدانند. - شاگردان جذر مربع تقریبی یک عدد را دریافت کرده بتوانند. - شاگردن ازجذر مربع تقریبی در وقت ضرورت کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم: بعد از سلام و احوالپرسی از شاگردان سؤال کند که: -آیا شما جذر مربع یک عدد را که جذر تام دارد، به طریقهٔ تجزیه یا کدام طریق دیگر دریافت کرده می توانید؟ - آیا $\sqrt{125}$ چه قسم جذر مربع دارد، یا $\sqrt[3]{8}$ را چه قسم پیدا کرده می توانید؟ قسمی که $\sqrt{125}$ جذر مربع تام ندارد وارقام زیاد هم دارد پس برای دریافت ارقام تام و اعشاری توسط جذرمربع، به نام جذر تقریبی یاد می شود و جذر سوم را شما تنها به قسم تجزیه دریافت کرده می توانید؛ مانند $\sqrt[3]{27}$ آیاعلاوه بر تجزیه کدام طریقهٔ دیگربرای دریافت $\sqrt[3]{27}$ وجود دارد؟ نه خیر تنها به طریقه تجزیه $\sqrt[3]{27}$ دریافت شده می تواند.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

استاد محترم یک شاگرد را به مقابل تخته بخواهید مثال اول صفحه 11 کتاب را روی تخته حل و طریقه را بیان کند، در صورت مشکلات کمک شان کنید. به همین قسم توسط یک شاگرد دیگر مثال 2 صفحهٔ 12 کتاب را حل کنید. توجه کنید شاگردان برای دریافت جذرمربع رقم ها را به قسم صحیح جدا کنند و از طریقه جذرگرفتن به قسم صحیح کار گرفته ویا نه، در صورت مشکلات معلم کمک و رهنمایی کند. به همین قسم یک شاگرد را پیشروی تخته بخواهید که فعالیت همین صفحه را روی تخته انجام بدهد و جدول را تکمیل کند از روی جدول مرتبه بگوید که بین ارقام اعشاری و جذر مربع عدد چه قسم رابطه وجود دارد. اگر شاگرد جواب درست بگوید تشویق کنید، علاوه بر آن از تکمیل جدول بالا این طور نتیجه به دست می آید که: تعدادارقام اعشاری جذر مربع قسمت اعشاری نصف رقم های قسمت اعشاری عددی ا ست که جذر مربع آن مطلو ب است .اگر چه به طریقهٔ عمومی می توان به تقریب یک خانه رقم اعشاری رادریافت کرد اگر به تقریب دو خانه اعشار باشد پیش روی عدد تحت جذر 4 صفر می گذاریم. برای وضاحت بیشتر مثال های 3 و 4 صفحه 13 کتاب توسط شاگردان روی تخته حل شود. شاگردان دیگر نیز سهم داده شوند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم و وضاحت بهتر درس مثال های صفحه 13 بالای شاگردان به نوبت کار شود. و شاگردان کوشش کنند که مفهوم درس را بگویند و مطلب را بیان کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

در اخیر درس برای اینکه اطمینان حاصل کنید که آیا شاگردان مفهوم درس را فهمیده اند یا نه چند سؤال را طرح کنید. مثلا: شاگردان $\sqrt{3559}$ و $\sqrt{162}$ را دریافت کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

جهت ازدیاد معلومات معلم محترم قاعدهٔ عمومی استخراج جذر مربع را در نظر بگیرید:

اولاً عدد مورد نظر را در تحت علامهٔ جذر نوشته، سپس در طرف چپ آن خط قایمی ترسیم کند. عدد مفروض را از سمت راست دو دو رقم جدا کند و جذر قسمت چپ را ممکن یک رقمی یا دو رقمی باشد به دست بیاورید و باقی عدد را دو، دو رقم در سمت راست باقیمانده پایین می نماییم و عملیهٔ جذر گرفتن را پیش می بریم.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- جذر مربع اعداد زیر را تا یک رقم بعد از اعشار محاسبه کنید.

حل: چون تا یک رقم اعشار جذر مربع اعداد را دریافت می کنیم، پس پیشروی عدد تحت جذر دو صفر قرار می دهیم.

(a

	28.5
2	81400
	4
48	414
	384
565	3000
	2825
	175

b)

	8.6
8	7400
	64
166	1000
	996
	4

c)

	20.6
2	42700
	4
406	2700
	2436
	264

$\sqrt{427}-20.6$, $\sqrt{74}-8.6$, $\sqrt{814}-28.5$

سؤال دوم: جذر مربع اعداد زیر را تا دو رقم بعد از اعشار محاسبه کنید.

حل: چون برای دریافت جذر مربع اعداد دو رقم اعشاری است. پس در مقابل عدد تحت جذر چهار صفر (0000) قرار می دهیم.

a-

	307.80
3	947520000 9
607	4752 4249
6148	50300 49184
61564	111600

$\sqrt{94752} \approx 307.81$

b–

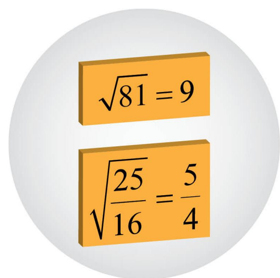
	70.98
7	50390000 49
1409	13900 12681
14188	121900 113504
	8396

$\sqrt{5039} \approx 70.98$

c-

	20.44
2	4180000 4
404	1800 1616
4084	18400 16336
	2064

$\sqrt{418} \approx 20.44$



4-1: دریافت جذر مربع تقریبی اعداد به طریق اوسط

صفحهٔ کتاب درسی (15) **وقت تدریس(1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان دریافت جذر مربع اعداد را به طریقهٔ اوسط بدانند. - شاگردان جذر مربع یک عدد را به طریقهٔ اوسط دریافت کرده بتوانند. - شاگردان در وقت ضرورت جذر مربع تقریبی اعداد را به طریقهٔ اوسط حساب و از آن استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، کار انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام و احوالپرسی، نکات مهم درس گذشته را ارزیابی و بعد سؤال ورودی را از شاگردان بپرسید. -یک شاگرد بگوید $\sqrt{81}$ که در شروع درس به مشاهده می رسد چند است؟ - به همین ترتیب یک شاگرد بگوید. جذر مربع $\sqrt{\frac{25}{16}}$ چند می شود؟ - شما جذر مربع عدد تقریبی را به صورت عمومی خواندید و یاد گرفتید آیا کدام طریقه دیگر وجود دارد یا نه؟ شما می دانید که هر عدد به نفس خود ضرب شود حاصل ضرب به دست آمده به نام مربع عدد اول یاد می شود. جذر مربع تمام اعداد مثبت به شکل کسری یا نسبتی نشان داده نمی توانیم مانند $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ حالا جذر مربع تقریبی یک عددرا به طریقهٔ دیگر که به نام طریقهٔ اوسط یاد می شود با اجرای فعالیت زیر دریافت می کنیم.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

ورودی فوق برای توضیح درس انگیزهٔ خوب شده می تواند. قیمت وسطی چه معنا دارد؟

اگر شاگردان جواب بگویند. خوب است در غیر آن معلم محترم جواب بگوید. اگر دو عدد اختیاری را جمع کنیم و حاصل جمع را به 2 تقسیم نمایم حاصل تقسیم آن عدد عبارت از قیمت وسطی (مابینی) عدد های مذکور می باشد.

سؤال کنید عدد 5 بین مربع کدام دو عدد قرار دارد.شاید بعضی شاگردان جواب بگویند اگر مشکلات داشتند برای شان بگویید که عدد 5 بین 2^2 و 3^2 قرار دارد پس $\sqrt{5}$ بین اعداد 3 و 2 قرار دارد.

از نگاه ریاضی این طور نوشته می شود $2^2<5<3^2$ یا $2<\sqrt{5}<3$

یک شاگرد به تخته خواسته شود که به روی تخته قیمت وسطی 2 و 3 را دریافت کند. شاگرد این طور کار می کند.

$$\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}=2.5$$

شاگرد دیگر را بخواهید که 2.5 را مربع کند مربع آن را با عدد 5 مقایسه کند.

از شاگردان پرسان کنید آیا گفته می توانید که عدد 5 بین مربع کدام دو عدد واقع است؟

اگر شاگردان مشکلات داشتند شما بگویید که عدد 5 بین 6.25 و 4 قراردارد. حالا بگویید که $\sqrt{5}$ بین کدام دو عدد قراردارد. شاگردان جواب میدهند که بین 2 و 2.5 است . یک شاگرد را به تخته بخواهید که قیمت وسطی عدد 2 و 2.5 را روی تخته دریافت کند شاگرد این طور کار می کند:

$$\frac{2+2.5}{2}=\frac{4.5}{2}=2.25$$

عدد	مربع
2	4
2.5	6.25
3	9

8 - تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس، مثال صفحهٔ 16 کتاب را روی تخته نوشته و از شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود به قسم انفرادی حل کنند و بعد یک شاگرد به روی تخته آن را حل کند، معلم محترم در صورت ضرورت کمک میکند. شاگردان دیگر کار خود را با حل تخته مقایسه می کنند.

7- ارزیابی ختم درس

● معلم محترم برای اینکه از درس خود مطمئن شود که شاگردان درس را یاد گرفته اند. سؤالات زیر را از شاگردان بپرسد:

● از یک شاگرد بخواهد تا مفهوم قیمت وسطی را بگوید؟

● کی $\sqrt{11}$ را به طریقه قیمت وسطی دریافتمی کند؟

8- معلومات اضافی برای معلم

به طریق دیگر هم می توان جذر تقریبی را به دست آورد.

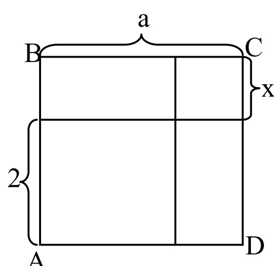
به طور مثال جذر تقریبی $\sqrt{5}$ رابه ست آورد. فرض می کنیم $\sqrt{5}$ مساحت یک مربع است و طول ضلع این مربع را بدست می آوریم. اگر طول یک ضلع این مربع a باشد. پس $a^2=5 \Rightarrow a=\sqrt{5}$

جذر تقریبی $\sqrt{5}=?$ شکل را در نظر می گیریم مربع به ضلع a است می دانیم $4=2^2$ و $9=3^2$ عدد 5 بین دو جذر 4 و 9 قرار دارد پس 9 بین 3 و 4 قرار دارد یعنی $a=2,...$

از نقطهٔ A روی ضلع AB و AD به اندازهٔ 2 واحد جدا می کنیم و خط های موازی به ضلع BC و CD رسم می کنیم مربع په چند قسمت تقسیم می شود یکی مربع بزرگ که مساحت آن 4 و دیگری مربع کوچک که طول اضلاع آن را x می نامیم مساحت مر بعی که طول یک ضلع آن $\sqrt{5}$ باشد عبارت است از:

$$5=4+2x+2x+x^2$$

$$5=4+4x+x^2$$



از مربع به ضلع x صرف نظر می کنیم به خاطر این که جواب $\sqrt{5}$ تقریبی است.

پس می توان نوشت:

$$5-4=4x \Rightarrow 1=4x \Rightarrow x=\frac{1}{4}=0.25$$

$$a=2+0.25=2.25$$

$$a=2.025$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- صحت هر یک از غیر مساوی های زیر را نشان دهید:

a) $3 < \sqrt{12} < 4$

حل: می دانیم که عدد 12 بین دو عدد که جذر مربع آن عدد تام است. یعنی $\sqrt{16} = 4$ $3 = \sqrt{9}$ قرار دارد؛ یعنی:
عدد 12 بین 16 و 9 قرار دارد

b) $7.1 < \sqrt{15} < 7.2$

حل: چون عدد 15 بین 16 و 9 قرار دارد. پس $\sqrt{15}$ بین 4 و 3 قرار دارد. بنابر آن رابطه فوق درست نیست.

2- با استفاده از روش قیمت وسطی جذر مربع تقریبی اعداد زیر را محاسبه کنید.

a) 21   b) 12   c) 7

حل: جزء a) عدد 21 بین 4^2 و 5^2 قرار دارد. $16 < 21 < 25$

$$4 < \sqrt{21} < 5$$

جدول زیر را تکمیل کنید.

عدد	مربع
2	4
2.25	5.0625
2.5	6.25

از روی جدول فوق بگویید مربع کدام عدد به 5 نزدیک است اگر شاگردان جواب گویند خوب است. اگر نگفتند شما بگویید. از جدول دیده می شود که مربع عدد 2.25 به عدد 5 نزدیک است. گفته می شود که $\sqrt{5} \approx 2{,}25$ است. اگر به همین ترتیب دوام داده شود هنوز هم به $\sqrt{5}$ نزدیک می شود. قیمت وسطی بین 4 و 5 را دریافت می کنیم:

$$\frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

قسمی که $(4.5)^2 = 20.25$ می شود. پس جدول زیر را این طور تکمیل می کنیم

عدد	مربع
4	16
4.5	20.25
5	25

باز هم دیده می شود که $20.25 < 21 < 25$ است پس $4.5 < \sqrt{21} < 5$ می شود برای دریافت قیمت دقیق قیمت وسطی 5 و 4.5 را به دست میآوریم. $\frac{4.5+5}{2} = \frac{9.5}{2} = 4.75$

عدد	مربع
4.5	20.25
4.75	22.56
5	25

از جدول قبلی دیده می شود که $\sqrt{21} \approx 4.75$، شاگردان می توانند که مرحله دیگر را حل کنند .

حل جزءb: قبلاً ما دیدیم که عدد 12 بین 3^2 و 4^2 قرار دارد.

یعنی $4^2 > 12 > 3^2$ویا $16 > 12 > 9$است، پس $4 > \sqrt{12} > 3$ است. حالا به قسم درس گذشته قیمت وسطی عدد ها را دریافت می کنیم $\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ قسمیکه $(3.5)^2 = 12.25$می شود. پس: $12.25 > 12 > 9$ است، یا $3.5 > \sqrt{12} > 3$ می شود.

$$\frac{3+3.5}{2} = \frac{6.5}{2} = 3.25$$

گفته می توانیم که: $\sqrt{21} \approx 4.75$

حل جزءC**:** قسمیکه عدد 7 بین 3^2 و 2^2 واقع است.

یعنی $3^2 > 7 > 2^2$ یا $9 > 7 > 4$ است، پس: $3 > \sqrt{7} > 2$ می شود.

حالا قیمت وسطی را به دست می آوریم: $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$

مربع	عدد
4	2
6.25	2.5
9	3

قسمیکه $(2.5)^2 = 6.25$ می شود پس می توان نوشت: $2.5 < \sqrt{7} < 3$

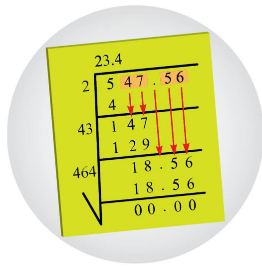
حالا قیمت وسطی 3 و 2.5 را دریافت می کنیم

$$\frac{2.5+3}{2} = \frac{5.5}{2} = 2.75$$

حالا جدول را تکمیل می کنیم

مربع	عدد
6.25	2.5
7.5625	2.75
9	3

از روی جدول فوق گفته می شود $\sqrt{7} \approx 2.75$است.



5 – 1: جذر مربع اعداد اعشاریه دار

صفحهٔ کتاب درسی (17) **وقت تدریسی (1 ساعت درسی)**

1– اهداف آموزشی **– دانشی** **– مهارتی** **– ذهنیتی**	– شاگردان یا ید طریق گرفتن جذر مربع اعداد اعشاریه دار را بدانند. – شاگردان جذر مربع اعداد اعشاریه دار را پیدا کرده بتوانند. و بعد از دریافت جذر مربع آن را امتحان کنند. – شاگردان ارزش و اهمیت جذر مربع اعداد اعشاریه دار را درک و در وقت ضرورت استفاده کنند.
2– روش های تدریس	سؤال وجواب،کارانفرادی، تشریحی
3– مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4– توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم بعد از سلام و احوالپرسی و انجام سایر فعا لیت های مقدماتی ضروری درس گذاشته را ارزیابی کند.بگوید شما می دانید که در وقت جذر گرفتن از طرف راست دو دو خانه جدا می کنیم. آیا گفته می توانید که ارقام اعشاری را چه طور جدا می کنید؟ اگر شاگردان جواب گویند خوب، در غیر آن شما بگویید. قسمت صحیح را از راست به چپ و قسمت اعشاری آن را بر عکس از چپ به راست دو دو خانه جدا می کنیم. باز از شاگردان بپرسید اگر یک عدد را مربع کنیم تعداد ارقام اعشاری جفت است یا تاق سؤال کنید. اگر تعداد ارقام اعشاری تاق باشد. برای جدا کردن ارقام اعشاری چه باید کرد اگر شاگردان مشکلات داشتند شما جواب دهید.

5– فعالیت جریان درس (28) دقیقه

یک شاگرد را به تخته می خواهید که مثال صفحهٔ 17 را به روی تخته حل کند و توجه به آن کنید که ارقام صحیح و اعشاری را چطور جدا می کند اگرشاگرد اشتباه کرد معلم کمک و رهنمایی کند. که چطور $\sqrt{547.56}$ را دریافت می کند. چرا جذر مربع ارقام اعشاری تنها یک رقم دارد؟ به همین ترتیب از شاگردان سؤال کنید عدد 381.291 چند رقم اعشاری دارد؟ برای دریافت جذر مربع در قدم اول باید چه کرد؟

آیا برای دریافت جذر مربع قبلاً فکر کرده بودید که جذر مربع این عدد چند رقم اعشاری دارد؟

به فعالیت این درس حل دو سؤال (a)و(b) داده شده از شاگردان سؤال کنید کدام یک صحیح است و کدام غلط حل شده است. شرایط درست بودن عمل تقسیم را شرح دهید.

برای آن مثال بگویید به خاطر امتحان عملیه تقسیم مقسوم علیه را ضرب خارج قسمت وجمع باقیمانده می کنیم اگر مقسوم به دست آمد عملیه صحیح انجام داده شده و در غیر آن اشتباه است.

از روی این گفتار جزء a درست، اما جزء b اشتباه است.

استاد محترم سؤال کنید. چطور می توان اطمینان حاصل کرد که عملیهء جذر گرفتن درست است یا نه؟

شاید شاگردان جواب های مختلف بگویند. اگر مشکلات داشته باشند به قسم کوتاه روی تخته تشریح کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس نکات مهم درس توسط شاگردان بیان و به ارتباط آن مانند مثال های حل شده سؤال هایی مانند عدد 780.81 را روی تخته نوشته تا شاگردان به کتابچه های خود حل کنند. به صورت دقیق توجه داشته باشید که اشتباهات را خود شان اصلاح کنند

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه اطمینان حاصل کنید که شاگردان درس را یاد گرفته اند یا نه از شاگردان سؤالات زیر پرسان شود:

- یک شاگرد مفهوم جذر مربع اعداد اعشاریه دار را بگوید.
- یک شاگردجذر مربع عدد 132.24 را دریافت و امتحان کند.

به همین ترتیب در صورت امکان سؤالات دیگر از شاگردان پرسیده شود.

9- جواب به سؤال های تمرین

جذر مربع اعداد زیر را دریافت نموده و امتحان کنید.

جزء a) $\sqrt{780.81} = ?$

	27.9
2	7<u>80</u>.<u>81</u>
	4
47	380
	329
549	5181
	4941
	2.40

امتحان: ما میدانیم برای امتحان عملیه تقسیم دو شرط مهم است.

شرط اول: $(27.9)^2 + 2.40 = 778.41 + 2\cdot 40 = 780.81$

شرط دوم: باید 1+ دو چند جذر مربع عددزیادتر از باقیمانده (2.40) شود

$2.40 < 2\cdot(27.9)+1$

$2.40 < 55.8+1$

$2.40 < 56.8$

چون هر دو شرط درست است پس حل سؤال درست است.

جزء b: $\sqrt{6721} = ?$

	81
8	<u>67</u> <u>21</u>
	64
161	321
	161
	160

امتحان

حل شرط اول:

$$(81)^2+160=$$
$$6561+160=6721$$

شرط دوم:

$$160<2\cdot 81+1$$
$$160<162+1\Rightarrow 160<163$$

چون هر دو شرط صدق می کند، پس حل سؤال درست است .

جزءC: $\sqrt{973}=?$

	31
3	973
	9
61	73
	61
	12

امتحان:

شروط اول:

$$(31)^2+12=973$$
$$961+12=973$$
$$973=973$$

شروط دوم:

$$12<2\cdot 31+1=12<62+1\Rightarrow 12<63$$

چون شرط اول و دوم صدق می کند، پس حل سؤال درست است.

جزءd: $\sqrt{692.9160}=?$

	26.32
2	692.9160
	4
46	292
	276
523	1691
	1569
5262	12260
	10524
	1736

$$\sqrt{692.9160}\approx 26.32$$

امتحان: $(26.32)^2+1736=692.9160$

شرط اول: $692.742+0.1736=692.9160$

شرط دوم:

$$0.1736<2\cdot 26{,}632+1$$
$$0.1736<52.64+1\Rightarrow 0.1736<53.64$$

$$2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-\sqrt{3}=?$$

$$x\sqrt[n]{a}+y\sqrt[n]{a}=?$$

6-1: جمع و تفریق اعداد جذر دار

صفحهٔ کتاب درسی (19) **وقت تدریس(1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان جمع و تفریق اعداد جذر دار را بدانند.
- مهارتی	- شا گردان اعداد جذر دار را جمع و تفریق کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان در حیات روزمره به ارتباط مسائل ریاضی از آن استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی کوتاه از درس گذشته سؤال ورودی را روی تخته نوشته $3a-2a=?$ $3a+2a=?$ راباهم جمع و تفریق می توان کردءزیرا دارای حدود مشابه اند. -آیا اعداد جذر دار را با هم جمع و تفریق کرده می توانید؟ $2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-\sqrt{3}=?$ $2\sqrt{13}+3\sqrt{13}$ بلی، زیرا: $\sqrt{3}-$ و $2\sqrt{3}$دوحد مشابه بوده در نتیجهٔ عملیه می توان نوشت: $2\sqrt{3}-\sqrt{3}+4\sqrt{2}=\sqrt{3}(2-1)+4\sqrt{2}=\sqrt{3}+4\sqrt{2}$ و همچنان در افاده $2\sqrt{13}+3\sqrt{13}$ چون حدود مشابه دارند می توان به ساده گی آنرا جمع کرد: $2\sqrt{13}+3\sqrt{13}=\sqrt{13}(2+3)=5\sqrt{13}$

5- فعالیت جریان درس:(28) دقیقه

از شاگردان پرسان کنید. شما از قبل حدود مشابه را می شناسید. شاید شاگردان جواب آن را گویند. از یک شاگرد خواهش کنید که چند حد مشابه را روی تخته بنویسد.

آیا گفته می توانید که حدود مشابه شان چه قسم است؟ اگر شاگردان جواب بگویند خوب است شما هم علاوه بر آن بگویید.

آن حدودی که درجه جذرشان با مجذور های شان عین چیز باشد حدود مشابه گفته می شود باز سؤال کنید آیا $\sqrt{10}$ و $\sqrt{5}$ جذر های مشابه اند، از روی تشریحات فوق باید گفته شود که درجهٔ جذر مساوی؛ اما عدد تحت جذر مساوی نیستند از این سبب مشابه نیستند. قاعدهٔ عمومی جمع و تفریق را شاگردان تشریح می کنند.

$$x\sqrt[n]{a}\pm y\sqrt[n]{a}=(x\pm y)\sqrt[n]{a}$$

بدین قسمت معلومات مکمل داده و بامثال های مختلف تشریح کنید.

شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم کنید که در هر گروپ با مشورت همدیگر قیمت های افاده $\sqrt{9}+\sqrt{16}$ و $\sqrt{9+16}$ را به دست آورده یکی را با دیگر مقایسه کنند.

بعد نمایندهٔ هر گروپ نتیجه به دست آمده را برای دیگران تشریح کنند. به همین ترتیب در گروپ های تعیین شده قیمت افاده های $\sqrt{100-36}$ و $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ را به دست آورده و مقایسه کند. بعد از آن به قسم عمومی برای تمام اعداد حقیقی افادهٔ زیر را تشریح کنید.

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b} \qquad , \qquad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

6 - تحکیم درس: (7) دقیقه

جهت استحکام درس بعدا از انجام فعالیت مثال های مربوط درس را معلم روی تخته نوشته و شاگردان در کتابچه های خود حل کنند. بعد یک شاگرد به روی تخته حل و شاگردان دیگر حل خود را با حل تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم از درس خود مطمئن شود برای ارزیابی از شاگردان سؤالات مختلف را طرح کند مانند:

$$5\sqrt[3]{8}+2=?$$

$$5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{3}=?$$

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم! بعضی وقت این طور جذر های دیده می شود که دارای حدود با هم مشابه نیستند که در اثر انجام بعضی عملیه ها آن ها به حدودمشابه تبدیل می شوند؛ مانند: $\sqrt{75}-\sqrt{3}-\sqrt{12}$

حل: این افاده سه حد دارد که عدد های تحت جذر مختلف اند عملیهٔ فوق را طور زیر انجام می دهیم:

$$\sqrt{25\cdot 3}-\sqrt{3}-\sqrt{4\cdot 3}$$
$$=\sqrt{25}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{4}.\sqrt{3}=5\sqrt{3}-\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$
$$=(5-1-2)\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

مثال دوم:

$$2\sqrt{63}-\sqrt{28}=2\sqrt{9\cdot 7}-\sqrt{4\cdot 7}$$
$$=2\sqrt{9}\cdot\sqrt{7}-\sqrt{4}\cdot\sqrt{7}=2\cdot 3\sqrt{7}-2\sqrt{7}=6\sqrt{7}-2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- حاصل جمع و حاصل تفریق اعداد جذر دار زیرا را بدست آرید:

$a)\quad 5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-9\sqrt{2}=(5+3-9)\sqrt{2}=(8-9)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

$b)\quad \sqrt{50}-3\sqrt{50}=(1-3)\sqrt{50}=-2\sqrt{50}=-2\sqrt{25\cdot 2}=-10\sqrt{2}$

$c)\quad \sqrt{81}-\sqrt[3]{-27}=\sqrt{9^2}-\sqrt[3]{(-3)^3}=9+3=12$

$d)\quad \sqrt{5}\cdot\sqrt{36}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{36}=\sqrt{5}\cdot 6+\sqrt{5}\cdot 6=12\sqrt{5}$

2-آیا کدامیک از اعداد جذری را می توان با هم جمع یا از هم تفریق نمود؟

a) $4\sqrt[3]{2}+3\sqrt{2}$ چون حدود با هم مشابه نیستند، پس آنها راجمع و تفریق کرده نمی توانیم.

b) $5\sqrt{4}+3\sqrt{4}$ چون حدود با هم مشابه هستند، پس $5\sqrt{4}+3\sqrt{4}=8\sqrt{4}=8\cdot 2=16$

c) $5\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{6}$ چون حدود با هم مشابه هستند، پس $\sqrt[3]{6}-2\sqrt[3]{6}=-\sqrt[3]{6}$

d) $7\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}$ چون حدود با هم مشابه هستند، پس $7\sqrt[3]{6}+2\sqrt[3]{6}=+9\sqrt[3]{6}$

$$\sqrt{\frac{36\times 9}{16}}=\frac{\sqrt{36}\times\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{6\times 3}{4}=\frac{9}{2}$$

1-7: ضرب و تقسیم جذر ها

صفحهٔ کتاب درسی (21)　　　وقت تدریس(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید ضرب و تقسیم اعداد جذر دار را بدانند. - شا گردان اعداد جذری را با یکدیگر ضرب و تقسیم کرده بتوانند. - شاگردان از عملیه های فوق در وقت ضرورت به صورت درست کار بگیرید.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی و انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته درس جدید را با طرح سؤال ورودی از شاگردان شروع کند. از شاگردان سؤال کنید آیا می توان افادهٔ $\sqrt{9\cdot 4}$ را به شکل $\sqrt{9}\cdot\sqrt{4}$ نوشت؟اگر شاگردان جواب گفتند هر دو حالت توسط یک شاگرد روی تخته حل و قیمت ها را با هم مقایسه کنند. اگر شا گردان مشکلات داشتند این طور حل کنید . $\sqrt{9}\cdot\sqrt{4}=\sqrt{36}=6$ هر دو حالت با هم مساوی اند،یعنی: $\sqrt{9\cdot 4}=\sqrt{9}.\sqrt{4}$ به همین ترتیب $\sqrt{\frac{36\cdot 9}{16}}$ را به شکل $\frac{\sqrt{36}\cdot\sqrt{9}}{\sqrt{16}}$ می توان نوشت و عملیهٔ را به قسم زیر انجام می توان داد. $\sqrt{\frac{36\cdot 9}{16}}=\frac{\sqrt{36}\cdot\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{6\cdot 3}{4}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}$ حالت دومی: اعداد تحت جذر را با هم ضرب و بر مخرج تقسیم کنید توسط شاگردان حل وبا جواب فوق مقایسه و نتیجه را بیان نمایید.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

ورودی فوق انگیزهٔ خوب برای درس جدید می باشد. شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و فعالیت صفحهٔ 22 کتاب درسی را به آنها بدهید تا اعضای گروپ در بین خود مشورت کرده بعد در کتابچه های خود جاهای خالی را تکمیل کنند. بعد از انجام فعالیت، نمایندهٔ هر گروپ کار های گروپ خود را به نوبت برای دیگران به روی تخته توضیح کنند در صورت اشتباه کمک و رهنمایی کنید. بعد از انجام فعالیت معلم حالت های عمومی $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ که $b\neq 0$ است به قسم نتیجه مثال های عددی برایشان بگویید و چند مثال دیگر به قسم جداگانه ذریعه، شاگردان هم حل کنید تا اینکه هر شاگرد جواب را به دست آورد.

زیاد کوشش کنید که برای حل سؤال های این درس،شاگردان را زیاد سهم بدهید. در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

جهت تحکیم درس معلم مثال های صفحهء 22 کتاب را روی تخته نوشته دو نفر شاگرد را بخواهد که روی تخته حل کنند، در صورت مشکل معلمکمک و رهنمایی کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5)دقیقه

برای اینکه معلم از درس خود مطمئن شود که به هدف رسیده است یانه؟ سؤال های زیر را از شاگردان طرح کند:

1- $\sqrt{121b^2}=?$ 2- $\sqrt{400a^2}=?$

8- معلومات اضافی برای معلم

بعضی اوقات به جذر هایی روبر می شویم تا که بعضی عملیه های دیگر را انجام ندهیم نمی توانیم آن را ساده کنیم که در اثر انجام عملیه می توانیم شکل ساده را بدست آوریم. مانند مثال های زیر:

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{6}=\sqrt{3\cdot 6}=\sqrt{18}=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{10}\sqrt{30}=\sqrt{10\cdot 30}=\sqrt{300}=\sqrt{3\cdot 100}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{100}=10\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{35}=\sqrt{5\cdot 35}=\sqrt{175}=\sqrt{25\cdot 7}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{7}=5\cdot\sqrt{7}$

(4) $\sqrt{72}\div\sqrt{8}=\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{72}{8}}=\sqrt{9}=3$

(5) $\sqrt{28}\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{28}{7}}=\sqrt{4}=2$

(6) $\sqrt{10}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}$

(7) $10\div\sqrt{5}=\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{100}{5}}=\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=2\sqrt{5}$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- افاده های زیر را ساده کنید:

$$a)\quad \sqrt{144a^2}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{a^2}=\sqrt{12\cdot12}\cdot\sqrt{a^2}=\sqrt{(12)^2}\cdot\sqrt{a^2}=12a$$

$$b)\quad \sqrt{169a^2}=\sqrt{169}\cdot\sqrt{a^2}=\sqrt{13\cdot13}\cdot\sqrt{a^2}=\sqrt{(13)^2}\cdot\sqrt{a^2}=13a$$

$$c)\quad \sqrt{0.003}=\sqrt{\frac{3}{1000}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1000}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10.100}}=\frac{\sqrt{3}}{10\sqrt{10}}$$

$$d)\quad \sqrt{36}\cdot\sqrt{64}=6\cdot8=48$$

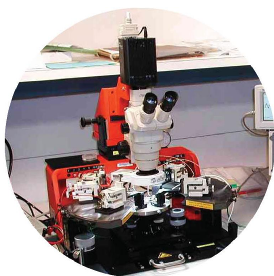
$$e)\quad \sqrt{0.28}=\sqrt{\frac{28}{100}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{4\cdot7}}{\sqrt{100}}=\frac{2\sqrt{7}}{10}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

2- افاده های زیر را ساده کنید:

$$a)\quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18}{6}}=\sqrt{3}$$

$$b)\quad \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{25}{5}}=\sqrt{5}$$

$$c)\quad \sqrt{\frac{81a^2}{125c^6}}=\frac{\sqrt{81a^2}}{\sqrt{125c^6}}=\frac{\sqrt{9\cdot9a^2}}{\sqrt{25\cdot5(c^3)^2}}=\frac{\sqrt{9^2}\sqrt{a^2}}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{5}\sqrt{(c^3)^2}}=\frac{9a}{5\cdot\sqrt{5}\ c^3}$$



8-1: ضرب اعداد توان دار

صفحهٔ کتاب درسی (23)   وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان ضرب اعداد توان دار را در قانون طاقت بدانند. - شا گردان اعداد توان دار را با هم ضرب و قانون عمومی را بالای آن تطبیق کرده بتوانند. - شا گردان از کسب دانش و مهارت در موضوع احساس خوشی نما یند .
2- روش های تدریس	سؤال وجواب کارانفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی به شکل کوتاه درس گذشته را ارزیابی کند وبعد توجه شاگردان را به تصویر سؤال ورودی و سؤال ورودی را از شاگردان طرح بپرسید. آیا می دانید که میکروسکوپ چند عدسیه دارد و وظیفه هر کدام چه است؟ آیا می دانید کدام عدسیه یک جسم را به اندازه 2^2 نشان می دهد؟ کدام عدسیه تصویر را 2^3 مرتبه بزرگ نشان می دهد؟ اگر شاگردان مشکلات داشته باشند. شما برای شان توضیح دهید. مکروسکوپ دو عدسیه دارد. که یکی نزدیک جسم است که یک جسمرا 2^2 برابر نشان می دهد. و دیگر نزدیک چشم است که تصویر یا چهره را برابر 2^3 مرتبه کلان می سازد. آیا گفته می توانید اگر تصویر $\frac{1}{2}$ را دو مرتبه با هم ضرب کنیم یعنی $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$ بزرگمی شود یا کوچک؟ اگر شاگردان مشکلات داشتند شما جواب بگویید.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

استاد محترم! سه نفر شاگرد را بخواهید که به نوبت فعالیت صفحهء24 کتاب را به تخته نوشته و جاهای خالی را به اعداد مناسب پر کنند .اگرشاگردان مشکل داشتند. کوشش کنید شاگردان را متوجه جواب درست بسازید.

$$5^6 = 5^2 \cdot 5^4 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^4 \cdot 5^2 = 5^5 \cdot 5^1$$

$$(\frac{2}{5})^{10} = (\frac{2}{5})^2 \cdot (\frac{2}{5})^8 = (\frac{2}{5})^3 \cdot (\frac{2}{5})^7 = (\frac{2}{5})^9 \cdot (\frac{2}{5})$$

$$a^5 = a^4 \cdot a^1 = a^3 \cdot a^2 = a^2 \cdot a^3$$

و بعد حالت عمومی را   با مثال تشریح کنید. از شاگردان سؤال کنید در فعالیت فوق توان و قاعده ها را چه قسم می بینید؟ شاید شاگردان بگویند در هر افاده، قاعده های مساویتوان ها با هم جمع می شوند. اگر آن ها مشکل داشتند شما به آن ها بگویید.

بعد سؤال کنیددر تمام حدود حاصل جمع توان ها با هم مساوی است؟ اگر شاگردن بگویند بلی خوب است، در غیر آن برایشان بگویید. نتیجهٔ عمومی را با قاعده های عمومی تشریح کنیدبعد برای یک شاگرد وظیفه بدهید یک مثال را روی تخته حل کند. شاگردان را به گروپ های مساوی تقسیم و فعالیت صفحهٔ 24 کتاب را گروپ ها در کتابچه های خود انجام دهند. در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. در اخیر نمایندهٔ هر گروپ کار وفعالیت خود را برای دیگران تشریح کنند. اگر گروپ ها اشتباه کردند کمک و رهنمایی کنید.

در اخیر نتیجه را به صورت عمومی برای تمام اعداد حقیقی $(a^n)^m = a^{mn}$ تشریح و به مثال ها واضح کنید و مثال همین صفحه توسط یک شاگرد حل گردد بعد حالت عمومی ضرب یعنی $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ را توسط مثال های عددی تشریح و یک مثال توسط یک شاگرد حل شود، در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس سؤال های مشابه به مثال های حل شده بدهید تا شا گردان حل نمایند.

در صورت ضرورت کمک ورهنمایی کنید ویا شاگردان مطا بق به درس سوالها را بین هم طرح حل نمایند.

1) $2^{-1} \cdot 3^{-1} = ?$ 2) $\left(2x^2y^2\right) = ?$ 3) $5^4 \cdot 5 = ?$

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم از درس خود اطمینان حاصل کند در مورد حالت های عمومی درس از شا گردان سوال کند .

شاگردان با فهمیدن درس باید مانندمثال های حل شده سؤال های مشابه را حل کنند، تا اینکه به ریاضی علاقه‌مند شوند.

8- معلومات اضافی برای معلم

اگر توان ها و قاعده ها مختلف باشند ما در اثر انجام عملیه های مختلف می توانیم قاعده ها یا توان ها را مساوی بسازیم. به طور مثال:

$$8^3 + 2^9 = (2^3)^3 + 2^9 = 2^9 + 2^9 = 2 \cdot 2^9 = 2^{10} = 1024$$

$$(5+2)^2 \neq 5^2 + 2^2 \qquad (7-2)^2 \neq 7^2 - 2^2$$

$$7^2 \neq 25 + 4 \qquad 5^2 \neq 49 - 4$$

$$49 \neq 29 \qquad 25 \neq 45$$

9- جواب به سؤال های تمرین

هر یک افاده های ضرب را به شکل طاقت بنویسید.

(1) $6^2 \cdot 6^3 = 6^{2+3} = 6^5$

(2) $(0.2)^2 \cdot (0.2)^2 = (0.2)^{2+2} = (0.2)^4$

(3) $(\frac{1}{2})^4 \cdot (\frac{1}{2})^3 = (\frac{1}{2})^{4+3} = (\frac{1}{2})^7$

(4) $(\frac{1}{4})^{-7} \cdot (\frac{1}{4})^{-5} = (\frac{1}{4})^{-7-5} = (\frac{1}{4})^{-12} = \frac{1}{(\frac{1}{4})^{12}}$

(5) $5^4 \cdot 5 = 5^{4+1} = 5^5$

(6) $27 \cdot 5^3 = 3^3 \cdot 5^3 = (3 \cdot 5)^3 = (15)^3$

(7) $(a\ bc)^7 = a^7b^7c^7$

(8) $a^5b^5c^5 = (abc)^5$

(9) $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^3 = (30)^3$

(10) $81a^2 = 9 \cdot 9a^2 = (9a)^2$

(11) $2^{-1} \cdot 3^{-1} = (2 \cdot 3)^{-1} = (6)^{-1} = \frac{1}{6}$

(12) $(10^2)^3 = (10)^{2\cdot3} = 10^6$



9-1: تقسیم اعداد توان دار

صفحهء کتاب درسی (25)　　　وقت تدریس(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم تقسیم اعداد توان دار و قوانین آن را بدانند. - شاگردان آن اعداد توان داررا که دارای عین قاعده و یا قاعده های مختلف اند بالای یک دیگر تقسیم و قوانین عمومی را بالای آن تطبیق کرده بتوانند. - شاگردن از قانون عمومی در وقت ضرورت استفاده کرده بتوانند. واز کار برد آن احساس خوشی کنند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، تشریحی، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد ازسلام و احوالپرسی و ارزیابی کوتاه از درس گذشته، درس جدید را با طرح سؤال از شاگردان شروع کند. شما در تصویر ورودی صفحه کتاب که عین عکس ها هستند بامقایسهٔ عکس بزرگ و کوچك می بینید که عکس کوچك به اندازهٔ $\frac{1}{2}$ عکس بزرگ است. آیا گفته می توانید که از کدام عملیهء ریاضی استفاده شده است؟ اگر شاگردان جواب بگویند خوب است، در غیرآن برایشان بگویید که از عملیهٔ تقسیم کار گرفته می شود. از شاگردان بپرسید: آیا می توانید مانند ضرب بین تقسیم طاقت ها رابطه یی را دریافت کنید؟ اگر شاگردان جواب بگویند خوب و در غیر آن کوشش کنید که شاگردان را به جواب نزدیك ساخته برای شان بگویید مشابه به ضرب طاقت می توانیم برای تقسیم توان هانیز رابطه یی را دریافت کنیم.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

از یک شاگرد دعوت کنید که فعالیت صفحه 25 کتاب را انجام دهد و جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کند. در صورت مشکلات کمك و رهنمایی کنید. بعد بین مقسوم و مقسوم علیه و حاصل تقسیم توان ها رابطه یی را نوشته وتوضیح کنید. درتقسیم طاقت هارا که دارای قاعده های مساوی باشند . مانند $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ (حالت عمومی) رابرای شاگردان توسط مثال توضیح کنید. شاگردان را به نوبت خواسته تا مثال های صفحه 25 را طوری حل کنند که از تطبیق حالت عمومی استفاده کنند.

معلم شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم کندتا فعالیت صفحهٔ 26 کتاب را به مشوره همدیگر انجا م دهند. معلم از کار آن ها دیدن کند و در صورت مشکلات کمك و رهنمایی کند.

از شاگردان سؤال کنید. آیا می توانید مشابه ضرب در تقسیم هم بین دو طاقت ارتباط دریافت کنید؟ اگر شاگردان جواب بگویند خوب است. علاوه بر آن کوشش کنید شاگردان را به جواب سؤال نزدیک کنید. برای شان بگویید به قسم ضرب می توان برای تقسیم هم رابطه بین اعداد توان دار را دریافت کرد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مشابه به مثال های حل شده سؤال های $\frac{17^6}{17^3}$ و $9^3 \div 3^3$ را روی تخته نوشته و از شاگردان به قسم شفاهی سؤال کنید در صورت ضرورت کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم از فرا گیری درس شاگردان اطمینان حاصل کند لازم است از نکات مهم درس از شاگردان سؤال کند و جواب بگیرد.

8- معلومات اضافی برای معلم

بعضی اوقات در افاده های توان دار، توان و قاعده در صورت و مخرج از هم فرق دارند که به انجام عملیه ها می توان قاعده یا توان یا هر دوی آن را مساوی ساخت، به طور مثال:

$$\frac{16^3}{2^3} = \frac{(2^4)^3}{2^3} = \frac{2^{12}}{2^3} = 2^{12-3} = 2^9 \quad , \quad \frac{a^{n+1}}{a^n} = \frac{a^n \cdot a}{a^n} = a$$

9- جواب به سؤال های تمرین

$$1) \quad (\frac{1}{2})^4 \div (\frac{1}{2})^3 = \frac{(\frac{1}{2})^4}{(\frac{1}{2})^3} = (\frac{1}{2})^{4-3} = \frac{1}{2} \qquad 2) \quad (13)^7 \div (13)^8 = \frac{(13)^7}{(13)^8} = (13)^{7-8} = \frac{1}{13}$$

$$3) \quad \frac{12^6}{12^5} = (12)^{6-5} = 12 \qquad 4) \quad \frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2 = 49$$

$$5) \quad \frac{8^5}{8^3} = 8^{5-3} = 8^2 = 64 \qquad 6) \quad 6^3 \div 2^3 = \frac{6^3}{2^3} = (\frac{6}{2})^3 = 3^3 = 27$$

2- توسط مثال نشان دهید که:

$$a^m - a^n \neq a^{m-n}$$
$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$

حل: اگر $m = 5$, $n = 3$ و $a = 3$ باشد.

$$3^5 - 3^3 \neq 3^{5-3}$$
$$243 - 27 \neq 3^2$$
$$216 \neq 9$$

است، زیرا:

به همین ترتیب اگر $b = 4, n = 3$ و $a = 7$ باشد.

است، زیرا:

$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$
$$(7-4)^3 \neq 7^3 - 4^3$$
$$3^3 \neq 343 - 64$$
$$27 \neq 279$$

$2^3 = ?$
$2^0 = ?$
$2^{-1} = ?$

1-10: توان صفر و توان منفی

صفحه کتاب درسی (27) **وقت تدریس(1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم توان صفر و منفی را بدانند. - شا گردان عملیه های طاقت های دارای توان صفر ومنفی را انجام داده بتوانند -.شا گردان از اجرای عملیه های طاقت ها، با توان های صفر ومنفی عل قه مند به علم ریاضی شوند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، تشریحی، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از احوالپرسی درس گذشته را ارزیابی و با طرح سؤال های ورودی از شاگردان، به تدریس درس جدیدبپردازد. 2^3 چه معنا دارد؟ شاید شاگردان از درس های گذشته جواب بگویند که عدد 2 سه مرتبه به نفس خود ضرب شده است وهم چنان سؤال کنید 2^0 چه معنا دارد؟ و به همین ترتیب 2^{-1} چه معنا دارد؟ یا این طور بگویید: آیا می توانید برای عدد 2^0 عدد مساوی دریافت کنید و آیا اعداد به توان منفی هم نوشته می شوند؟ برای جواب تمام سؤال ها فعالیت زیر را یکجا انجام دهید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم یک عدد توان دار مانند 2^6 را روی تخته نوشته و از یک شاگرد بخواهد که همین عدد توان دار را به شکل نزولی طوری بنویسید که 2 به توان صفر شود و قیمت هر کدام را زیر هم بنویسید. در صورتی که شا گردان مشکلات داشتند کمک و رهنمایی کنید.

2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
64	32	16	8	4	2	?

اگر شاگردان به ارائه قیمت 2^0 مشکلات داشتند. برای حل مشکلات آن از عملیهٔ تقسیم طور زیر استفاده کنید.

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{2^6}{2^6} = \dfrac{2.2.2.2.2.2}{2.2.2.2.2.2} = 1\\ \dfrac{2^6}{2^6} = \quad 2^{6-6} = 2^0\end{array}\right\} \Rightarrow 2^0 = 1$$

آیا پس از مقایسه دو مساوات گفته می توانید که 2^0 مساوی به چند می شود؟

شاگردان شاید بگویند بلی، $1 = 2^0$ است. حالا تحت 2^0 عدد 1 را می نویسیم باز یک شاگرد را می خواهیم که فعالیت صفحهٔ 27 کتاب را روی تخته انجام دهد و جدول را تکمیل کند. شاگردان جدول را به کمک رهنمایی معلم تکمیل می کنند. بعد از اجرای فعالیت از شا گردان در قسمت طرز خانه پوری جدول سؤالها پرسیده شود تا شاگردان جواب دهند.

معلم شاگردان رابه گروپ های مناسب تقسیم کند تا فعالیت صفحهٔ 26 کتاب را به مشورت هم دیگر انجام دهند.

● بین سطر اول و دوم جدول چه قسم ارتباط است؟

شاگردان جواب می گویند به سطر اول عدد به توان و به سطر دوم قیمت آن نوشته شده است.

آیا بین اعداد توان دار و قیمت های آن کدام ارتباطی وجود دارد؟ شاگردان جواب می گویند. هر عدد توان دار از عدد توان دار قبلی خود کوچک و هر عدد قبلی به عدد 2 تقسیم شده عدد بعدی آن به دست آمده است.

حالا گفته می شود که برای 2^0 کدام قیمت به دست می آید؟ جواب می گویند بلی، عدد 1

شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم کنید تا اجرای فعالیت زیر را مورد بحث قرار دهند و بعد آن را انجام دهند برایشان بگویید $a \neq 0$ است

عدد توان دار	$a^4 \div a$	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a \div a$
حاصل	a^3			

شاگردان در بین گروپ به مشورت جدول را تکمیل a^0 را به دست آورند. سؤال کنید کدام گروپ گفته می تواند که a^0 مساوی به چند می شود؟ اگر در ارائه جواب مشکلات داشتند شما برای شان بگویید که $a^0 = 1$ می شود که نتیجهٔ فعالیت فوق است، باید گفت که به استثنای $(0)^0$ هر عدد به توان صفر مساوی یک میشود. یعنی:

$$(ab)^0 = 1 \quad (20500)^0 = 1 \ , \ (100)^0 = 1 \quad (18)^0 = 1$$

همچنان از شاگردان سؤال کنید که بعد از صفر کدام عدد کوچک را می شناسید؟

شاگردان جواب بگویند اعداد منفی را .

سؤال کنید که آیا یک عدد به توان منفی وجود دارد؟ در قسمت آن چه می گویید؟

معلم عدد توان دار 3^3 را روی تخته بنویسد، یک شاگرد را بخواهد که همان عدد را به طرف توان کم بنویسد و قیمت هر یک را زیر آن بنوسید مانند زیر:

3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}	3^{-2}
27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$

اگر شاگردان به قیمت 3^{-1} و 3^{-2} مشکلات داشتند از عملیهٔ اختصار و تقسیم کار بگیرید تا اینکه آن ها به مفهوم توان منفی نزدیک شوند طور زیر

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3^2}{3^3} = 3^{2-3} = 3^{-1} \\ \frac{3^2}{3^3} = \frac{3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

آیا از مقایسهٔ مساوات فوق گفته می شود که 3^{-1} مساوی به چند می شود؟ شما می بینید که $3^{-1} = \frac{1}{3}$ می شود و همین طور ...

$$\left.\begin{array}{l}\frac{3^1}{3^3}=3^{1-3}=3^{-2}\\ \frac{3^1}{3^3}=\frac{3}{3\cdot3\cdot3}=\frac{1}{3\cdot3}=\frac{1}{3^2}\end{array}\right\}\Rightarrow 3^{-2}=\frac{1}{3^2}$$

سؤال کنید آیا از مقایسهٔ مساوات فوق گفته می شود که 3^{-2} مساوی به چند می شود برای شان بگویید، دیده می شود که $\frac{1}{3^2}=3^{-2}$ است یا $\frac{1}{9}=3^{-2}$می شود، پس می توان به جای 3^{-2} عدد $\frac{1}{9}$ را نوشت.

به همین ترتیب به صورت گروپی وظیفه داده شود که از روی جدول فوق برای a^{-1} و a^{-2} که $a \neq 0$باشد جدول زیر را تکمیل کنید

عدد توان در	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a \div a$	$a^{-1} \div a$
حاصل	a^2			

استاد محترم بعد از تکمیل جدول قاعده عمومی را این طور تشریح کنید.

از فعالیت فوق این طور نتیجه به دست می آید که برای تمام اعداد حقیقی در حالی که $a \neq 0$ باشد.

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

یا به عبارت دیگر هر عدد توان دار که از صورت به مخرج و یا از مخرج به صورت انتقال داده شود علامه توان تغییر می یابد یعنی اگر مثبت باشد منفی و اگر منفی باشد مثبت می شود.

مثال: $a^{-7}=\frac{1}{a^7}$ ، $5^9=\frac{1}{5^{-9}}$ و غیره به ارتباط آن مثال توسط شاگرد حل می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مانند مثال های حل شده از شاگردان سؤالها بپرسید که حل کنند و در وقت ضرورت آن ها را کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم ازنتیجهٔ تدریس خود متیقن شود که آیا تدریس موثر صورت گرفته است یا خیر؟ مانند مثال های حل شده از شاگردان سؤال کند که تا سطح آموزش شاگردان را بفهمند.

8- معلومات اضافی برای معلم

با استفاده از $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$

در صورتی که $m=n$ باشد در این صورت داریم

$$a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0 \ldots\ldots (1$$

$$a^m \div a^m = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (2$$

از مقایسه روابط (1) و (2) می توان نوشت: $a^0=1$

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} \Rightarrow \frac{a \cdot a \cdot a ... \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a ... \cdot a}$$

در صورتیکه m<n باشد. در این صورت:

$$a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$$
$$P = n - m$$
$$P = -(m - n)$$
$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

و یا به طور مثال:

$$\frac{x3}{x5} = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} = \frac{1}{x^2} ....(1$$
$$x^3 \div x^5 = x^{3-5} = x^{-2} ....(2$$

از مقایسه روابط 1 و 2 $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- افاده های زیر را به توان مثبت بنویسید:

a) $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

b) $(\sqrt{7})^{-5} = \frac{1}{(\sqrt{7})^5}$

c) $(\frac{1}{3})^{-3} = \frac{1}{(\frac{1}{3})^3} = \frac{1}{1} \cdot (3)^3 = 3^3$

d) $(2\pi)^{-3} = \frac{1}{(2\pi)^3}$

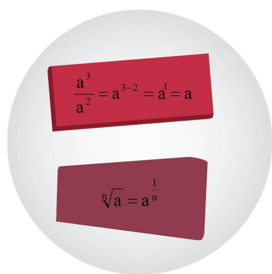
2- افاده های زیر را به قسم توان منفی بنویسید:

a) $0,0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$

b) $\frac{1}{b^2} = b^{-2}$

c) $\frac{1}{6^4} = 6^{-4}$

d) $\frac{1}{3^{11}} = 3^{-11}$



1-11: طاقت نمای کسری و قوانین آن

صفحهٔ کتاب درسی (29) **وقت تدریس(1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی **- دانشی** **- مهارتی** **- ذهنیتی**	- شاگردان توان های کسری و قوانین آن را بدانند. - شاگردان طبق قوانین، عملیه را بالای اعداد توان دار کسری انجام داده بتوانند. - شاگردان در وقت ضرورت از قوانین عمومی استفاده کرده بتوانند و با کار برد قوانین احساس خویش برای درس دهد.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، تشریحی، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی کوتاه از درس گذشته درس جدید را با پرسیدن سؤال ورودی شروع کند. - شما به قوانین توان ها بلد هستید. شاید معلم سؤال کند. - کی یک قانون طاقت را دریک مثال توضیح میدهد؟ - آیا توان های کسری هم است؟ آیا $\sqrt[n]{a}$ را به شکل توان کسری نشان داده می توانیم؟ اگر شاگردان جواب گفته نتوانستند شما بگویید همان طور که در توان های تام قوانین وجود دارد، پس در توان های کسری هم قوانینی وجود دارد که $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$ بوده یعنی قوانین اعداد تام را بالای توان های کسری هم تطبیق کرده می توانیم.

5- فعالیت جریان درس:(28) دقیقه

دو شاگرد را به نوبت بخواهید که به ترتیب $\sqrt{16}$, $\sqrt{-16}$ و به همین ترتیب جذر های $\sqrt[3]{8}$ و $\sqrt[3]{-8}$ را روی تخته دریافت کرده و جواب ها را باهم مقایسه کنند بعد بپرسد در ست اعداد حقیقی کدام یک جذر دارد و کدام یک جذر ندارد. و جذر آن مساوی به چند می شود. اگر شاگردان در کدام قسمت مشکلات داشتند شما جذر های فوق را با سهم گیری شاگردان تشریح کنید وبرایشان بگویید اعداد منفی در ست اعداد حقیقی جذر مربع ندارد زیرا درست اعداد حقیقی یک عدد اگر دوبار به نفس خود ضرب شود عدد تحت جذر را بدهد وجود ندارد. اگر $\sqrt{16}$ و $\sqrt{-16}$ را در نظر بگیریم و طوری فرض کنیم که $-\sqrt{16}$ عدد (-4) باشد پس $(-4)(-4)=16$ می شود، نه -16 و $\sqrt{16}=\pm 4$ می شود. پس میگوییم که $\sqrt{-16}\neq\sqrt{16}$ است به همین ترتیب $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-8}$ را درست اعداد حقیقی دریافت کرده می توانیم که $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2\cdot 2\cdot 2}=\sqrt[3]{(2)^3}=2$ و $\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)(-2)(-2)}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$ می شود باز سؤال کنید حالا می توانیم که $\sqrt{a}$ و $\sqrt[n]{a}$ را به شکل توان نوشت؟ اگر شاگردان مشکلات داشتند شما برایشان بگویید. از حل سؤال فوق نوشته کرده می توانیم $\sqrt{a^1}=a^{\frac{1}{2}}$ و $\sqrt[n]{a^1}=a^{\frac{1}{n}}$ است. که در اینجا 2 و n درجه

جذر، $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{n}$ توان های کسری عدد a نامیده می شود.

به صورت عمومی برای $\sqrt[n]{a}$ اگر $a>0$ و n جفت یا طاق باشد برای تمام اعداد حقیقی قیمت برایشان دریافت کرده می توانیم و اگر $a<0$ باشد. و n جفت باشد در ست اعداد حقیقی قیمت ندارد و اگر n طاق باشد قیمت دارد

معلم شاگردان را به گروپ ها تقسیم نموده فعالیت صفحه 30 کتاب را برایشان بدهد در گروپ های خود مشورت کرده بعد حل کنند و جاهای خالی را به اعداد مناسب پر کنند در صورت مشکلات معلم کمک و رهنمایی کنیدد و باز حالت عمومی را تشریح کنید. $ma^{1/n}+ba^{1/n}=(m+b)a^{1/n}=(m+b)\ \sqrt[n]{a}$

این طور برایشان بگویید: اگر قاعدهء و توان های کسری با هم مساوی باشد؟ برای قیمت های اختیاری حقیقی a که $a\neq 0$ حالت فوق قابل تطبیق است و مثالهمین صفحه کتاب توسط یک شاگرد حل شود.

به همین ترتیب عملیهٔ تقسیم حالت عمومی $\frac{a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{1}{n}}}=a^{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}=a^{\frac{n-m}{mn}}=\sqrt[mn]{a^{n-m}}$ را به شاگردان تشریح کنید و برایشان بگویید در عملیهٔ تقسیم قاعده ها مشابه و توان های کسری مختلف یا مساوی باشند برای تمام اعداد حقیقی $a\neq 0$ صدق می کند. و مثال مربوط کتاب توسط یک شاگرد حل و توجه داشته باشید که شاگرد مثال را چه قسم حل می کند.به همین ترتیب $a^{\frac{1}{n}}b^{\frac{1}{n}}c^{\frac{1}{n}}=(abc)^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{abc}$ حالت عمومی را با مثال کار کنید. در اخیر شکل $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}}=a^{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{m}}=a^{\frac{1}{n\cdot m}}=\sqrt[nm]{a}$ را برای شاگردان تشریح و مثال را توسط شاگردان حل کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مشابه به مثال های صفحهء 30 کتاب سؤال ها راروی تخته نوشته به نوبت یک یک نفر شاگرد به تخته حل نماید در وقت حل، حالت عمومی را تطبیق و در نظر بگیرند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم مطمئن شود که شاگردان درس را فهمیده اند یا نه؟ مطا بق بهحالت عمومی از شاگردان سؤال کنید که آنها د دانش خود را در حل سؤال عملی کنند .

$$1)\quad (7)^{\frac{1}{2}}\cdot(2)^{\frac{1}{2}}=?\qquad ,\qquad 2)\quad (a^{\frac{1}{7}})^{\frac{1}{3}}=?$$

8- معلومات اضافی

استاد محترم در توان های کسری نیز خاصیت های تبدیلی، اتحادی و توزیعی وجود داشته و می توانید حالت های ذیل را در اعداد جذری مطالعه کنید:

1- به صورت عمومی طوری که a>0 و n جفت یا طاق باشد: $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{a}$, $\sqrt[n]{a}+b\sqrt[n]{a}=b\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a}$

2- به صورت عمومی طوری که a>0 باشد: $b\sqrt[n]{a}+(c\sqrt[n]{a}+d\sqrt[n]{a})=(b\sqrt[n]{a}+c\sqrt[n]{a})+d\sqrt[n]{a}$

n جفت باشد: $(\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}).\sqrt[n]{c}=\sqrt[n]{a}(\sqrt[n]{b}.\sqrt[n]{c})$

به صورت عمومی طوری که $c>0, b>0\ , a>0$ و n جفت باشد: $\sqrt[n]{a}(\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{c})=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}+\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{c}$

$\sqrt{2} \approx ?$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx ?$

1-12: ناطق یا گو یا ساختن کسر ها

صفحۀ کتاب درسی (31)　　　وقت تدریس(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی **- دانشی** **- مهارتی** **- ذهنیتی**	- شاگردان، مفهوم ناطق ساختن کسر ها را بدانند. - شا گردان یک کسر را ناطق یا گویا کرده بتوانند. - شاگرداندر وقت حل مسائل ریاضی ارزش ناطق ساختن کسر ها را بفهمند و از آن استفاده کنند.
2- روش های تدریس	تشریحی، گروپی و انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته سؤال ورودی را از شاگردان طور زیر بپرسد شما قیمت $\sqrt{2}$ را به صورت تقریبی دریافت کردید. آیا گفته می توانید که قیمت تقریبی $\frac{1}{\sqrt{2}}$ چند است؟ اگر شاگردان بگویند قسمیکه $\sqrt{2} \approx 1.414$ است این قیمت را درکسر به عوض $\sqrt{2}$ گذاشته و باز قیمت $\frac{1}{1.414...}$ را به دست می آوریم باید برایشان گفته شود که این یک کار مشکل است. اگر مخرج کسر عدد جذری باشد برای آسانی کار این قسم اعداد را باید از جذر بکشیم، طوریکه مخرج کسر عدد جذر دار نباشد. برای این که از مخرج یک کسر جذر را از بین ببریم چه قسم عملیه باید انجام داده شود.

5- فعالیت جریان درس : (28) دقیقه

برای این که به سؤال جواب داده شود به جریان درس توجهکنید.

استاد محترم ! سه شاگرد را به نوبت بخواهد که فعالیت صفحۀ 31 کتاب را به روی تخته انجام دهند. و جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنند. اگر شاگردان مشکل داشته باشند معلم صاحبکمک و رهنمایی کنید و علاوه بر آن جاهای خالی را پر کنید

$$\sqrt{3} \times \boxed{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 2} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \boxed{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 2} = 2$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15 \times \boxed{\sqrt{5}}}{\sqrt{5} \times \boxed{\sqrt{5}}} = \frac{15\boxed{\sqrt{5}}}{5} = 3 \times \boxed{\sqrt{5}}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{15 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

از روی فعالیت فوق به شاگردان بگویید، برای از بین بردن جذر مربع مخرج، صورت و مخرج یک کسر را به مخرج کسر ضرب می کنیم طوری که مخرج به یک عدد ناطق تبدیل شود این عملیه گویا و یا ناطق کردن کسرها نامیده می شود. بعد مثال اول کتاب را توسط یک شاگرد حل کنید و توجه کنید که شاگرد باید قدم به قدم حل مثال را در نظر بگیرند. شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و فعالیت صفحهٔ 31 کتاب را به قسم گروپی انجام دهند و بر رسی کنید که شاگردان مشکلات دارند یانه؟

در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. و بعد چنین تشریح کنید اگر بخواهید که از جذر سوم مخرج را از بین ببرید. برای از بین بردن جذر سوم باید صورت و مخرج ضرب کنید تا اینکه عدد تحت جذر به توان 3 برسد. و بعد مثال صفحهٔ 32 کتاب درسی را توسط یک شاگرد بالای تخته حل نمایید و شاگردان دیگر هم سهم گرفته و به ارتباط آن جر و بحث نمایند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مانند مثال های حل شده کتاب سؤال $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=?\quad \frac{2}{\sqrt{3}}=?$ را روی تخته نوشته به شاگردان بگوید که در کتابچه های خود حل کنند و یک شاگرد دیگر آن را بالای تخته حل کند در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. درپایان شاگردان حل های کتابچه های خود را با حل تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم محترم مطمئن شود آیا شاگردان درس را یاد گرفته اند یا نه؟ به مانند سؤال های حل شده به شاگردان سؤال دهید و آن را روی تخته حل نمایند.

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم اگر شاگردان سؤال کنند، در صورتی که درجه جذر مخرج از 3 زیادتر ویا در مخرج دو حد وجود داشته باشند چه طور می توانیم از مخرج جذر را از بین برد؟ شما می توانید از مثال های زیر استفاده و تشریح کنید.

صورت و مخرج را ضرب $\sqrt[n]{a^{n-1}}$ مینماییم.

1) $\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}}=\frac{1\cdot\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{a^{n-1}}}=\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a\cdot a^{n-1}}}=\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{1+n-1}}}=\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n}}}=\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}$$

سؤال دوم: $\frac{1}{1-\sqrt{2}}=?$

حل: برای گویا ساختن مخرج، صورت و مخرج را ضرب $(1+\sqrt{2})$ یعنی مزدوج مخرج می نماییم

$$2)\ \frac{1}{1-\sqrt{2}}=\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1+\sqrt{2}}{1-2}=\frac{1+\sqrt{2}}{-1}=-\left(1+\sqrt{2}\right)$$

$$3)\ \frac{6}{1+\sqrt{3}}=\frac{6\left(1-\sqrt{3}\right)}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(1-\sqrt{3}\right)}=\frac{6(1-\sqrt{3})}{1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{6\left(1-\sqrt{3}\right)}{1-3}=\frac{6\left(1-\sqrt{3}\right)}{-2}=-3\left(1-\sqrt{3}\right)$$

9- جواب به سؤال های تمرین

$$1)\quad \frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$2)\quad \frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7^2}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

$$3)\quad \frac{1}{\sqrt[3]{2}}=\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2^2}}=\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2\cdot2^2}}=\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$$

$$4)\frac{6}{\sqrt[3]{9}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{9^2}}{\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{9^2}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{9^2}}{\sqrt[3]{9\cdot9^2}}=\frac{6\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{9^3}}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{3^4}}{9}=\frac{6\cdot\sqrt[3]{3^3\cdot3}}{9}=\frac{\overset{2}{6}\cdot3\sqrt[3]{3}}{\underset{3}{9}}=2\sqrt[3]{3}$$

$$5)\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6\cdot3}}{3\sqrt{3\cdot3}}=\frac{\sqrt{18}}{3\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{9\cdot2}}{3\cdot3}=\frac{3\sqrt{2}}{3\cdot3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$6)\quad \frac{2}{\sqrt[3]{4}}=\frac{2\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{4^2}}=\frac{2\cdot\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{4\cdot4^2}}=\frac{2\cdot\sqrt[3]{8\cdot2}}{\sqrt[3]{4^3}}=\frac{2\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{2}}{4}=\frac{2\cdot2\sqrt[3]{2}}{4}=\sqrt[3]{2}$$

13-1: نکات مهم فصل

صفحه کتاب درسی (33)　　　　وقت تدریس(2 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی **- دانشی** **- مهارتی** **- ذهنیتی**	-اعداد حقیقی، خواص اعداد حقیقی، استخراج جذر تقریبی اعداد به طریق وسط وجذر اعداد اعشاریه دار را بدانند. -موضوعات فوق را در حل مسائل ریاضی تطبیق کرده بتوانند. - در حیات روزمره در وقت ضرورت از مسائل فوق استفاده کرده بتوانند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و تنظیم صنف ارزیابی درس گذشته و ارتباط آن به درس جدید به صورت کوتاه درمورد (نکات مهم فصل) سؤال می کند در حقیقت تکرار موضوعات درسی است تا شاگردان تمام موضوعات فصل را دوباره بخاطر بیاورند. دو درس ساعت درسی در نظر گرفته شده تا به هر شاگرد رسیده گی صورت گرفته و تمام شاگردان سهم فعال بگیرد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم عناوین و نکات مهم فصل را مانند اعداد حقیقی، خواص اعداد حقیقی، جذر تقریبی اعداد و اعشاری را روی تخته نوشته و از شاگردان می خواهد که هر کدام شان در کتابچه های خود تعریف و مثال دهد. بعد از انجام فعالیت معلم چهار شاگرد را به نوبت به مقابل تخته خواسته یک یک به نوبت یک موضوع را تشریح و مثال دهند. در صورت یکه شاگردان اشتباه مینمایند کوشش شود که توسط خود شاگردان اشتباه شان حل شود در غیر آن معلم محترم کمک و رهنمایی نماید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

جهت تحکیم درس معلم محترم باز هم به صورت کوتاه نکات مهم (اعداد حقیقی، خواص اعداد حقیقی، استخراج جذر مربع اعداد، جذر مربع تقریبی و اعشاریه دار) را یاد آوری و مثال های به ارتباط آن بدهد.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

جهت ارزیابی درس معلم از چند شاگرد تعریف اعداد حقیقی، خواص اعداد حقیقی، جذر اعداد اعشاریه دار و جذر تقریبی اعداد بپرسد و ارزیابی نماید.

نکات مهم فصل

صفحه کتاب درسی (33)　　　**وقت تدریس(2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- عملیات بالای جذر ها (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)، طاقت و قوانین طاقت ها در اعداد کسری و ناطق ساختن کسر ها را بدانند. - از عملیات و قواعد فوق در مسائل ریاضیکی روزمره استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام و احوالپرسی و تنظیم صنف ارزیابی درس گذشته بصورت کوتاه در مورد فصل توضیحات داده نکات مهم این فصل را که در حقیقت تکرار موضوعات درس های گذشته بوده است. تا عملیه ها بالای جذر ها و قواعد آن را دوباره به یاد آورده و استفاده نمایند.
6- فعالیت جریان درس : (28) دقیقه عناوین فصل مانند (عملیات بالای جذر ها و قوانین طاقت را روی تخته نوشته و از شاگردان می خواهد که در گروپ های تعیین شده یک یک مثال برای آن با مشورت اعضای گروپ بدهند. بعد از انجام فعالیت معلم 6 شاگرد را نزد تخته خواسته تا یک یک موضوع را به نوبت بیان و مثال دهند. درصورت مشکلات معلم قدم به قدم آن ها را کمک ور هنمای کند.	
7- تحکیم درس : (7) دقیقه جهت تحکیم درس نکات مهم فصل که عملیهٔ جذرها، قواعد اعداد طاقت دار و ناطق ساختن است با مثال ها توسط شاگردان به روی تخته کار شود در صورت اشتباهٔ کدام شاگرد معلم سؤال را توسط شاگرد دیگر صنف حل نماید.	
8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه جهت ارزیابی درس معلم از چند شاگرد عملیه جذر، قواعد اعداد طاقت دار و ناطق ساختن را از شاگردان پرسان کنند.	

14-1: حل تمرین فصل اول

صفحه کتاب درسی (36) **وقت تدریس(2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم سؤال ها را دانسته طریقهٔ حل را به ارتباط موضوع به یاد آورند. - شاگردان سؤالات هر عنوان را تشخیص و حل کرده بتوانند. - شاگردان از هر سؤال در وقت ضرورت در حیات روزمره استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت

حل تمرین: بخش اول سؤال ها را می توانید جواب آن را از شاگران شفاهی پرسان کنید.

I- مساوات و افاده های زیر را به دقت خوانده جا های خالی را با اعداد و کلمات مناسب پر نمایید.

$$1)\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

$$2)a^{-8} \div a^{-1} \qquad = a^{-8-(-1)} = a^{-8+1} = a^{-7} = \frac{1}{a^7}$$

$$3)\ 5^9 \times .... = 5^9 \times 7^9 = (5\times 7)^9$$

4) π یک عدد غیر ناطق است

گروپ دوم: سؤال ها را شاگردان بدقت خوانده از هر شاگرد جواب آن را دریافت کنید.

II- عبارت های زیر را به دقت خوانده اگر درست است علامه (ص) و اگر غلط است علامه (غ) را پش روی سؤال بگذارید.

1- (غ)

2- (ص)

3- (ص)

4-(ص)

III- برای حل سؤالات زیر چهار جواب داده شده، جواب درست را دریافت و دور آن را حلقه نمایید.

شاگردان را به گروپ ها تقسیم کرده اعضای گروپ بین هم مشورت نموده و سؤالات را به کتابچه های خود حل نمایند. بعد یک یک شاگرد به نوبت سؤال را بالای تخته حل کنند.

$\frac{4^7}{4^5} = 4^{7-5} = 4^2$ -1

a) 4° (b) 4^2 c) 4^{-1} d) 4

$(6\ y^3\ z^2)^2 = 36y^6z^4$ -2

هیچکدام $d)$ $c) 36y^6z^2$ $b)\ 36y^3z^4$ $a)$ ($36y^6z^4$)

$\sqrt{81\times 9} = \sqrt{81}\times\sqrt{9} = 9\times 3 = 27$ -3

(a) 27) b) $\frac{1}{27}$ c) 24 d) 25

$\sqrt{\frac{49a^4}{144b^4}} = \frac{\sqrt{49a^4}}{\sqrt{144b^4}} = \frac{\sqrt{(7a^2)^2}}{(12b^2)^2} = \frac{7a^2}{12b^2}$ -4

a) $\frac{8a^2}{12b^2}$ b) $\frac{7a^2}{12}$ c) $\frac{7}{12b^2}$ (d) $\frac{7a^2}{12b^2}$)

5- کدام دو افاده جذری با هم مشابه اند؟

a) $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$

جز b با هم مشابه اند.

گروپ چهارم: سؤالات زیر را حل نمایید.

برای حل این گونه سؤالات هر شاگرد داؤطلب به روی تخته آمده سؤال را حل می نماید در صورت اشتباه معلم محترم کمک و رهنمایی می کند.

1) $6\cdot\sqrt{125a^2} + \sqrt{5a^2} = 6\sqrt{25\cdot 5a^2} + \sqrt{5a^2} = 6\cdot 5\sqrt{5a^2} + \sqrt{5a^2} = 30\sqrt{5a^2} + \sqrt{5a^2} = 31a\sqrt{5}$

2- قیمت تقریبی: $\sqrt{0{,}5}$ را حساب کنید.

$\sqrt{0.5} \cong 0.701$

	0.701
7	0.50 49
1401	10000 1401
	0.8599

$\sqrt{2475} = 49.7$ -3

	49.7
4	24 75 16
89	875 801
987	7400 6909
	491

$49.7\times 49.7 + 4.9$

$\sqrt{2475} \approx 49.7$

4- افاده های زیر را ساده سازید.

$$a)\quad (-25\ a^2b)^3 = (-25)^3 a^6 b^3 = -15625a^6b^3$$

$$b)\quad (-4a\times 2a)^2 = (-8a^2)^2 = 64a^4$$

$$c)\quad (-2^{-4}x)^3 = (-\frac{x}{2^4})^3 = -\frac{x^3}{2^{12}}$$

5- افاده های زیر را ساده سازید.

$$a)\quad (625a^2b^2)^6 = (625)^6\cdot(a^2)^6\cdot(b^2)^6 = (625)^6a^{12}b^{12}$$

$$b)\quad (-10^3)^5 = -10^{3\cdot5} = (-10)^{15}$$

$$c)\quad (-4q^2p^3)^4 = (-4)^4(q^2)^4\cdot(p^3)^4 = 256q^8p^{12}$$

6- افاده های زیر را به شکل توان مثبت بنویسید.

$$a)\quad (27)^{-7} = \frac{1}{27^7}\quad b)\quad (9x^2)^{-4} = \frac{1}{(9x^2)^4},\quad c)\quad (6ab)^{-6} = \frac{1}{(6ab)^6}$$

7- افاده های زیر را به شکل توان منفی بنویسید.

$$a)\frac{1}{(36)^2} = (36)^{-2}\qquad b)\frac{26}{(16)^6} = 26\cdot(16)^{-6}\qquad c)\frac{-ab}{(cd)^4} = -ab\cdot(cd)^{-4}$$

8- افاده های زیر را ساده سازید.

$$(\frac{1}{2})^{-1}\times(\frac{1}{6})^{-1} = (\frac{1}{2}\times\frac{1}{6})^{-1} = (\frac{1}{12})^{-1} = \frac{1}{(\frac{1}{12})} = 1\cdot\frac{12}{1} = 12$$

$$(\frac{1}{3})^{-4}\times(\frac{1}{5})^{-4} = (\frac{1}{3}\times\frac{1}{5})^{-4} = (\frac{1}{15})^{-4} = \frac{1}{(\frac{1}{15})^4} = 1\cdot\frac{(15)^4}{1} = (15)^4$$

$$\sqrt{144}\times\sqrt{169} = 12\cdot13 = 156$$

$$(-6)^3\times(-6)^{-5} = (-6)^{3+(-5)} = (-6)^{-2} = \frac{1}{(-6)^2} = \frac{1}{36}$$

$$(13a^2)^6 = (13)^6\cdot(a^2)^6 = 13^6\cdot a^{12}$$

$$[(\frac{1}{4}y)^2]^6 = (\frac{1}{4}y)^{2\cdot6} = (\frac{1}{4}y)^{12} = (\frac{1}{4})^{12}\cdot y^{12}$$

9- افاده های زیرا را باهم ضرب کنید.

$$a)\quad (3\sqrt{8}+2)(\sqrt{2}-3\sqrt{7}) = 3\sqrt{16}-9\sqrt{56}+2\sqrt{2}-6\sqrt{7} = 3\sqrt{16}-9\sqrt{4\cdot14}+2\sqrt{2}-6\sqrt{7}$$
$$= 3\cdot4-9\cdot2\sqrt{14}+2\sqrt{2}-6\sqrt{7} = 12-18\sqrt{14}+2\sqrt{2}-6\sqrt{7}$$

$$b)\quad (\sqrt{2}+1)(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = \sqrt{2}\sqrt{5}-\sqrt{2}\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{3} = \sqrt{10}-\sqrt{6}+\sqrt{5}-\sqrt{3}$$

10- با دو مثال نشان دهید که: $a^m + a^n \neq a^{m+n}$

برای $m=2$، $n=3$ و $a=4$ نشان دهید.

$4^2+4^3\neq4^{2+3}$ یا $16+64\neq4^5 \Rightarrow 80\neq1024$

دریک عدد دیگر شاگردان انجام دهند.

11- با دو مثال عددی نشان دهید که $(a+b)^2\neq a^2+b^2$

با در نظر داشت $a=3$ و $b=2$ می توان نشان داد که:

$$(3+2)^2 \neq 3^2 + 2^2$$
$$(5)^2 \neq 9+4 \Rightarrow 25 \neq 13$$

توسط عدد دوم شاگردان نشان دهند.

12- نشان دهید که $a^m - a^n \neq a^{m-n}$

اگر $m=-3, a=\frac{1}{2}$ و $n=4$ باشد پس داریم.

$$(\frac{1}{2})^{-3} - (\frac{1}{2})^4 \neq (\frac{1}{2})^{-3-4}$$
$$\frac{1}{(\frac{1}{2})^3} - \frac{1}{16} \neq (\frac{1}{2})^{-7} \ , \ \frac{1}{\frac{1}{8}} - \frac{1}{16} \neq \frac{1}{(\frac{1}{2})^7}$$
$$8 - \frac{1}{16} \neq 128 \qquad \frac{128-1}{16} \neq 128$$
$$\frac{127}{16} \neq 128$$

به عدد دوم شاگردان نشان دهند.

13- به دو مثال عددی نشان دهید که: $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$

اگر $a=-3$ و $b=-6$ باشد پس:

$$(-3-(-6))^2 \neq (-3)^2 - (-6)^2$$
$$(-3+6)^2 \neq 9-36$$
$$(3)^2 \neq -27 \Rightarrow \quad 9 \neq -27$$

توسط عدد دوم شاگردان نشان دهند.

14- افاده های زیر را ساده و به شکل جذر بنویسید.

a) $5(25)^{\frac{1}{7}} + 7(25)^{\frac{1}{7}} + 4(25)^{\frac{1}{7}} = (5+7+4)(25)^{\frac{1}{7}} = 16(25)^{\frac{1}{7}} = 16\sqrt[7]{25}$

b) $36(15)^{\frac{6}{7}} - 17(15)^{\frac{6}{7}} = (36-17)(15)^{\frac{6}{7}} = 19(15)^{\frac{6}{7}} = 19\sqrt[7]{15^6}$

c) $\frac{(7)^{\frac{3}{5}}}{(7)^{\frac{3}{5}}} = 7^{\frac{3}{5}-\frac{3}{5}} = 7^0 = 1$

d) $\frac{(17)^{\frac{2}{9}}}{(17)^{\frac{2}{3}}} = (17)^{\frac{2}{9}-\frac{2}{3}} = (17)^{\frac{2-6}{9}} = (17)^{-\frac{4}{9}} = \frac{1}{(17)^{\frac{4}{9}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{(17)^4}}$

e) $\{(17^{\frac{3}{8}})\}^{\frac{1}{2}} = (17)^{\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{2}} = (17)^{\frac{3}{16}} = \sqrt[16]{(17)^3}$

f) $\{(19)^{\frac{5}{7}}\}^{\frac{2}{3}} = 19^{\frac{5}{7}\cdot\frac{2}{3}} = 19^{\frac{10}{21}} = \sqrt[21]{(19)^{10}}$



فصل دوم: محاسبات مالی

2-1: نسبت

صفحهٔ کتاب درسی (39)   وقت تدریس (1 ساعت درسی)

<table>
<tr><td>1- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهنیتی</td><td>- شاگردان مفهوم نسبت را بدانند.
- شاگردان نسبت بین دو کمیت را ترتیب و نسبت آن را در یافت کرده بتوانند.
- شاگردان در حیات روزمره ارزش نسبت را درک کنند و از آن کار بگیرند.
- ازکسب دانش و مهارت در موضوع احساس خوشی نمایند.</td></tr>
<tr><td>2- روش های تدریس:</td><td>سؤال و جواب، انفرادی</td></tr>
<tr><td>3- مواد ممد درسی:</td><td>گیلاس ها به سایز مختلف، چارت تصویر ورودی دارای چند گیلاس به سایز های متفاوت</td></tr>
<tr><td>4- توضیح ورودی:
(5) دقیقه</td><td>معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی کوتاه از درس گذشته با نشان دادن تصویر ورودی توجه شاگردان را به درس جدید جلب می کند و سؤال های ورودی را از شاگردان طرح می کند.شما در تصویر گیلاس ها را می بینید آیا گفته می توانید که یکی چند برابر دیگر است و هم شما می دانید که در یک مالیکول آب چند اتم آکسیجن و چند اتم هایدروجن وجود دارد این طور میگویند که بین گیلاس های مختلف آب و به همین ترتیب بین مالیکول های آکسیجن و هایدروجن یک نسبت وجود دارد.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه
استاد محترم شما سؤال ورودی را از شاگردان پرسان کردید که یک مالیکول آب از چند قسمت هایدروجن و چند قسمت اکسیجن ترکیب شده است؟ باشنیدن جواب سؤال جدول صفحهٔ 39 کتاب، فعالیت اول را به تخته نوشته و به نوبت شاگردان را بخواهید که جاهای خالی جدول را پر کنند. از هرکدام به ترتیب نسبت بین آکسیجن و هایدروجن را دریافت کنند و بعد بگوید شما دیدید که برای مالیکول های مختلف نسبت هایدروجن بر آکسیجن همیشه ثابت است . بعد شاگرد دیگر را بخواهید تا مثال داده شده را روی تخته حل کند. برای انجام فعالیت دوم شاگردان را به گروپ هایی مناسب تقسیم کنید که فعالیت دوم همین صفحه را با مشورت همدیگر انجام دهند. نسبت های که خواسته شده به گروپ خود دریافت کنید. معلم کار هر گروپ را بررسی کند. در اخیر نمایندهٔ هر گروپ کار گروپ خود را برای دیگران تشریح کند. اگر اشتباه وجود داشت. توسط اعضای گروپ های دیگر اصلاح شود. در اخیر نسبت بین دوکمیت یا مقدار همجنس رابرای شاگردان با حل دو مثال توضیح کنید.</td></tr>
</table>

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس به قسم مثال های حل شده یک چند مثال بعد روی تخته نوشته شود که دو آنها را حل کنند و در عین وقت شاگردان دیگر به کتابچه های خود حل کنند شاگردان حل خود را با حل تخته مقایسه کرده و در صورت اشتباه اصلاح کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم بفهمد که به هدف رسیده است یانه و یا شاگردان می توانند مستقلانه عمل کنند به ارتباط درس چند سؤال کنید که شاگردان حل کنند و یا به قسم شفاهی سؤال شود که جواب داده بدهند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

استاد محترم شما می دانید که یکی نسبت حسابی و دیگری نسبت هندسی است.

1- نسبت حسابی عبارت است از حاصل تفریق دو مقدار.

2 – نسبت هندسی عبارت از حاصل تقسیم دو مقدار

3- وسط حسابی: عبارت است از نصف حاصل جمع دو عدد می باشد مانند وسط حسابی عدد 7 و 18

$$\frac{7+18}{2}=\frac{25}{2}=12.5$$

4- وسط هندسی: عبارت است از جذر مربع حاصل ضرب دو عدد معلوم می باشد به طور مثال $\frac{6.25}{x}=\frac{x}{4}$ وسط هندسی آن مساوی است به

$$x^2 = 6.25\cdot 4 \Rightarrow \quad x=\sqrt{6.25\cdot 4}=\sqrt{25}\Rightarrow x=5\ :$$

9- جواب به سؤال های تمرین:

1 –نسبت 4 بر 7 حصه یک دایره را با نسبت 16 بر 28 حصۀ یک دایرۀ دیگر مقایسه کنید.

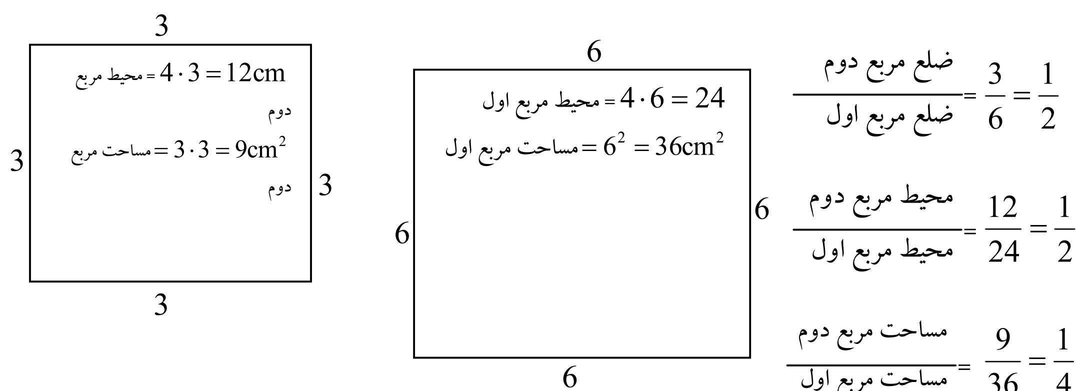
حل: نسبت $\frac{4}{7}$ حصه یک دایره و نسبت $\frac{16}{28}$ حصه یک دایره با هم مساوی است.

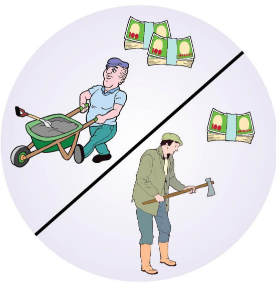
$$\left.\begin{aligned}\frac{4}{7}.\frac{16}{16}=\frac{64}{112}\\ \frac{16}{28}.\frac{4}{4}=\frac{64}{112}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{4}{7}=\frac{16}{28}$$

2 - اگر تعداد گروپ اول شاگردان یک صنف 25 نفر و تعداد گروپ دوم 40 نفر باشد. نسبت تعداد شاگردان گروپ دوم بر گروپ اول را در یابید.

$$\frac{\text{تعداد شاگردان گروپ دوم}}{\text{تعداد شاگردان گروپ اول}}=\frac{40}{25}=\frac{8}{5}$$

3- دو مربع را طوری در نظر بگیرید که اگر طول ضلع یکی آن 3 واحد باشد. نسبت ضلع مربع دوم به ضلع مربع اول برابر $\frac{1}{2}$ شود ، نسبت محیط مربع دوم بر محیط مربع اول و هم چنان مساحت مربع دوم بر مساحت مربع اول را پیدا کنید.





2-2: تقسیم به اجزای متناسب

صفحۀ کتاب درسی (41)   وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم اجزای متناسب را بدانند. - شاگردان نفع ویا ضرر را مطابق اسهام داده شده، تقسیم کرده بتوانند. - شاگردان از تقسیم حصه های تعیین شده لذت برده و ارزش آن را بدانند.
2- روش های تدریس:	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی:	خط کش، چارت تصویر ورودی
4- توضیح ورودی: (5) دقیقه	معلم محترم بعد از سلام، احوالپرسی و اجرای سایر فعالت های مقدماتی ضروری ارزیابی کوتاه از درس گذشته با نشان دادن چارت تصویر ورودی و طرح سؤال ورودی درس جدید را آغاز کنید. شما تابه حال شنیده اید که یک نفر کار زیاد و دیگر نفر کار کم را به انجام رسانیده باشد. - آیا مزد هر دوی شان یکی خواهد بود ؟ یا متفاوت ؟ به همین ترتیب اگر دوشی همجنس که مقدار شان فرق داشته باشد یکی دوبرابر دیگر باشد آیا قیمت های شان مساوی است یا اینکه مقدار شان متناسب است. اگر شاگردان مشکل داشتند کمک کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! فعالیت صفحۀ 41 کتاب را توسط شاگردان بخوانید کوشش کنید که جدول توسط شاگردان پر شود تا که آنها بتوانند مقدار هر شي و مجموعۀ نسبت ها را به دست آورند و هم چنان نسبت بین آنها را دریافت کنند. به همین ترتیب فعالیت 2 را شاگردان به شکل گروپی کار کنند در هر قسمت فعالیت برای شاگردان معلومات داده شود بعد یک شاگرد بخواهید. مثال را روی تخته حل کند. شاگردان دیگر علاوه بر اینکه در کتابچه های خود حل می کنند از تخته هم استفاده کنند. اگر در حل روی تخته کدام اشتباه باشد توسط یک شاگرد داوطلب اصلاح شود. شاگردان دیگر کار خود را با آن مقایسه کنند. در اخیر معلم نتیجه فعالیت را برای شاگردان بگوید. دو مقدار وقتی متناسب اند. مثال بعد از فعالیت به روی تخته توسط خود شما کار شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مشابه به مثال های حل شده چند سؤال به شاگردان داده شود تا با یادگرفتن درس مفهوم گرفته و مستقلانه بتوانند سؤال را حل و جواب درست بدست بیآورند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اطمینان خود از یاد گیری شاگردان، چند سؤال پرسیده شود ، تا شاگردان ارزیابی شوند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

اگر یک عدد به چند نسبت داده شده باشد اول حاصل جمع نسبت ها را دریافت کرده بعد عدد را بر مجموع تقسیم می کنید و خارج قسمت رابه هریک از نسبت داده شده ضرب و نسبت به هر قسمت بدست می آید.

که از این فورمول استفاده می شود.

$$\text{حصهٔ هر جزء} = \frac{\text{عدد داده شده}}{\text{مجموع تمام حصه ها}} \cdot \text{نسبت}$$

9- جواب به سؤال های تمرین:

1- اگر نسبت دو عدد $\frac{3}{5}$ و عدد دو م آن 25 باشد عدد دیگرش را معلوم کنید.

حل: می دانیم که:

$$\text{نسبت} = \frac{\text{عدد اول}}{\text{عدد دوم}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{\text{عدد اول}}{25}$$

$$\text{عدد اول} = \frac{3 \cdot 25}{5}$$

$$\text{عدد اول} = 3 \cdot 5 = 15$$

2- دو نفرمشترک کار می کنند که مجموع پول های شان 280 افغانی و نسبت بین پول های شان $\frac{3}{4}$ است. آیا دریافت کرده می توانید که نفر اول و دوم هر کدام چند افغانی گرفته اند؟

حل: حصهٔ نفر اول 3 و حصهٔ نفر دوم 4 است . مجموع حصه ها: $3+4=7$

حصهٔ نفر اول : $\frac{280}{7} \cdot 3 = 40 \cdot 3 = 120$

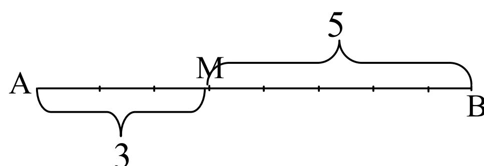
حصهٔ نفر دوم: $\frac{280}{7} \cdot 4 = 40 \cdot 4 = 160$

3 – در قطعه خط $\overline{AB}$ که طول آن 32cm است. نقطهٔ M را طوری تعیین کنید که قطعه خط مذکور را به نسبت $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{3}{5}$ تقسیم کند. طول قطعه خط های AM و MB را در یافت کنید.

حل: حصهٔ $\overline{AM} = 3$ و حصهٔ خط $\overline{BM} = 5$ است. مجموع شان $8 = 3+5$ می شود. یعنی قطعه خط AB به هشت قسمت مساوی تقسیم شده است.

$$\overline{AM} = \frac{32}{8} \cdot 3 \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12cm \quad , \quad \overline{MB} = \frac{32}{8} \cdot 5 \Rightarrow 4 \cdot 5 == 20cm$$

به طریق دیگر: $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}}=\frac{3}{5}$



با استفاده از خواص تناسب می توان نوشت:

$$\frac{\overline{AM}+\overline{BM}}{MB}=\frac{3+5}{5}\Rightarrow\frac{\overline{AB}}{\overline{MB}}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{32}{\overline{MB}}=\frac{8}{5}\Rightarrow\overline{MB}=\frac{32\cdot5}{8}=20cm$$

$$\overline{MB}=20cm$$

$$\overline{AM}=\overline{AB}-\overline{MB}\Rightarrow\overline{AM}=32-20=12cm$$

4- 320 سیر گندم را بالای سه نفر دهقان به نسبت 7,5 و 9 تقسیم کنید.

حل:

نفر اول 9 سهم

نفر دوم 7 سهم

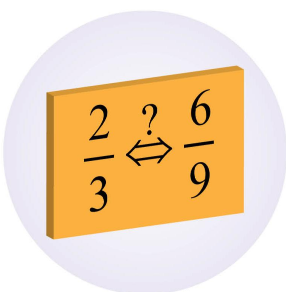
نفر سوم 5 سهم

مجموعهٔ تمام سهم ها $5+7+9=21$

حصهٔ گندم نفر اول : $\frac{320}{21}\cdot9=\frac{960}{7}=13.71$

حصهٔ گندم نفر دوم : $\frac{320}{21}\cdot7=\frac{320}{3}=106.6$

حصهٔ گندم نفر سوم : $\frac{320}{21}\cdot5=\frac{1600}{21}=76.1$



3-2: تناسب

صفحۀ کتاب درسی (43) وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم و تشکیل تناسب را بدانند. - شاگردان با انجام دادن عملیه های جمع ، ضرب و تقسیم جزء نا معلوم تناسب را در یافت کرده بتوانند. - شاگردان ارزش و اهمیت آن را درک نمایند و از کار برد آن در حیات روز مره لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد درسی روزانه
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته توجه شاگردان را به موضوع ورودی که در کتاب است جلب می کند. واین طور پرسان می کند. بین نسبت های $\frac{2}{3}$ و $\frac{6}{9}$ چه قسم رابطه را می بینید؟ آیا حاصل ضرب 2،9 با حاصل ضرب 3,6 مساوی است و یا تفاوت دارند؟ اگر شاگردان مشکلات داشتند تشریح کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

ورودی فوق انگیزۀ خوب برای درس است. استاد محترم برای توضیح سؤال فوق فعا لیت را که موضوع اصلی درس است در نظر بگیرید. یک شاگرد را بخواهید که فعالیت صفحه 43 کتاب را روی تخته انجام دهد. نسبت بین تعداد پنسل پاک ها و قلم هارا دریافت و جدول را تکمیل کند و در صورت اشتباه شاگرد را کمک و راهنمایی کنید.

یک شاگرد را بخواهید که همین نسبت ها را با هم مقایسه نتیجه رابرای شاگردان دیگر بگوید. به همین ترتیب توسط یک شاگرد حاصل ضرب $3\cdot 8$ و $4\cdot 6$ به دست بیآورید. باز ازشاگردان سؤال کنید که چه وقت یک تناسب تشکیل میشود اگر شاگرد جواب بگوید درست است علاوه بر آن با در نظر داشت مثال کتاب شکل تناسب که با نسبت های $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ و $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$ است تشریح کنید.

از یک شاگرد بپرسید یک نسبت مساوی به نسبت $\frac{5}{8}$ را پیدا کنید. شاید شاگرد نسبت $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$ را که ازضرب نمودن صورت و مخرج $\frac{5}{8}$ به 2 حاصل شده است به دست آورد. یعنی $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}\cdot\frac{2}{2}$، پس گفته می شود $\frac{5}{8}=\frac{10}{16}$ یک تناسب بوده که از تساوی دو نسبت یک تناسب تشکیل می شود و هم مشوره شود که اگر در یک تناسب سه حد معلوم باشد و یک حد نامعلوم باشد چطور حد نا معلوم را در یافت مینماییم در مورد مثال کار شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

استاد محترم برای تحکیم درس مشابه به مثال کتاب، چند سؤال روی تخته نوشته و از شاگردان بخواهدکه به کتابچه های خود حل کنند . از کار شاگردان نظارت کند وشاگردان را تحسین و آفرین گفته وشاگردان ضعیف را کمک کند . تساوی نسبت $\frac{4}{5}$ که یک تناسب را تشکیل میدهد توسط یک شاگرد بنوسید . تا تناسب تشکیل شود وشاگرد دیگری را وظیفه دهد تا طرفین و وسطین تناسب را نشان دهند .

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم ازفرا گیری شاگردان مطمئن شود که درس را فهمیده اند یا نه ؟

نسبت های $\frac{4}{9},\frac{6}{7},\frac{2}{3}$ راروی تخته بنویسدو چند شاگرد را بخواهد به نوبت برای نسبت های داده شد ه طوری یک نسبت را در یافت کنند که دو نسبت ، یک تناسب را تشکیل دهند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

استاد محترم برای تشکیل یک تناسب صرف مساوی بودن دو نسبت، شرط نیست. بلکه شده می تواند که بیشتر از دو نسبت بین خود مساوی باشند؛ مانند: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12}=\frac{10}{20}=\frac{35}{70}$ که مساوی بودن چند نسبت به نام تناسب مرکب یاد می شود. تناسب فوق یک تناسب مرکب است. به همین ترتیب $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}=\frac{12}{18}$ هم یک تناسب مرکب است.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- در نسبت های زیر کدام جوره آنها با هم یک تناسب را تشکیل میدهند

a) $\frac{3}{8}\neq\frac{12}{30}$ تناسب نیست

b) $\frac{2}{5}=\frac{40}{100}$ یک تناسب است

c) $\frac{7}{3}=\frac{35}{15}$ یک تناسب است

d) $\frac{49}{35}=\frac{7}{5}$ یک تناسب است

3- سه حد یک تناسب داده شده حد دیگر آن را در یافت کنید حد نا معلوم را به x نشانبدهید.

a) $\frac{2}{6}=\frac{5}{x}$ $\quad \frac{2}{6}=\frac{5}{x}\Rightarrow 2x=30 \quad , \quad x=\frac{30}{2}\Rightarrow x=15$

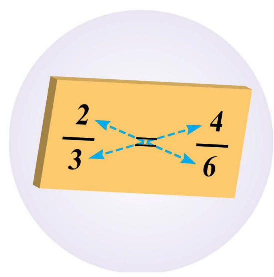
b) $\frac{14}{8}=\frac{7}{x}\Rightarrow x=\frac{8\cdot 7}{14}=4$

c) $\frac{1}{3}=\frac{2}{x}\Rightarrow x=6$

d) $\frac{x}{9}=\frac{3}{27}\Rightarrow x=\frac{27}{27}\Rightarrow x=1$

e) $\frac{x}{8}=\frac{6}{12}\Rightarrow\frac{x}{8}=\frac{6}{12}\Rightarrow 12x=6\cdot 8 \ , \ 12x=48\Rightarrow x=4$

f) $\frac{x}{14}=\frac{21}{7}\Rightarrow\frac{x}{14}=\frac{21}{7}\Rightarrow 7x=14\cdot 21 \ , \ x=\frac{\overset{2}{\cancel{14}}\cdot 21}{\underset{1}{\cancel{7}}}\Rightarrow x=42$



2-4: خواص تناسب

صفحهٔ کتاب درسی (45) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید خواص تناسب را بدانند. - شاگردان با استفاده از خواص تناسب سؤال ها را حل کرده بتوانند. - شاگردان از این خاصیت در حیات روزمره کار بگیرندواز کار برد خواص تناسب در حل سوال ها ،لذت ببرند .
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد درسی روزانه چارت فعالیت صفحهٔ 47 کتاب
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته توجه شاگردان را به تصویر ورودی و موضوع ورودی جلب نماید و از ایشان سؤال کنید که: آیا گفته می توانید اعداد 6,4,3,2 یک تناسب را تشکیل می دهد؟ کی می گوید که حاصل ضرب دو جورهٔ $2\cdot 6$ و $3\cdot 4$ به کدام نام یاد می شود؟ برای جواب این سؤال فعالیت زیر را مدنظر می گیریم این درس را به دو روز تقسیم کنید

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! فعالیت صفحهٔ 45 کتاب را که در آن قیمت های a,b,c داده شده اند با سهم گیری شاگردان انجام دهید وخاصیت اول تناسب را بامثال صفحهٔ 45 به روش سوال وجواب معرفی و کار کنید.

- معلم شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم نماین تا فعالیت صفحهٔ 46 کتاب را به مشورت هم کار نمایند . از گروپ ها نظارت نمایید . گروپ های فعال را تشویق وضعیفان را رهنمایی کنید .
- معلم محترم خاصیت های دوم وسوم را با مثال صفحهٔ 46 کتاب به اشتراک فعال شاگردان معرفی وحل کنید.
- معلم چارت فعالیت صفحهٔ 47 کتاب را پیشروی صنف بیا ویزد ویک شاگرد را بخواهد تا فعالیت را به روی تخته انجام دهد. همزمان متباقی شاگردان عین فعالیت را در کتابچه های خودانجام دهند در ختم شاگرد فعالیت خویشرا به روی تخته توضیح دهد در صورت صحت بودن شاگردانی که اشتباه کرده اند. اشتباه خویش را رفع نمایند .
- معلم خاصیت های پینجم ،ششم وهفتم را فه سهم گیری شاگردان توضیح دهد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس شاگردان را به ترتیب به تخته بخواهید و از قسمت های مختلف خواص تناسب سؤال کنید و بالای شاگردان به ارتباط شان سوال ها حل کنید و شاگردان دیگر به کتابچه های خود کار کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم از براگیری شاگردان مطمئن شود. با طرح سوال ها از چند شاگرد آنها را ارزیابی کند که آیا شاگردان مهارت حل کردن سوالات را دارند یا نه؟

8- معلومات اضافی برای معلم

خاصیت های تناسب را می توان به صورت زیر به دست آورد.

1- با در نظر داشت خواص تناسب می توانیم اطراف تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ را به bd ضرب کنیم دیده می شود حاصل ضرب طرفین مساوی به حاصل ضرب وسطین است $bd\frac{a}{b}=bd\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$

2- در تناسب جاهای وسطین قابل تبدیل است. در تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ اطراف مساوات را به $\frac{b}{c}$ ضرب می نماییم

$$\frac{a}{b}.\frac{b}{c}=\frac{c}{d}.\frac{b}{c}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

3- در تناسب جاهای وسطین قابل تغییر است $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ اطراف را ضرب $\frac{d}{a}$ می کنیم

$$\frac{a}{b}.\frac{d}{a}=\frac{c}{d}.\frac{d}{a}\Rightarrow\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$$

4- معکوس نسبت ها دریک تناسب تشکیل می دهند. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

5- اگر مخرج ها را با صورت ها جمع و در صورت می بنویسیم باز هم یک تناسب تشکیل می شود

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

ثبوت: اطراف تناسب را با عدد 1 جمع می نماییم:

$$\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+b}{d}$$

6- از صورت ها می توانیم مخرج ها را تفریق و حاصل را در صورت بنویسیم که یک تناسب را بوجود می آورد.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{a}=\frac{c-d}{d}$$

ثبوت: از اطراف تناسب (1-) را کم می کنیم. $\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

7 – برای هر تناسب $\frac{a-b}{a+b}=\frac{c-d}{c+d}$ وجود دارد.

ثبوت: از خاصیت پنجم استفاده می کنیم $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$..........(I)

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}..........(II)$$

رابطه 2 را تقسیم رابطهٔ 1 می نماییم:

$$\frac{\frac{a-b}{b}}{\frac{a+b}{b}}=\frac{\frac{c-d}{d}}{\frac{c+d}{d}}=\frac{a-b}{b}\cdot\frac{b}{a+b}=\frac{c-d}{d}\cdot\frac{d}{c+d}=\frac{a-b}{a+b}=\frac{c-d}{c+d}$$

8- اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ یک تناسب باشد، پس $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ در تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ خاصیت دوم را (تغییر جاهای وسطین) تطبیق می کنیم $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ با تطبیق خاصیت پنجم داریم:

$$\frac{a+c}{b+c}=\frac{c}{d}=\frac{a}{b}$$

9- جواب به سؤال های تمرین

تناسب های زیر را با در نظر داشت قیمت های داده شده به شکل عددی بنویسید.

1- اگر $a=10$ $b=5$ $c=30$ $d=15$ باشد ، در آن صورت

$$\frac{b}{a-b}=\frac{d}{c-d}\Rightarrow\frac{5}{10-5}=\frac{15}{30-15}=\frac{15}{15}$$

$1=1$ می باشد.

2- اگر $a=8$ $b=9$ $c=32$ $d=36$ باشد، در آن صورت

$$\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}\Rightarrow\frac{9}{8+9}=\frac{36}{32+36}\Rightarrow\frac{9}{17}=\frac{36}{68}$$ است.

3- اگر $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ باشد با استفاده از خاصیت های تناسب چی طور می توانید تناسب $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$ را به دست آورید ؟

حل: با استفاده از خاصیت پنجم و ششم داریم $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ به همین ترتیب $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ است. روابط فوق را طرف به طرف تقسیم می کنیم:

$$\frac{a+b}{b}\div\frac{a-b}{b}=\frac{c+d}{d}\div\frac{c-d}{d}=\frac{a+b}{b}\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{c+d}{d}\cdot\frac{d}{c-d}\Rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$



5-2: تناسب مستقیم

صفحهٔ کتاب درسی (49)　　　**وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان انواع تناسب را بشناسند و مفهوم تناسب مستقیم را بدانند. - شاگردان در یک سؤال، تناسب مستقیم را تشخیص و آن را حل کرده بتوانند. - شاگردان از تناسب مستقیم در حل مسائل ریاضی در حیات روزمره کار بگیرند و از آن لذت ببرند.
2- روش های تدریس:	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی:	دستهٔ کاغذ های رنگه چارت جداول صحفهٔ 49 کتاب
4- توضیح ورودی: (5) دقیقه	استاد محترم بعد از احوالپرسی درس گذشته راارزیابی کنید موضوع ورودی راکه به ارتباط شکل است به قسم سؤال و جواب توضیح کنید در دست من شما چند بستهٔ کاغذ های رنگه را می بینید ؟ طوری که برای هر شاگرد دو بسته کاغذ غرض ساختن کار دستی داده شده اگر تعداد شاگردان 20 نفر باشد چند بسته کاغذ ضرورت است ؟ (40 بسته) اگر تعداد شاگردان 30 نفر باشد چند بسته ضروررت است؟ (60) بسته. آیا گفته میتوانید اگر شاگردان دو برابر، سه برابر و چهار برابر شوند تعداد بسته ها هم به همان اندازه زیاد می شود. به این ترتیب برای جواب این سؤال فعالیت زیر را در نظر می گیریم.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

استاد محترم ! چارت جدول ها را پیشروی صنف بیاویزد و یک یک شاگرد را به نوبت بخواهید تا جدول یک را خانه پری نمایند.

- معلم برای خانه پری جدول دوم شاگردان را به گروپ ها تقسیم کند تا در مشورت هم آن را خانه پری نمایند در ختم دیده می شود که با ازدیاد قیمت بوره نیز ازدیاد می نماید ، پس برای شان گفته شود که این طور تناسب که با زیاد شده یک کمیت ، کمیت دیگر افزایش می یابد تناسب مستقیم را تشکیل می دهد. هم چنان کم شدن مقدار بوره که سبب کاهش قیمت بوره می شود. نیز یک تناسب مستقیم باشد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مانند مثال حل شده، چند سؤال از شاگردان کند تا بتوانند سؤال های تناسب مستقیم رابه ساده گی معلم کنند **مثال:** موتری در هر 50 km به 4.5 lit تیل ضرورت دارد. اگر در تانکی موتر 36 lit تیل باشد برای چقدر مسافه کافی است ؟

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی درس دو شاگرد را به نوبت بخواهید وبا طرح سؤال های دانشی و مهارتی از فراگیری درس خود مطئن سازید.

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم شما با در نظر داشت یک سرعت ثابت می توانید در بارهٔ تناسب مستقیم تفکر و بعد جدول زیر را تکمیل کنید:

وقت به ساعت	1	2	3	4	5	6
فاصله	10 کیلومتر	20 کیلومتر				
سرعت	10 کیلومتر در یک ساعت	10 کیلومتر فی ساعت	10 کیلومتر فی ساعت	10 کیلومتر فی ساعت		

شما می دانید که در یک تناسب مستقیم با زیاد شدن یک کمیت به ترتیب کمیت دیگر هم زیاد می شود. حاصل تقسیم این دو کمیت همیشه مساوی به یک عدد ثابت یعنی عین عدد شده می تواند.

9- جواب به سؤالات تمرین

1- مزد 12 نفر مزدورکار 480 افغانی است، مزد 10 نفر را معلوم کنید. مزد همه کارگران برابر است.

نفر	مجموع
12	480
10	x

$$\Rightarrow \frac{12}{10}=\frac{480}{x} \quad , \ 12\cdot x = 480\cdot 10$$

$$\Rightarrow x=\frac{480\cdot 10}{12} \Rightarrow x = 400$$

2- اگر یک نفر کارگر در 5 روز 125 افغانی مزد بگیرد، مزد 18 روزه کارگر مذکو را بدست آورید.

روز	مزد به افغانی
5	125
18	x

$$\Rightarrow \frac{5}{18}=\frac{125}{x} \Rightarrow 5\cdot x = 18\cdot 125$$

$$\Rightarrow x=\frac{18\cdot 125}{5} = 18\cdot 25 = 450$$

3- برای خریدن 3 متر تکه 33.75 افغانی ضرورت است. برای خریدن 15 متر تکه چند افغانی به کار خواهد بود؟

تکه به متر	پول به افغانی
3	33.75
15	x

$$\Rightarrow \frac{3}{15}=\frac{33.75}{x} \Rightarrow 3\cdot x = 15\cdot 33.75$$

$$\Rightarrow x=\frac{15\cdot 33.75}{3}$$

$$x = 168.75$$



2-6: تناسب معکوس

صفحۀ کتاب درسی (51) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

<table>
<tr><td>1- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهیتی</td><td>- شاگردان باید مفهوم تناسب معکوس را بدانند.
- شاگردان درسؤال های عبارتی،تناسب معکوس را تشخیص و حل کرده بتوانند.
- شاگرد ان از تناسب معکوس در حل مسائل روزمره کار بگیرند و از مسائل احساس خوشی نمایند.</td></tr>
<tr><td>2- روش های تدریس:</td><td>سؤال و جواب، انفرادی و گروهی</td></tr>
<tr><td>3- مواد ممد درسی:</td><td>فلش کارت به ارتباط تصویر ورودی</td></tr>
<tr><td>4- توضیح ورودی:
(5) دقیقه</td><td>استاد محترم بعد از احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته برای ایجاد انگیزه با طرح سؤال ورودی وارد درس جدید شود. شما در تصویر ورودی می ببینید شاگردان مصروف پاک کردن صنف اند نگران صنف می خواهد که هرچه زود تر صنف پاک و منظم شود. آیا گفته میتوانید اگر شاگردان زیاد حصه بگیرند صنف به وقت کم پاک می شود یانه؟ به همین ترتیب اگر یک شاگرد در پاک کردن صنف کارکند. چه تفاوت با سهم گیری شاگردان زیادی دارد؟ برای شاگردان بگویید که وقت زیاد ضرورت دارد.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه
شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم نمایید. بعد فعالیت صفحۀ 51 کتاب را برای شاگردان بدهید تا به مشورت یکدیگر جدول را به قسم درست پر و تکمیل کنند. نمایندۀ هر گروپ کار خود را برای دیگران تشریح و توضیح کند. اکر به کار اشتباه باشد شما اصلاح نکنید. کوشش کنید که کار یک گروپ را گروپ دیگر اصلاح می کند. و بعد شما جواب سؤالات زیر را از شاگردان بخواهید:
آیا گفته می توانید با کم شدن روز تعداد کارگران زیاد می شود یاکم؟
آیا گفته می توانیدبا ازدیاد تعداد روز تعداد کارگران زیاد می شود یا کم ؟
بین تعداد روزها و تعددا کارگران چه قسم رابطه وجود دارد؟
در اخیر شما بین دو مقدار یا دو کمیت ارتباط یک تناسب معکوس را تشکیل کنید. به قسم کوتاه تشریح و مثال در مورد آن حل کنید تا اینکه شاگردان مفهوم تناسب معکوس را بدانند.</td></tr>
<tr><td colspan="2">6- تحکیم درس: (7) دقیقه
برای اینکه زیادتر و خوبتر درس ذهن نشین شاگران شود به قسم مثال چند سؤال دیگر برای شان بدهید که به کتابچه های خود حل کنند و بعد یک یک نفر شاگرد روی حل خویش تواضح دهد.</td></tr>
</table>

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم اطمینان حاصل کند که به هدف رسیده یانه به ارتباط تناسب معکوس از شاگردان سؤال کنید تا اینکه شاگردان به انجام دادن حل سؤال مهارت پیدا کنند. و بدون کمک سؤال را حل کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

راه ساده برای حل تناسب معکوس مانند تناسب مستقیم این است که کمیت ها را در ستون های مربوطه نوشته، بعد حاصل ضرب دو کمیت معلوم هم سطر را بالای کمیت معلوم هم سطر مجهول تقسیم می کنیم: به طور مثال:

مقاومت	شدت
6	40
x	60

$$x = \frac{40 \cdot 6}{60} = 4\ \text{Ohm}$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1 – چهار نل یک حوض را در 8 ساعت پر می کند، 5 نل، این حوض را در چند ساعت پر خواهد کرد؟(قطر های نل ها با هم مساوی است)

حل:

$\frac{1}{\text{ساعت}}$	نل
$\frac{1}{8}$	4
$\frac{1}{x}$	5

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{x}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{x}{8}$$

$$5x = 4 \cdot 8 \Rightarrow x = \frac{32}{5} = 6.4$$

یا 6 ساعت و 24 دقیقه

2- یک موتر با سرعت $50\,{}^{km}\!/_{h}$ حرکت می کندفاصله بین دو شهر را در 3 ساعت طی میکند. اگر سرعت موتر دیگری $75\frac{km}{h}$ باشد فاصله بین دو شهر را در چند ساعت طی می کند؟

حل:

$\frac{1}{\text{ساعت}}$	نل
$\frac{1}{3}$	50km
$\frac{1}{x}$	75km

$$\Rightarrow \frac{50}{75} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{x}}\ ,\ \frac{50}{75} = \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow 75 \cdot x = 50 \cdot 3 \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 3}{75} = \frac{150}{75}$$

$$x = 2\text{h}$$

$$\frac{5}{3}=\frac{25}{15}=\frac{30}{18}$$

7-2: تناسب مرکب

صفحهٔ کتاب درسی (53)　　　وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم تناسب مرکب را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان از روی انواع تناسب، تناسب مرکب را تشکیل و حل کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان در زنده گی روزمره از تناسب مرکب کارگرفته و ارزش آن را در حل مسائل روزمره درک کننده‌واز کار برد آن لذت ببرد.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی و انفرادی، عملی
3- مواد ممد درسی	جگ، گیلاس و بوره
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته توجه شاگردان را به موضوع ورودی و طرح سؤال در موردآن جلب کند. از درس گذشته انواع تناسب را می شناسید (تناسب مستقیم و معکوس) در قسمت اول ورودی صفحهٔ 53 کتاب چند نسبت را می بینید که با یکدیگر مساوی است آیا فکر کرده می توانید که در یک تناسب، تناسب مستقیم و معکوس یعنی هر دو شده می تواند که موجود باشد یانه؟ یا به عبارت دیگر یک تناسب را می شناسید که در عین وقت هم تناسب مستقیم وهم تناسب معکوس داشته باشند؟ اگر شاگردان جواب بگویند خوب است. در غیر آن شما برای شان بگویید برای دریافت جواب ها اجرای فعالیت زیررا در نظر می گیریم.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

شاگردان را به گروپ ها تقسیم و عبارات فعالیت صفحهٔ 53 کتاب توسط یک شاگرد به آواز بلند قرائت شود. تااین که تمام شاگردان مفهوم حل کردن شربت را توسط آب بدانند به آن ها بگویید است به شکل درست اعضای گروپ خانه های خالی جدول را به مشورت همدیگر پر کند بعد نمایندهٔ هر گروپ به روی تخته کار گروپ خود را برای دیگران تشریح کند. در هر صورت اشتباه توسط گروپ دیگر اصلاح شود. بعد شما می توانید به قسم زیر و یا به خواست خود به ارتباط درس یک چند سؤال طرح کنید.

آیا تناسب مرکب تنها و تنها دارای دو نسبت مساوی شده می تواند و یا زیاد تر از آن؟

تعداد گیلاس های آب و شربت به نسبت تعداد قاشق ها همیشه یک عدد ثابت است و یا فرق دارد؟

بعد از شنیدن جواب های درست شما نتیجهٔ فعالیت را برای شان تشریح کنید به ارتباط آن مثال اول صفحهٔ 54 را برای شان حل کنید تا این که شاگردان به گرفتن مفهوم درس موفق شوند. به همین ترتیب مثال دوم همین صفحه را

که هر دو تناسب مستقیم و معکوس را بر دارد. برای شان حل کنید. برای تشکیل تناسب مرکب رهنمایی کنید. در ا خیر به صورت مکمل تناسب مرکب را تشریح نمایید و برای شان هم یاد آوری کنید که جهت تیر به طرف بالا تناسب مستقیم را وجهت تیر به طرف پایین تناسب معکوس را وانمود می کند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای این که درس خوب ذهن نشین شاگردان شود. مانند مثال های حل شده چند سؤال برای شان بدهیدکه در کتابچه های خود حل کنند. مشابه همین مثال سؤال ها به روی تخته حل شود. در صورت اشتباه کمک ورهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم از تدریس و رسیدن به هدف اطمینان حاصل کند به ارتباط درس به قسم شفاهی به شاگردان سؤال بدهد که شاگردان به حل کردن سؤال مهارت انجام دادن آن را دارند یا نه؟ جواب صحیح را به دست آورده می توانند یا نه؟

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم ضرور نیست که حتماً تناسب مرکب را به قسم مشرح و مراحل آن را حل کند خوب است که از فکر و دماغ خود کار گرفته از روی قوانین تناسب به یک سطر حل کند به قسم مثال 12 نفر که روز 5 ساعت کار می کنند یک زمین $1000m^2$ مساحت دارد به 8 روز ضرورت دارد. 10 نفر که روز 6 ساعت کار می کنند یک زمین دیگر را که مساحت آن $1500m^2$ باشد چند روز کار دارد این سؤال را به قسم کوتاه این طور حل می کنیم.

روز	ساعت	مساحت	نفر
8	5	1000	12
x	6	1500	10

اول مجهول نسبت x و 8 را بنویسد، نسبت دو عدد معلوم را و آن دو را با 8 روز مقایسه کنید اگر تناسب مستقیم بود عدد بزرگ را در صورت و عدد کوچک را در مخرج کسر به طرف دیگر مساوات می نویسیم، اگر تناسب معکوس بود عدد بزرگ را در مخرج و عدد کوچک را در صورت بنوسید اگر گفته شود که جواب زیاد به کار است عدد بزرگ و اگر بگویید که (جواب کم به کار است) عدد کوچک در صورتی که کسر که به طرف دیگر مساوات واقع است در این حالت عدد همجنس نامبرده را در مخرج به حالت ضرب می نویسیم؛ یعنی:

$$\frac{x}{8}=\frac{5\cdot1500\cdot12}{6\cdot1000\cdot10}\Rightarrow\frac{x}{8}=\frac{15}{10}$$

$$10\cdot x=15\cdot8\Rightarrow x=\frac{15\cdot8}{10}=3\cdot4\Rightarrow x=12$$

9- جواب به سؤال های تمرین

جواب سؤال اول:

نفر	ساعت	زمین	روز
24	8	2000	20
↓	↓	↑	
40	12	3000	x

$$\frac{20}{x} = \frac{2000 \cdot 12 \cdot 40}{3000 \cdot 8 \cdot 24} \Rightarrow 5x = 60, x = 12$$

جواب سؤال دوم:

گندم به کیلو	فاصله به کیلو متر	افغانی
4200	810	500
↓	↑	
6000	630	x

$$\frac{500}{x} = \frac{810 \cdot 4200}{630 \cdot 6000} = \frac{500}{x} = \frac{9}{10}$$

$$x = \frac{500 \cdot 10}{9} = 555.555 \Rightarrow x = 273.\bar{3}$$ افغاني

$$\frac{15}{100} = \frac{11}{x}$$

x=?

8-2: فیصد

صفحهٔ کتاب درسی (55) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم فیصد را بدانند. - شاگردان از روی فیصد مقدار نفع ونقص را پیدا کرده بتوانند. - شاگردان در حیات روزمره از فیصد استفاده و از روی آن کار های عملی خود را به مارکیت تقدیم کنند و از این رهگذر احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعداز احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته با در نظر داشت موضوع ورودی توجه شاگردان را به درس جلب می نمایید و به شکل زیر سؤال را طرح می کنید. تیم یک مکتب از 15 بازی 11 بازی را، برده است و مکتب دیگر از 12 بازی 10 بازی را برده است گفته می توانید که کدام مکتب بازی های زیاد را برده است؟ فیصدیا $\frac{1}{100}$ چی معنی می دهد؟ کی می تواند در قسمت فیصد معلومات خودرا بگوید ؟ اگر کسی یک کمی معلومات ارائه کند آن را تشویق کنید علاوه بر آنها شما هم معلومات دهید و بعد از آن فعالیت را انجام دهید.
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه استاد محترم از یک شاگرد بخواهید که فعالیت صفحه 55 کتاب را بخواند. بعد از یک شاگردیگر مفهوم فعالیت را پرسان کنید. اگر شاگردان مشکلات داشتند شما فعالیت را تشریح کنید. و در قسمت فیصد $(\frac{1}{100})$ معلومات دهید بعد، همین فعالیت توسط یک شاگرد روی تخته حل شود. توجه کنید که شاگردان از روی جدول چه قسم تناسب تشکیل و در حل از کدام خاصیت تناسب کار میگیرند. اگر اشتباه می کنند، کمک و راهنمایی کنید. به همین ترتیب دو شاگرد را به نوبت بخواهید که مثال اول ودوم را روی تخته حل کنند و به عین وقت شاگردان دیگر به کتابچه های خود بدون اینکه از کتاب استفاده شود حل کنند؛ اگر شاگرد روی تخته اشتباه می کند به واسطه یک شاگرد داؤطلب اصلاح شود در اخیر درس با استفاده از مثال های کار شده فیصد را برای شاگردان تشریح و تعریف کنید. تا اینکه تمام شاگردان مکمل مفهوم فیصد را بدانند و از آن ستفاده کنند.	

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای مطئن شدن از یاد گیری ازشاگردان ایشان را ارزیابی کنید که آیا دانش و مهارت را کسب کرده اند یانه ؟

8- معلومات اضافی برای معلم

برای آسانی مسائل حسابی در حیات روزمره در اکثر معاملات تجارتی مفاد، ضرر ، زیاد شدن و کم شدن سرمایهٔ بانک ها ، احصائیه عدد ها را مقایسه و دیگر معاملات حسابی را نظر به 100 می سنجند و این طرز ارائه را فیصدی می گویند. فیصد در حقیقت صدم حصهٔ یک عدد است. فیصد در حقیقت یک کسری است. که مخرج آن100 باشد اگر دو نفر تاجر به سر مایه های مختلف فایده کرده باشند بدین صورت قبل از محاسبه گفته نمی توانید که کدام تاجر فایده بیشتر به دست آورده است. تا اینکه آن را از روی فیصد نشان ندهید.

در مسائل تجارت به صورت عموم از کمیات سرمایه ، مفاد و فیصد بحث می شود. اگر از این سه کمیت دو کمیت آن معلوم باشد پس کمیت سوم آن رااز رو ی تناسب در یافت کرده می تواینم که مثال های آن در کتاب حل شده است.

9- جواب به سؤال های تمرین:

1- یک دکاندار در یک ماه دو مرتبه مال وارد نموده است، مرتبهٔ اول به سرمایهٔ 25000 افغانی، مبلغ 800 افغانی مفاد نموده و مرتبه دوم در سرمایهٔ 10000 افغانی مبلغ 330 افغانی مفاد نموده است . مفاد دکاندار مذکور در کدام مرتبه بیشتر است. دریافت کنید؟

حل: مفاد را از روی فیصد باید دریافت کرد.

مرتبهٔ اول

سرمایه	مفاد
25000	800
100	x

$$\frac{25000}{100}=\frac{800}{x}\Rightarrow x=\frac{100\cdot 800}{25000}=\frac{80}{25}\Rightarrow x=3.2\%$$

مرتبهٔ دوم

سرمایه	مفاد
10000	330
100	x

$$\frac{10000}{100}=\frac{330}{x}$$

$$x=\frac{100\cdot 330}{10000}=\frac{33}{10}$$

$$x=3.3$$

سؤال دوم: رحیم در مضمون ریاضی از 75 نمره 60 نمره به دست آورده است. فیصدی نمرۀ رحیم در مضمون ریاضی را به دست آورید.

نمره گرفته شده	نمره اصلی
60	75
x	100

$$\frac{75}{100} = \frac{60}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 60}{75} = 80\%$$

$30\% = \frac{30}{50}$ غلط است.

$30\% = \frac{30}{100}$ درست است.

$4\% = \frac{4}{100}$ درست است.

$21\% = \frac{21}{50}$ غلط است.

$11\% = \frac{21}{1000}$ درست است.

$21\% = \frac{111}{100}$ غلط است.

$11\% = \frac{11}{100}$ درست است.

$5\% = \frac{1}{2}$ غلط است.

$5\% = \frac{5}{100}$ درست است.



9-2: احدیت

صفحهٔ کتاب درسی (57)   وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهیتی	- شاگردان مفهوم احدیت را بدانند. - شاگردان از روی یک مجموع قیمت یک شی و به همین ترتیب قیمت یک شی را از روی مجموع به دست آورده بتوانند. - شاگردان از دانش و مهارت کسب شده در زنده گی روز مره استفاده کرده در معاملات روزمره کار بگیرند. از کاربرد و استفاده از احدیت در زنده گی روز مره احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب ، انفرادی
3- مواد ممد درسی	یک درجن قلم پنسل
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی از درس گذشته با طرح سؤال ورودی توجه شاگردان را به درس جدید جلب نماید. شما در تصویر ورودی پنسل ها را به شکل مجموعی یا به قسم یکدانه یی اگر قیمت مجموعی چندانه قلم معلوم باشد قیمت یکدانه قلم را چگونه دریافت کنید و کدام عملیه را به کار می برید ؟ اگر قیمت یکدانه قلم را بدانید قیمت مجموعی چند دانه قلم را چطور دریافت میکنید. از کدام عملیه باید کار بگیرید ؟ اگر شاگردان جواب گفتند تشویق کنید و در غیر آن شما جواب بگویید.
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه استاد محترم فعالیت صفحهٔ 57 کتاب توسط یک شاگرد خوانده شود. بعدا به شاگردان هدایت دهید جدول را به ارتباط فعالیت به قسم انفرادی به کتابچه های خود تکمیل کنند توسط یک شاگرد دیگر این کار را روی تخته انجام دهید توجه کنید که شاگردان اول تناسب را تشکیل و فعالیت را انجام دهند. اگر مشکلات داشتند کمک کنید. در اخیر مفهوم احدیت را توسط حل مثال اول تشریح کنید و کاربرد احدیت را برای شان بیان کنید. یک شاگرد را بخواهید تا مثال دوم را روی تخته حل کند در اخیر کاربرد احدیت را در معاملات تجارتی و گرفتن استفاده از آن را برای شان تشریح و تعریف کنید تا این که شاگردان تمام مفهوم درس را بدانند.	

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس یک چند مثال را روی تخته نوشته کنید و به روش سؤال و جواب توسط شاگردان حل کنند. شما بررسی کنید که شاگردان توان حل سؤال را دارند یا نه؟ به همین ترتیب می توانید به قسم شفاهی از شاگردان پرسان کنید و جواب درست به دست آورید. در صورت مشکلات کمک کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که بدانید آیا به هدف خود رسیده اید یا نه ؟ پس می توانید با پرسیدن چند سؤال دانشی و مهارتی شاگردان را ارزیابی کنید. در صورت اشتباه، معلم کوشش کند که قدم به قدم شاگرد را به حل سؤال نزدیک سازد

8- جواب به سؤال های تمرین

1- قیمت 2 متر تکه 300 افغانی است نخست قیمت یک متر آن را دریافت و بعد بگویید قیمت 17 متر چند افغانی میشود ؟

حل:

تکه به متر	افغانی
2	300
1	x

$$\frac{2}{1}=\frac{300}{x}\Rightarrow 2x=300\cdot 1$$

$$x=\frac{300}{2}=150 \quad , \quad x=150\,\text{Af}$$

طوری که یک متر تکه 150 افغانی قیمت دارد، پس قیمت 17 متر عبارت است از:

افغانی $150\cdot 17=2550$

2- مصرف انتقال 60kg جنس در یک فاصله 2400 افغانی می شود اول قیمت انتقال یک کیلو گرام آن را دریافت و بعد بگویید قیمت مصرف انتقال 35kg آن چند افغانی خواهد شد ؟

حل:

جنس به کیلو گرام	قیمت به افغانی
60	2400
1	x

$$\frac{60}{1}=\frac{2400}{x}\Rightarrow 60\cdot x=2400\Rightarrow x=\frac{2400}{60}\ ,\ x=40$$ افغانی

قیمت مصرف انتقال 35 کیلو گرام عبارت است از:

افغانی $40\cdot 35=1400$

10-2: تخفیف



صفحۀ کتاب درسی (59) وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم تخفیف را که تخفیف دهنده برای چه تخفیف می دهد،بدانند. - شاگردان به ارتباط تخفیف سؤال ها را حل کرده بتوانند. - شاگردان با دانستن مفهوم تخفیف در داد و ستد حیات روزمره از آن استفاده نمایند. شاگردان از حل موفقانۀ سؤال های تخفیف لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی، تشریحی
3- مواد ممد درسی	مواد درسی مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعد از احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته ، درس جدید را با طرح سؤال ورودی این طور شروع کنید. آیا شما گاهی شنیده اید که بعضی تاجران در فروش اموال خود تخفیف می آروند ؟ - آیا تخفیف کم شدن قیمت ها را می گویند یا زیاد شدن قیمت ها را؟ طور مثال لباس تابستانی به 10% تخفیف چه معنا می دهد ؟ (در صد 10 کم) یا 50% تخفیف را در قیمت فروش سیم کارت ها چه قسم افاده می کنید. این به این معنای است که اگر قیمت یک سیم کارت 100 افغانی باشد بعد از 50% تخفیف به 50 افغانی به فروش می رسد.
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه معلم شگردان به گروپ های مناسب تقسیم کند تا فعالت صفحۀ 59 کتاب را به مشورت هم دیگر انجام دهند. در ختم فعالت نایندۀ یک یا دو گروپ فعالیت خویش را روی تخته توضیح دهند. در صورت صحت داشتن فعالیت شاگردانی که اشتباه کرده اند به رفع اشتباه خویش بپردازند.	
6- تحکیم درس: (7) دقیقه برای تحکیم بخشیدن درس معلم مانند مثال های کار شده ، دو سؤال دیگر را باسهم گیری شاگردان حل کند.	
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه برای این که اطمینان حاصل کنید که شاگردان درس را یاد گرفته اند به ارتباط موضوع از شاگردان سؤال ها بپرسید و جواب دریافت کنید.	

8- معلومات اضافی برای معلم

استاد محترم برای این که تاجران مال های خود را به فروش برسانند و تعداد زیاد مشتری را به خود جلب کنند و یا تاجر ها با یک دیگر رقابت کنند پس در این صورت مال خود را از قیمت اصلی به یک تخفیف به مشتریان غرضه می کنند. که فورمول آن طور زیر است :

$$\text{تخفیف} = \frac{\text{سرمایه اصلی} \times \text{فیصدی تخفیف}}{100} \quad ، \quad \text{سرمایه اصلی} = \frac{\text{تخفیف} \times 100}{\text{فیصدی تخفیف}}$$

$$\text{فیصدی تخفیف} = \frac{\text{تخفیف} \times 100}{\text{سرمایه اصلی}}$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- قیمت اصلی یک بایسکل 5000 افغانی است. هر گاه فروشنده به مشتری خویش %2 تخفیف بدهد قیمت فعلی بایسکل را معلوم کنید.

حل:

قیمت	تخفیف
100	2
5000	x

$$\frac{100}{5000} = \frac{2}{x} \Rightarrow x \cdot 1000 = 2 \cdot 5000$$

$$x = \frac{2 \cdot 5000}{100} = 2 \cdot 50 = 100$$

افغانی $4900 = 100 - 5000 =$ قیمت فعلی بایسکل

2- قیمت ا صلی یک بخاری گازی 8000 افغانی می باشد. نسبت ضرورت دکاندار آن را به قیمت 7600 افغانی به فروش می رساند تخفیف و فیصدی تخفیف آن را معلوم کنید.

حل: $400 = 7600 - 8000 =$ قیمت فعلی بایسکل

حالا فیصدی تخفیف را به دست می آوریم:

قیمت	تخفیف
8000	400
100	x

$$\frac{8000}{100} = \frac{400}{x} \Rightarrow 8000 \cdot x = 100 \cdot 400$$

$$x = \frac{100 \cdot 400}{8000} = 5\%$$

3- قیمت یک جاروب برقی 5730 افغانی است که به تخفیف %3 به فروش می رسد. قیمت فروش را معلوم کنید.

قیمت	تخفیف
100	3
5730	x

$$\frac{100}{5730} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 5730}{100}$$

$$x = \frac{1719}{10} = 171.9$$

$5558.1 = 171.9 - 5730 =$ قیمت فروش



2-11: ربح ساده و مرکب

صفحۀ کتاب درسی: (61)　　　وقت تدریس:(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهیتی	- شاگردان باید مفهوم و فرق ربح مرکب و ساده را بدانند. - شاگردان سؤال های ربح ساده و مرکب راحل کرده بتوانند. - شاگردان ربح ساده و مرکب را در معاملات زنده گی روزانه مورد استفاده قرار بدهند. - شاگردان از استعمال مربع ساده مرکب در زنده گی لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب ، کارگروپی و انفرادی
3- مواد ممد درسی	تصویر بانک
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام و احوالپرسی، درس گذشته را به شکل کوتاه ارزیابی کنید. توجه شاگردان را به تصویر ورودی جلب و با طرح سؤال درس جدید را شروع کنید. طور مثال: آیا از جملۀ شما کسی پول خود را در بانک گذاشته است؟ بگویید بعد از یک سال به شما چقدر مفاد می دهد؟ اگر پول به وقت زیاد در بانک باقی بماند آیا مفاد زیاد می شود و یا کم؟ آیا گفته می توانید که ربح مستقیماً متناسب به چی می باشد؟

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم مثال های 1 و 2 کتاب را نوبت توسط دو شاگرد به شیوۀ سؤال و جواب حل کند.

معلم شاگردان را به گروپ های مساوی تقسیم نموده فعالیت صفحۀ 62 کتاب را برای شان بدهید تا عضای گروپ ها به مشورت یکدیگر انجام بدهند. در اخیر فعالیت نمایندۀ هر گروپ کار گروپ خود را برای دیگران توضیح کند، اگر کدام گروپ اشتباه می کند توسط اعضای گروپ یا گروپ دیگر اصلاح شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای این که ربح مرکب خوب ذهن نشین شاگردان شود مانند مثال های حل شده چند مثال دیگر با سهم گیری شاگردان حل کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

معلم برای این که از آموزش شاگردان مطمئن شود توسط چند سؤال شاگردان را ارزیابی کند که آیا شاگردان مفهوم اصلی درس را فهمیده اند؟ به تطبیق فارمول کدام مشکلات دارند یا نه؟ توسط ارزیابی شما دانش ، وعلاقه مندی مهارت شاگردان را به موضوع معلوم کنید.

8- معلومات اضافی برای معلم

مفاد 100 افغانی را در یک سال نرخ می گویند. ربح از روی نـرخ سـرمایه و وقـت رابطـهٔ مـستقیماً متناسـب دارد. در مسائل ربح عموماً سال 12 ماه یا 360 روز در نظر گرفته می شود. در مسائل مـالی چهـار جـزء ربـح، سـرمایه، نـرخ و وقت مطرح می شود که معمولاً سه جزء معلوم و یک جزء نا معلـوم مـی باشـد. اگـر در یـک معاملـه وقـت مـاه و روز داشته باشید باید وقت به کسر سال تبدیل شود یعنی اول وقت به روز و بعداً از جنس سال به دست آورید.

طور مثال اگر بخواهیم که ربح 2400 افغانی از روی 3% در یک سال دوماه و 25 روز معلوم کنیم داریم :

حل:

روز + روز+روز= روز + ماه + سال

روز $445 = 25 + 60 + 360 = 25 + 2 + 1$

اگر 445 بر 360 تقسیم شود به سال تبدیل می شود

سال $\frac{445}{360} =$ یک سال و دو ماه و 25 روز

حالا به حل مثال می پردازیم :

$3 \cdot 1 =$ ربح 100 افغانی در یک سال

$3 \cdot \frac{445}{360} =$ ربح 100 افغانی $\frac{445}{360}$ سال

$3 \cdot \frac{445}{360} \cdot \frac{1}{100} =$ ربح 100 افغانی به سال $\frac{445}{360}$

افغانی $89 = \frac{445}{5} = \frac{3 \cdot 445 \cdot 2400}{360 \cdot 100} =$ ربح 2400 افغانی به سال $\frac{445}{360}$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- احمد 4000 افغانی را از قرار نرخ 8% در حساب خویش پس انداز کرده است. پس از پایان سال ، بانک چقدر مفاد برایش خواهد داد؟

سرمایه = 4000

نرخ = 8%

وقت = 1 سال

ربح = سرمایه . وقت $\frac{\text{نرخ}}{100}$

ربح $= \frac{4000 \cdot 1 \cdot 8}{100} = 40 \cdot 8 = 320$

2- مقدار 15000 افغانی از قرار نرخ 10% در مدت 3 سال چند افغانی می شود؟

$A = 15000$

$r = 10\% = \frac{1}{10}$

$n = 3$

$P = ?$

$P = A(1+r)^n \Rightarrow P = 15000(1+\frac{1}{10})^3$

$P = 15000(\frac{11}{10})^3 = 1500(1.1)^3$

$P = 15000(1.331) = 1996$ افغانی

2-12: تکات مهم فصل (قسمت اول)

صفحۀ کتاب درسی: (63) **وقت تدریس:(1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهیتی	شاگردان نکات مهم فصل مانند نسبت، تقسیم به اجزای متناسب، تناسب و خواص تناسب و مفهوم آن ها را بدانند و یکدیگر را با هم فرق کرده بتوانند. شاگردان به ارتباط هر عنوان سؤال ها را حل کنند و در حیات روزمره ازآن کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب
3- توضیح ورودی (5) دقیقه	بعد از احوالپرسی و ارزیابی مختصر از درس گذشته با طرح سؤال ها درس جدید (نکات مهم فصل) را شروع می کنید. -کی فرق بین نسبت و تناسب را می گوید؟ -کی خواص تناسب را می گوید؟ -کی می تواند به ارتباط عناوین معلومات جدید بدهد؟
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه	
استاد محترم یک یک شاگرد را به نوبت بخواهید که در قسمت هر عنوان به قسم مختصر معلومات دهد.	

2-13: تکات مهم فصل (قسمت دوم)

صفحۀ کتاب درسی: (64)　　　　وقت تدریس:(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهیتی	شاگران نکات مهم فصل مانند انواع تناسب ، احدیت، تخفیف و مفهوم ربح را بدانند. شاگردان به ارتباط هر عنوان سؤال ها را حل کنند و در حیات روزانه از آن استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ،احوالپرسی و ارزیایی از قسمت اول نکات مهم را ارزیابی مختصر کند و بعد با در نظر داشت عناوین طرح سؤال ها را شروع کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! یک یک شاگرد را به نوبت بخواهید و نکات مهم باقیماندۀ فصل را از ایشان شفاهی بپرسید و جواب بگیرید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

به ارتباط هر عنوان یک سؤال تخته نوشته کنید یک یک شاگرد را بخواهید که به نوبت سؤال را روی تخته حل کنند و یا می خواهید بعضی نتیجه و تعریف را به قسم شفاهی جواب دهند متوجه اشتباه شاگردان باشید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی تمام فصل توسط سؤال کردن شاگردان را ارزیابی کنید و در این قسمت خود را مطمئن کنید که شاگردان مفهوم عناوین و نکات مهم را فهیمده یا نه؟

9- معلومات اضافی برای معلم:

استاد محترم در قسمت هر درس که معلومات اضافی برای شما داده شده است به قسم تکرار دو باره یادآوری کنید اگر شاگردان در اخیر فصل سؤال کنند بتوانید از روی معلومات اضافی جواب سؤال ها را بدهید.

2-14: حل تمرین فصل دوم

صفحهٔ کتاب درسی: (65)   وقت تدریس:(2ساعت درسی)

• در زیر برای هر سؤال چهار جواب داده شده است، دور جواب صحیح حلقه بکشید.

حزء c درست است.

2- علامهٔ فیصد عبارت است از: علامه فیصد عبارت است از %

جزء d درست است.

• جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

1- در هر تناسب صورت نسبت اول و مخرج نسبت دیگر را به نام طرفین و مخرج نسبت اول و صورت نسبت دوم را به نام وسطین تناسب یاد می کنند.

2- در تناسب مستقیم هر دو مقدار هم زمان زیاد یا کم می شوند.

3- مفادی که از یک سرمایه در یک وقت معین به یک نرخ معین از قرار فیصدی حاصل می گردد به نام ربح ساده یاد می شود.

4- کسری که مخرج آن صد است به نام فیصد یاد می شود.

• در زیر یک تعداد جملات داده شده است در مقابل جملهٔ صحیح علامهٔ(ص) و در مقابل جملهٔ غلط علامهٔ(غ) بگذارید.

1-   ص

2-   غ

3-   ص

4-   غ

5-   غ

سؤال های زیر را حل کنید:

1- تعداد شاگردان دو مکتب به ترتیب 720 و 810 نفر اند. نسبت بین شاگردان هر دو مکتب را به دست آورید.

حل:

$$\frac{\text{مکتب اول}}{\text{مکتب دوم}} = \frac{720}{810} = \frac{8}{9}$$

2- در یک باغ 45 درخت سیب، 30 درخت ناک و 75 درخت انار است. نسبت بین دو دو نوع درخت را پیدا کنید.

حل:

نسبت بین درخت ناک و سیب $\frac{30}{45}$ بعد از اختصار $\frac{2}{3}$

نسبت بین درخت سیب و انار $\frac{45}{75}$ بعد از اختصار $\frac{3}{5}$

نسبت بین درخت ناک و انار $\frac{30}{75}$ بعد از اختصار $\frac{2}{5}$

45 تعداد درخت سیب
30 تعداد درخت ناک
75 تعداد درخت انار

و یا به این شکل: $30:75 \quad 45:75 \quad 30:45$

3- برای خریدن سه متر تکه، 33.75 افغانی ضرورت است. برای خریدن 15 متر تکه چند افغانی به کار خواهد بود؟

تکه به متر	قیمت به افغانی
3	33.75
1	x

$$\frac{3}{1} = \frac{33.75}{x} \Rightarrow 3x = 33.75$$

$$x = \frac{33.75}{3} = 11.25$$

قیمت 15 متر تکه عبارت است از:

$11.25 \cdot 15 = 168.75$ افغانی

4- یک رستورانت را 27 نفر در 20 روز اعمار می کنند. اگر این رستورانت در 15 روز اعمار گردد، برای اعمار آن چند نفر لازم است؟

حل:

نفر	روز
27	$\frac{1}{20}$
X	$\frac{1}{15}$

$$\frac{27}{x} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{15}} \Rightarrow \frac{27}{x} = \frac{15}{20} \Rightarrow x = \frac{27 \cdot 20}{15} \Rightarrow x = 36$$ نفر

5- در یک صنف لیسهٔ عالی ملالی به تعداد 50 نفر دختر شامل است. معلم آنها می خواهد آنها را به دو گروپ طوری تقسیم کند که نسبت بین آنها $\frac{2}{3}$ شود، تعداد هر گروپ را معلوم کنید.

حل: به اجزای متناسب تقسیم می کنیم:

$2 + 3 = 5$

گروپ اول $\frac{50}{5} . 2 = 20$

گروپ دوم $\frac{50}{5}.2 = 20$

6- زمینی به مساحت 1200 متر مربع را 14 نفر تحت شرط این که روزانه 3 ساعت کار کنند، به 8 روز بیل می زنند. زمین دیگری که به مساحت 1500 متر مربع توسط 10 نفر روز 6 ساعت کار کنند در چند روز بیل خواهند زد؟

حل:

روز	ساعت	مساحت	نفر
8	3	1200	14
x	6	1500	10

$$\frac{x}{8} = \frac{14 \cdot 1500 \cdot 3}{10 \cdot 1200 \cdot 6} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{7}{8}$$

$$x = \frac{8 \cdot 7}{8} \Rightarrow x = 7$$

7- ادارهٔ یک لیسه از یک کتاب فروشی مبلغ 2560 افغانی کتاب خریداری نموده است. برای اینکه کتاب فروش خریدار مذکور را برای آینده مشتری خود بسازد. 5 فیصد پول کمتر از قیمت اصلی آن اخذ می کند معلوم کنید که ادارهٔ لیسه چند افغانی به کتاب فروش داده است؟

قیمت	تخفیف
100	5
2560	x

$$\frac{100}{2560} = \frac{5}{x} \Rightarrow 100 \cdot x = 5 \cdot 2560$$

$$x = \frac{5 \cdot 2560}{100} = 128$$

افغانی $2432 = 128 - 2560 =$ پولی که فروشنده می دهد.

8- مجموعهٔ سرمایه های دو تاجر که طور مشترک با هم تجارت می کنند 2540000 افغانی و نسبت سرمایه های آنها $\frac{3}{5}$ است. سرمایه هر کدام آنها را معلوم کنید.

حل: تقسیم به اجزای متناسب

سرمایهٔ تاجر اول $= \frac{2540000}{8} \cdot 3 = 314500 \cdot 3 = 952500$ افغانی

سرمایهٔ تاجر دوم $= \frac{2540000}{8} \cdot 5 = 317500 \cdot 5 = 1587500$ افغانی

9- سرمایهٔ 12000 افغانی با ربح سالانه 6 فیصد در بانک گذاشته می شود. بعد از گذشت 4 سال سرمایهٔ مذکور چند افغانی می شود؟

حل:

$$\left.\begin{aligned} A &= 12000 \\ r &= 6\% = \frac{6}{100} \\ n &= 4 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &P = A(1+r)^n = 12000(1+\frac{6}{100})^4 = 12000(\frac{106}{100})^4 = 12000\cdot(1.06)^4 \\ &P = 12000\cdot(1.26247696) \\ &P = 15149.72352 \text{ افغاني} \end{aligned}$$

10- هر گاه نفوس یک قریه یک سال قبل 600 نفر، احصائیه گیری شده باشد و جمعیت قریه سال 3 فیصد زیاد شده باشد نفوس فعلی قریه چند نفر است؟

حل:

$$P = A(1+r)^n$$

$$P = 600(1+\frac{3}{100})^1 \Rightarrow P = 600(1.03)^1$$

$$P = 618$$

11- مفاد 4800 افغانی از قرار نرخ 9 فیصد در مدت یک سال چند افغانی می شود؟

حل:

$$\text{ربح} = \frac{\text{وقت . نرخ . سرمایه}}{100}$$

$$\text{ربح} = \frac{4800\cdot 9\cdot 1}{100} = 48\cdot 9 = 432 \text{ افغانی}$$



فصل سوم: مشابهت ها

3-1: اشکال متشابه

صفحهٔ کتاب درسی (69) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم اشکال متشابه را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان اشکال متشابه را تشخیص کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان اشکال متشابه را در محیط ماحول خود نشان داده و از کار بردو استفاده آن در زندگی روز مره احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی، گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعد از سلام ، احوالپرسی وسا یر فعا لیت های مقدماتی سؤالاتی به ارتباط اشکال هندسی از شاگردان طرح نمایند بعد تصویر ورودی را برای شاگردان نشان داده و از هر شاگرد به شکل انفرادی سؤال کند: -آیا هر دو تصویر در ورودی یکسان اند یا تفاوت دارند ؟ -آیا همین شکل تصاویر را به اندازهٔ های مختلف می بینید؟ - آیادر اطراف ما اشکالی وجود دارد که اندازهٔ های شان مساوی نبوده، اما هم شکل باشند. معلم به سؤالات شاگردان گوش داده بعد معلم ورودی را توضیح می کند. اشکالی را که از نگاه شکل یکی با شند، اما اندازه های شان مختلف باشند به نام اشکال مشابه یاد می کنند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

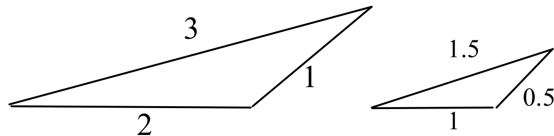
استاد محترم! مراحل فعالیت را روی تخته نوشته بعد شاگردان را به گروپ ها تقسیم نمایید و از شاگردان بخواهید که فعالیت را به کتابچه های خود به مشورت انجام دهند. معلم شاگردان را کنترول و کمک می کند بعد سه نفر شاگرد را از گروپ های مختلف به مقابل تخته خواسته تا کار فعالیت گروپ خود را به ترتیب برای دیگران بیان کنند. بعد معلم با در نظرداشت مراحل فعالیت با سهم گیری فعال شاگردان نتیجهٔ فعالیت رابه روی تخته تشریح کند. در اشکال مشابه زوایای همانند یک به یک با هم انطباق پذیر و نسبت اضلاع همانند ثابت بوده که این عددثابت را نسبت تشابه می گویند وبه علامه تشابه (~) نشان می دهند. در اخیرمثال که بعد از فعالیت در کتاب آمده است توسط یک شاگرد روی تخته حل شود و در صورت مشکلات معلم تشریح و حل کند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس معلم مانندمثال کار شده سؤال داده از شاگردان بخواهد که در کتابچه های خود کار کنند، معلم کمک و رهنمایی می کند. بعدیک نفر شاگرد داوطلب را معلم پیشروی تخته بخواهد تا مثال راکار کند شاگردان دیگر مثال حل شدهٔ تخته را با حل کتابچه های خود مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

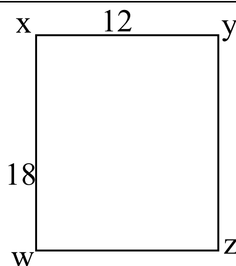
معلم برای این که از درس خوداطمینان حا صل کند.سؤال های زیر را از شاگردان بپرسد.



1) یک شاگرد بگوید که تشابه چیست ؟

2) یک شاگرد استدلال کند که آیا مثلث های مقابل مشابه اند یاخیر ؟

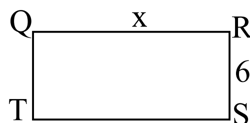
8- معلومات اضافی برای معلم



مثال زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: دو مستطیل XYZW و QRST را قرار شکل مقابل در نظر می گیریم:

حل: می دانیم که زوایای مستطیل xyzw با مستطیل QRST یک به یک با هم انطباق پذیر اند



تناسب بین اضلاع را مد نظر گرفته x رابه دست می آوریم: $\frac{x}{18} = \frac{6}{12}$

پس: $x = \frac{18 \cdot 6}{12} \Rightarrow x = 9 \;,\quad \frac{9}{18} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \;,\; xyzw \sim QRST$

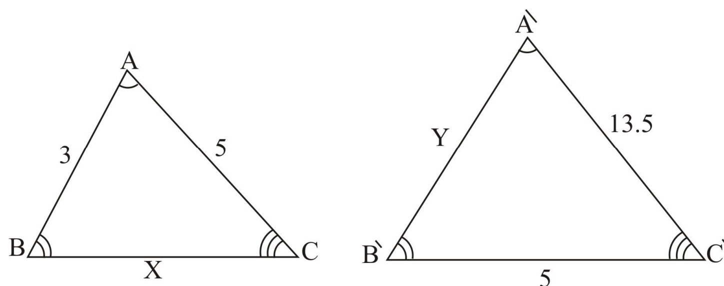
به یادداشته باشید که اشکال انطباق پذیر نیز همیشه مشابه اند، اما اشکال مشابه همیشه انطباق پذیر نیستند.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- کدام یک از جمله های زیر همیشه درست نیست، برای هر یک مثال دهید.

- دو مربع همیشه باهم مشابه هستند. جواب: دو مربع همیشه مشابه اند.
- دو مثلث همیشه باهم مشابه هستند . جواب: همیشه درست نیست
- مثلث متساوی الاضلاع با مثلث متساوی الساقین مشابه نیست.
- در مستطیل زوایای با هم انطباق پذیر اند، اما تناسب بین اضلاع وجود ندارد.
- دو لوزی همیشه باهم مشابه اند. همیشه مشابه اند.

2– مثلث های ABC و A'B'C' متشابه اند. زاویه های آنها مشخص شده است. تناسب بین ضلع مقابل آنها را بنویسید و سپس طول x و y را تعیین کنید.



$$\hat{A} \cong \hat{A}' \quad \hat{B} \cong \hat{B}' \quad \hat{C} \cong \hat{C}'$$

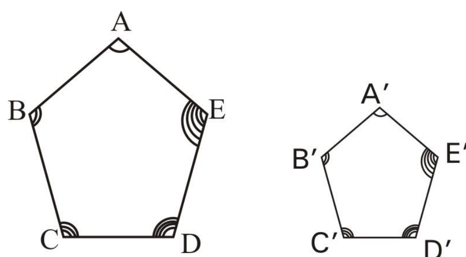
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{13.5}{5} \quad , \quad y = \frac{3 \cdot 13.5}{5} = 8.1$$

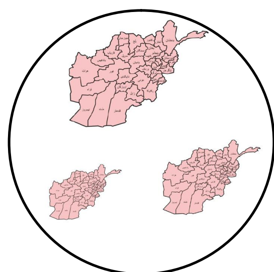
$$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{13.5}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 5}{13.5} = \frac{25}{13.5} = \frac{50}{27}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{8.1}{3} = \frac{13.5}{5} = \frac{27}{10} = \frac{81}{30} = \frac{135}{50} = \frac{27}{10}$$

3– دو پنج ضلعی مشابه را رسم کنید.



3-2: مضلعات متشابه



صفحۀ کتاب (71) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید خواص مضلعات مشابه را بدانند. - خواص مضلعات (چند ضلعی ها) را در اشکال هندسی تطبیق و از روی آن مضلعات مشابه را تشخیص کرده بتوانند. - در زنده گی روزمره از این خاصیت اشکال مشابه استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	نقاله، خط کش به ارتباط فعالیت، چارت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و سایر فعالیت های مقد ماتی توجه شاگردان را به تصویر که در ورودی جلب نموده و سؤال هایی را به ارتباط ورودی از شاگردان بپرسید: -آیا اندازه های هر سه شکل یکی است؟ -آیا این شکل ها یکی از دیگر کوچک یا بزرگ هستند؟ -ایا این شکل ها مشابه اند یا نه ؟ معلم جواب های شاگردان را شنیده و بعد در قسمت ورودی توضیحات بدهد. شما دیدید که سه شکل مشابه اند، ولی اندازه های شان یکسان نیست.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم چارتی را که از قبل تهیه کرده اید به مقابل صنف آویزان نموده، یک شاگرد را بخواهید که اضلاع مثلث را توسط خط کش اندازه و به تخته بنویسد. بعدبه شاگردان هدایت دهید که در گروپ های تعیین شده از روی اندازۀ طول اضلاع مثلث جاهای خالی فعالیت را تکمیل کنند. بعد از انجام فعالیت، 3 نفر شاگرد را از گروپ های مختلف بخواهیدکه روی تخته کار گروپ خود را به دیگران تشریح کنند در صورت اشتباه معلم کمک و رهنمایی کند.

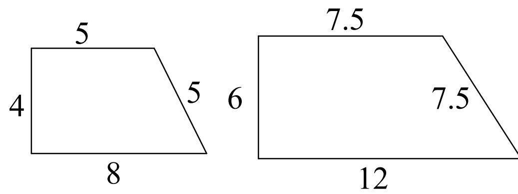
استاد محترم در اخیر شما هم نتیجۀ فعالیت را تشریح کنید. سه قسمت خاصیت مضلعات متشابه را که برای شان ضروری است برای شان بیان کنید. بعد به ارتباط آن درس، مثال صفحۀ 71 کتاب را به شیوۀ سؤال و جواب حل کنید تا این که شاگردان مفهوم تطبیق خاصیت های مضلعات مشابه را بفهمند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

- معلم برای تحکیم درس مانند مثال کتاب یک سؤال برای شاگردان بدهد که آن ها را در بین گروپ های خود حل کنند. یک شاگرد داوطلب از یک گروپ، سؤال را به روی تخته حل و در صورت اشتباه معلم رهنمایی کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم بداند که به هدف رسیده است یا نه؟

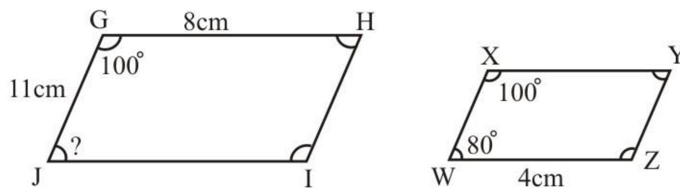


اشکال فوق را روی تخته رسم کنید .خاصیت های تشابه را با لای آن تطبیق کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: آیا شکل های زیر با هم مشابه اند؟



حل: می دانیم زوایای مقابل چهار ضلعی باهم مساوی اند، پس $\hat{G}=\hat{X}=\hat{I}=\hat{Z}=100^\circ$ چون مجموع زوایای داخلی چهار ضلعی 360° ا ست پس:

$$\hat{G}+\hat{H}+\hat{I}+\hat{J}=360^\circ \Rightarrow 200^\circ+2\hat{J}=360^\circ$$

$$2\hat{J}=360^\circ-200^\circ \Rightarrow 2\hat{J}=160^\circ \Rightarrow \hat{J}=\frac{160}{2}=80^\circ$$

پس $\hat{J}=\hat{H}=80^\circ$ است، پس زوایا یکی بالای دیگر انطباق پذیر اند. به همین $XW=YZ=5.5$ و $XY=WZ=4$ دیده می شود که: $\hat{X}=\hat{G}\ ,\ \hat{Y}=\hat{H}\ ,\ \hat{W}=\hat{J}\ ,\ \hat{Z}=\hat{I}$

تناسب بین اضلاع وجود دارد

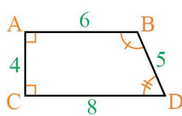
$$\frac{\overline{XY}}{\overline{GH}}=\frac{\overline{YZ}}{\overline{HI}}=\frac{\overline{JI}}{\overline{WZ}}=\frac{\overline{WX}}{\overline{GJ}}$$

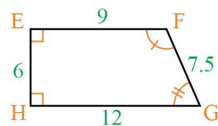
$$\frac{4}{8}=\frac{5.5}{11}=\frac{4}{8}=\frac{5.5}{11}=\frac{1}{2}$$

پس اشکال با هم مشابه اند.

9- جواب به سؤال های تمرین

۱- نشان دهید که اشکال زیر با هم مشابه اند.





حل: از روی اشکال دیده می شود که:

1- زوایای هر دو ضلع باهم انطباق پذیر اند $\hat{A}\cong\hat{E},\hat{B}\cong\hat{F}\ ,\ \hat{C}\cong\hat{H},\hat{D}\cong\hat{G}$

2- تناسب بین اضلاع وجود دارد. $\frac{\overline{AC}}{\overline{EH}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{BD}}{\overline{FG}}=\frac{\overline{CD}}{\overline{HG}}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}=\frac{5}{7.5}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

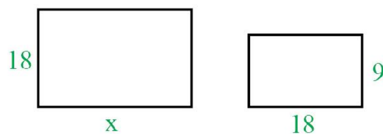
در نتیجه مضلعات $ABDC \sim EFGH$

2- هر جوره شکل هایی که در کنار هم رسم شده باهم مشابه اند، طول ضلع مجهول با x نشانی شده حساب کنید.

حل: $\frac{18}{9} = \frac{x}{18}$

$x = \frac{18 \cdot 18}{9} = 18 \cdot 2 = 36$

$x = 36$



$\frac{36}{24} = \frac{63}{x}$

$x = \frac{63 \cdot 24}{36} \quad , \quad x = 42$

$\frac{3}{x} = \frac{2}{3.6} \quad , \quad x = \frac{3 \cdot 3.6}{2}$

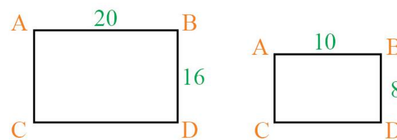
$x = \frac{108}{20} = \frac{27}{5} = 5.4$

3- در شکل زیر نشان دهید که در دو مستطیل مشابه، نسبت طول بر عرض یک مستطیل مساوی به نسبت طول بر عرض مستطیل دیگری می باشد.

حل:از شکل می دانیم

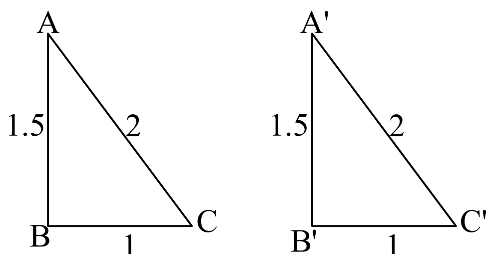
$\frac{\text{طول مستطیل اول}}{\text{عرض مستطیل اول}} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$

$\frac{\text{طول مستطیل دوم}}{\text{عرض مستطیل دوم}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$



4- آیا تمام اشکال انطباق پذیر با هم مشابه اند؟ در این صورت ضریب تشابه چند است؟ با یک مثال نشان دهید.

حل: تمام اشکال انطباق پذیر باهم مشابه اند چون تمام زوایای شان انطباق پذیر اند و هم تمام اضلاع باهم انطباق پذیر اند، بنابر آن ضریب تشابه در این حالت مساوی به 1 است. مثلاً در مثلث ABC و A'B'C' دیده می شود.



$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = 1$



3-3: خطوط موازی به فاصله های مساوی

صفحهٔ کتاب درسی:(73)　　وقت تدریس: (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم خطوط موازی به فاصله های مساوی را بدانند. - شاگردان خطوط موازی به فاصله های مساوی را رسم کرده بتوانند. - شاگردان از کار برد واستفادهٔ خطوط موازی به فاصله های مساوی در زنده گی روز مره ،احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی، کارگروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی وارزیابی درس گذشته درس جدید را با طرح سؤال ورودی شروع کند: - فاصله بین تایر های عقب و پیش روی موتر با هم مساوی است یا نه؟ - فاصله پته های زینه یکی با دیگر مساوی است یا نه؟ چه ارتباط با هم دارند؟ معلم جواب های شاگردان را شنیده در صورت اشتباه به هر قسمت معلومات مکمل دهد توجه شان را به فعالیت زیر جلب کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم یک شاگرد داوطلب را بخواهد که فعالیت صفحهٔ 73 کتاب را مدنظر گرفته چهار خط موازی که فاصلهٔ شان یکی با دیگر مساوی باشند روی تخته رسم کند. اگر شاگرد مشکل داشت شما رسم کنید. بعد شاگردان را به گروپ های مختلف تقسیم و از شاگردان بخواهید که به مشورت هم دیگر به سؤال هایی که در فعالیت داده شده جواب بگویند.معلم از کار شاگردان مراقبت کند در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کند. بعد نمایندهٔ هر گروپ کار گروپ خود را برای دیگران تشریح کند. اگر از طرف کدام گروپ اشتباه شود کوشش کنید که توسط گروپ دیگر اصلاح شود.

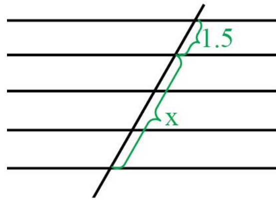
در اخیر شما تعریف فعالیت را برای شاگردان تشریح و معلومات مکمل بدهید. وهم مثال همین صفحه را برای شان حل کنید.

شاگردان فعالیت صفحهٔ 74 کتاب را در بین گروپ های تعیین شده با مشورت یکدیگر انجام دهند معلم از کار آن ها دیدن کند . در صورت مشکلات به طور مکمل روی تخته رسم خطوط که به دست آمده رانشان د هید. مثال بعد از فعالیت توسط معلم باسهم گیری شاگردان کار شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس معلم مانند مثال حل شده، چند خط موازی به فاصله های مساوی روی تخته رسم کند. شاگردان را بگوید که خطوط را اول به کتابچه های خود رسم و دو خط موازی که تمام خطوط موازی را قطع کند. نیز رسم کنید. و سؤال کنید. آن قطعه خط هایی که توسط خطوط موازی و قاطع به وجود آمده اند. اندازه آنها یکی با دیگر چه رابطه دارند؟ جواب را از شاگردان بگیرید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه



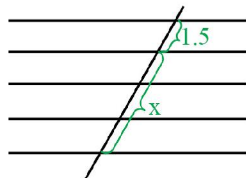
برای این که معلم مطمئن شود که شاگردان درس را فرا گرفتند یا نه ؟سوال های زیر را از شاگردان بپرسید :

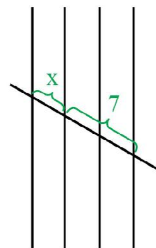
-خاصیت خطوط موازی به فاصله های مساوی را که توسط یک قاطع قطع شده باشد بیان کنید.

- در شکل مقابل قیمت x را در یافت کنید.

8- جواب به سؤال های تمرین

1- در هر یک از شکل های زیر خطوط موازی به فاصله های مساوی داده شده است قیمت x را به دست آورید.





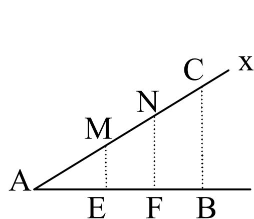
حل:

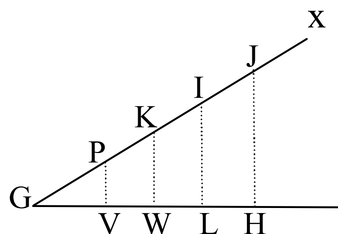
جزء a) چون مجموع دو قطعه خط ایجاد شده بین خطوط موزای دو برابر (7) واحد است، پس طول هر قطعه 3.5 واحد می شود. چون x برابر هر یک از این قطعات است پس $x=3.5$ می شود.

جزء b) چون مجموع سه قطعه خط x است قیمت یک قطعه داده شده 1.5 است بنابر این: $x = 3 \cdot 1.5 = 4.5$ پس $x=4.5$

2- دوقطعه خط رسم کنید. سپس یکی از آنها را به سه قسمت و دیگری را به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید.

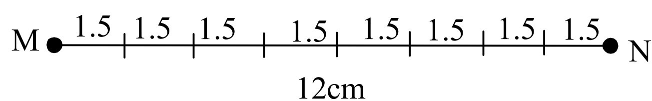
حل: یک قطعه خط کیفی AB رار سم می کنیم از نقطه A یک خط کیفی AX رسم و از نقطه A ، روی AX حصه های مساوی جدا کنید. تا نقطهٔ C را به دست آورید. نقطه C را به B وصل کنید. از نقاط M و N خطوط موازی به BC رسم کنید نقاط E و F قطعه خط AB را به سه قسمت مساوی تقسیم می کند به همین ترتیب قطعه خط کیفی GH را رسم می کنیم. از نقطه G یک خط کیفی GX را رسم روی GX از نقطه G شروع چهار حصه مساوی جدا کنید تا نقطه J به دست آید نقطه G را به J وصل کنید از نقاط I,k,P خطوط موزای بهJH رسم کنید نقاط V,W,L قطعه خط GH را به چهار حصه مساوی تقسیم می کند.





3- قطعه خطی به طول 12cm را رسم و آن را به 8 قسمت مساوی تقسیم کنید.

حل:





4-3: قضیۀ تالس

صفحۀ کتاب درسی:(75)   وقت تدریس: (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم قضیۀ تالس را بدانند. - شاگردان به کمک قضیه تالس قضایا و مسائل هندسی را حل کرده بتوانند. - شاگردان از فرا گیری قضیه تالست احساس خوشی و درحل مسائل هندسی به کار ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، توجه شاگردان را به درس جدید جلب وسؤال های زیر را از شاگردان بپرسید. - از بین شما کی نام تالس را شنیده است؟ - شما در شروع درس عکس تعمیر را می بینید بگویید که تعمیر چند طبقه دارد فاصله بین طبقه ها چطور است؟ - اگر هر طبقه را یک خط فکر کنید و یک قاطع و یا یک خط آن را قطع کند آیا امتداد یافته آن خطوط (طبقه) را نیز قطع می کند؟ استاد محترم کوشش کنید که جواب را شاگردان بگویند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

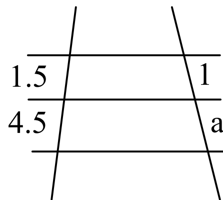
استاد محترم یک شاگرد راروی تخته بخواهید که سه خط موزای a,b,c را قسمی رسم کنند که یکی با دیگر فاصله مساوی نداشته باشند. بعد یک شاگرد دیگر را بخواهید که دو قاطع برای آنها رسم کند و شکل را تکمیل کنند. شاگردان را به گروپ های مساوی تقسیم و برای شان هدایت دهید که فعالیت صفحۀ 75 کتاب را که در آن نسبت قطعه خط ها است در گروپ خود به مشورت هم دیگر انجام دهند. طول قطعه خط نامبرده را توسط خط کش اندازه کنند و بعد نسبت عددی را بنویسند که نسبت ها یک با دیگر چه ارتباط دارند، بعد سه نفرشاگرد را از گروپ های مختلف پیشروی تخته بخواهید تا فعالیت خود را برای دیگران تشریح کنند در صورت اشتباهٔ توسط اعضای گروپ دیگر اصلاح وشما هم در قسمت هر سؤال معلومات بدهید.

به ارتباط آن مثال کتاب را به شیوۀ سؤال و جواب حل کنید. تا این که شاگردان مفهوم قضیه را بدانند .

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشدن درس ، چند سؤال های کتاب بدهید. تا شاگردان که به کتابچه های خود حل کنند . بعد به ترتیب را بخواهید که یک دو شاگرد را بخواهید که حل خویش را به دیگران توضیح دهند و شاگردان دیگر حل های خویش را با حل تخته مقایسه کنند در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

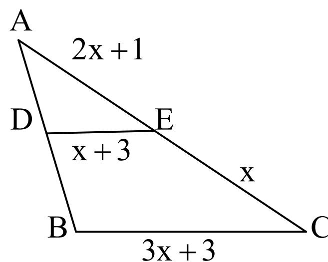


برای ارزیابی شاگردان شکل مقابل را در نظر گرفته شاگردان را هدایت بدهید که هر کدام به کتابچه های خود و قیمت a را به دست بیاورند. در اخیر یک نفر شاگرد به روی تخته سؤال را حل کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: در شکل زیر $\overline{DE}$ موازی $\overline{BC}$ است.قیمت x رادریافت کرده بعد طول های AC , DE و BC دریافت نمایید.



حل:

$$\overline{DE}//\overline{BC} \Rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{2x+1}{3x+1} = \frac{x+3}{3x+3}$$

$$(2x+1)(3x+3) = (3x+1)(x+3)$$

$$6x^2 + 6x + 3x + 3 = 3x^2 + 9x + x + 3$$

$$6x^2 + 9x + 3 = 3x^2 + 10x + 3$$

$$3x^2 - x = 0 \Rightarrow x(3x-1) = 0$$

$$x = 0\ ,\quad 3x - 1 = 0 \Rightarrow 3x = 1\ ,\quad x = \frac{1}{3}$$

$x = 0$ نا ممکن است، پس $x = \frac{1}{3}$ درست است.

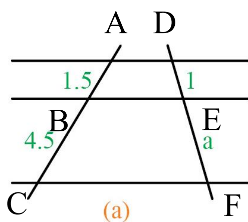
$$\overline{AE} = 2\cdot\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{2+3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\overline{DE} = x + 3 = \frac{1}{3} + 3 = \frac{1+9}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\overline{BC} = 3x + 3 = 3\cdot\frac{1}{3} + 3 \Rightarrow 1 + 3 = 4\ ,\quad \overline{BC} = 4$$

9- جواب به سؤال های تمرین

در هر یک از اشکال زیر قیمت a را به دست آروید:



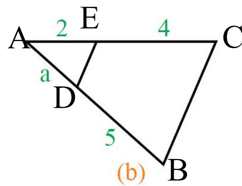
حل جزء a)

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}$$

$$\frac{1.5}{4.5} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = \frac{4.5}{1.5} = \frac{45}{15}$$

$$a = 3$$

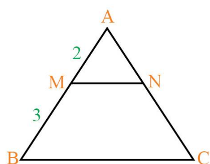
حل جزء b)
$$\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}\Rightarrow\frac{2}{4}=\frac{a}{5}$$
$$4a=2\cdot 5\Rightarrow a=\frac{5}{2}=2.5$$



(b)

حل سؤال دوم: شکل مقابل را در نظر گرفته نسبت های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}}=\frac{2}{3}$$
$$\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}}=\frac{2}{3}\ ,\ \frac{\overline{MB}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}\ ,\ \frac{\overline{NC}}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$$

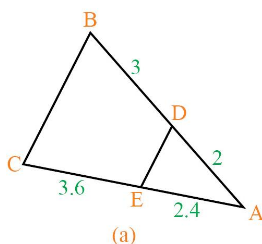


3– در کدام شکل $\overline{DE}$ موازی با $\overline{BC}$ است.

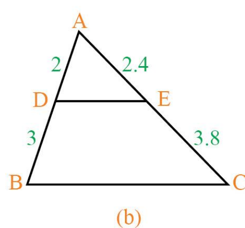
در شکل جزءa: $\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$ است، بنابر آن $\overline{CD}//\overline{ED}$ است. $\frac{2}{3}=\frac{24}{36}$ یا $\frac{2}{3}=\frac{2.4}{3.6}$

در شکل جزءb) $\frac{2}{3}=\frac{2.4}{3.8}\neq\frac{12}{19}$

چون تناسب بین اضلاع وجود ندارد، بنابر آن $\overline{ED}//\overline{BC}$



(a)



(b)



3-5: قضیهٔ تالس در مثلث

صفحهٔ کتاب درسی:(77) **وقت تدریس: (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم قضیهٔ تالس را در مثلث بدانند. -شاگردان با استفاده از قضیهٔ تالس درمثلث سوال ها را حل کرده بتوانند. - شاگردان ارزش قضیهٔ تالس را در زنده گی روز مره درک کرده واز کار بردآن درمسائل ریاضی احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، بعد توجه شاگردان را به ورودی درس جدید جلب و سؤال های زیر را با شاگردان طرح کند: - آیا می توانید از یک نقطهٔ ضلع مثلث موازی به ضلع دیگر آن رسم کنید. -اگر به یک ضلع مثلث خطوط موازی رسم شود ضلع دیگر را قطع می کند یا نه؟ - آیا تنها به یک ضلع مثلث موازی رسم کرده می توانیم ؟ استاد محترم کوشش کنید که جواب ها را از شاگردان به دست بیاو ر ید.

5- فعالیت جریان درس (25) دقیقه

استاد محترم مراحل فعالیت صفحهٔ 77 کتاب را توسط یک شاگرد خوانده و به روی تخته بنویسد.
شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و برای شان بگویید با در نظرداشت مراحل فعالیت اعضای گروپ با مشورت یکدیگر فعالیت را انجام دهند. کار هر گروپ را کنترول کنید. بعد 3 نفر نمایندهٔ را از گروپ های مختلف مقابل تخته بخواهید که به نوبت هر کدام کار گروپ خود را برای دیگران تشریح کنند. اشتباه یک گروپ توسط گروپ دیگر اصلاح شود. به ارتباط فعالیت، به نوبت از یک یک شاگرد سؤال شود و جواب درست از آن به دست آورید.نتیجهٔ فعالیت که درحقیقت مفهوم قضیهٔ تالس است توسط یک شاگرد بیان شود. در ختم درس ثبوت قضیهٔ تالس ن به صورت مکمل روی تخته تشریح داده شود. مثال اول صفحهٔ 78 کتاب روی تخته توسط یک شاگرد حل گردد .

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس، معلم مثال دوم کتاب را به شاگردان بدهد تادرکتابچه های خود حل کنند.معلم از کار شاگردان دیدن کند .آیا کدام شاگرد مشکلات دارد یانه؟ در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کند در اخیر یک شاگرد سؤال را روی تخته حل کند و شاگردان دیگر کار خود را باحل روی تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این متیقن شوید آیا به هدف رسیده اید یا نه؟ به ارتباط موضوع در س از شاگردان سوال ها بپرسید وجواب دریافت کنید.

8- معلومات اضافی برای معلم

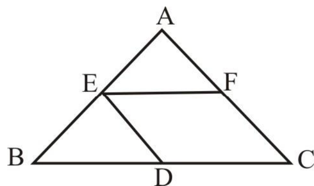
نتایجی که از ثبوت قضیه تالس در مثلث به دست آمده مدنظر می گیریم:

نتیجه 1: در مثلث ABC اگر $\overline{EF}//\overline{BC}$ باشد آنگاه شکل زیر را در نظر می گیریم:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$$

از ثبوت قضیه می دانیم که: $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}$.........I

پس ما باید $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$ را ثبوت نماییم. برای این منظور از نقطه E خط موازی به AC را رسم می کنیم تا $\overline{BC}$ را در نقطهٔ D قطع کند. اکنون می توان نوشت:



$$\overline{ED}//\overline{AC}\Rightarrow\frac{\overline{AE}}{\overline{EB}}=\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}}$$

نظر به خواص تناسب مخرج با صورت جمع می کنیم ودر مخرج می نویسیم:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AE}+\overline{EB}}=\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}+\overline{DC}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}}$$

با توجه به این که چهار ضلعی *EFCD* متوازی الاضلاع است رابطه اخیر را می توان نوشت: $\overline{EF}=\overline{DC}$

$\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$.............II روابط I و II را مقایسه می کنیم: $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}}$

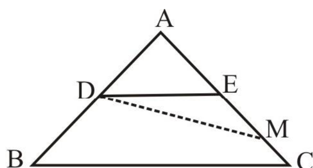
نتیجه 2: اگر از وسط یک ضلع مثلث خطی موازی به یک ضلع دیگر مثلث رسم کنیم این خط اولاً ضلع دیگر را نصف می کند. ثانیاً طول آن نصف ضلع سوم است.

ثبوت معکوس قضیه تالس: برای ثبوت معکوس قضیه تالس از نقطه D یک موازی به AC رسم می کنیم تا AC را در نقطه M قطع کند پس در $\overset{\Delta}{ABC}$ قرار فرضیه داریم:

$$\overline{MD}//\overline{BC}\rightarrow\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{AM}}{\overline{MC}}\text{........I}$$

نظر به قضیه داریم:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}\text{................II}$$



از مقایسه دو رابطه I و II داریم:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MC}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$$

نظر به خواص تناسب صورت را با مخرج جمع در مخرج می نویسیم:

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AM}+\overline{MC}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AE}+\overline{EC}}\Rightarrow\frac{\overline{AM}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

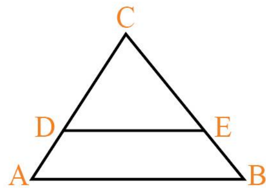
نظر به خواص تناسب مخرج ها مساوی است، پس $\overline{AM}=\overline{AE}$

چون نقاط M و E به یک طرف قرار دارند، پس $\overline{AM}$ همان $\overline{AE}$ است یعنی $\overline{BC} \setminus\setminus \overline{DE}$ است. دراخیر یک نفر شاگرد از روی تخته ثبوت قضیه را توضیح می دهد.

یادداشت: استاد محترم ثبوت قضیه ضرور نیست که برای شاگردان در امتحان آورده شود.

9- جواب به سؤال های تمرین

حل سؤال اول:



$$\frac{\overline{BC}}{\overline{EB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$$

$$\frac{15}{5}=\frac{12}{\overline{AD}} \Rightarrow \overline{AD}=\frac{5\cdot 12}{15}=4$$

$$\overline{AD}=4cm$$

$$\overline{DC}=\overline{AC}-\overline{AD} \Rightarrow \overline{DC}=12-4=8$$

$$\overline{DC}=8CM \ , \ \overline{EC}=8cm$$

حل سؤال دوم:

$$\overline{AE}=\frac{1}{7}ED$$

$$\overline{ED}=7\overline{AE}$$

$$\overline{FC}=7\overline{BF}$$

$$\overline{FC}+\overline{BF}=6$$

$$7\overline{BF}+\overline{BF}=6$$

$$8\overline{BF}=6$$

$$\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}$$

$$\overline{FC}=6-\frac{3}{4}$$

$$\overline{FC}=\frac{24-3}{4}=\frac{21}{4}$$

$$\overline{FC}=5.25$$

$$\overline{BF}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$$

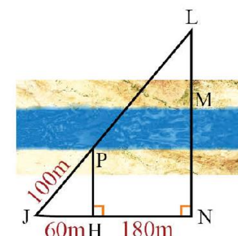
حل سؤال سوم:

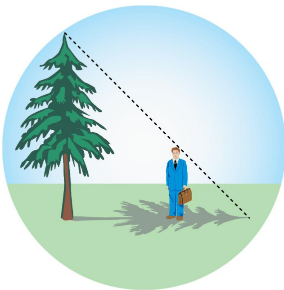
$$\frac{\overline{JP}}{\overline{JL}}=\frac{\overline{JH}}{\overline{JN}}$$

$$\frac{100}{JL}=\frac{60}{240}$$

$$JN=60+180=240m$$

$$\overline{JL}=\frac{100\cdot 240}{60}=400m$$





3-6: حالت اول تشابه مثلث ها

صفحهٔ کتاب درسی:(80)   وقت تدریس: (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم حالت اول تشابه مثلث ها را بدانند.
- مهارتی	- شا گردان قضیه راثبوت وسؤال ها را حل کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان اهمیت این قضیه را درک ودر حل مسائل هندسی به کار ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی از درس گذشته، درس جدید را باطرح سؤال درس جدید راشروع کند. -آیا فکر می کنید که طول یک شی و سایه آن همیشه مساوی است؟ -آیا بین درخت و سایه آن مثلث قایم الزاویه تشکیل می شود؟ -آیا می توان قد احمد را از روی سایهٔ و ارتفاع درخت دریافت کرد؟ کوشش کنید جواب ها را از شاگردان به دست آورید. اگر آنها جواب داده نتوانستند شما جواب بگویید و به مثال ها ی دیگرتوضیح کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

یک شاگرد را بخواهید که مثلث ABC را به روی تخته رسم کند. بعد یک شاگرد دیگر را بخواهید یک مثلث A'B'C' را طوری رسم کند که $\hat{A}=\hat{A}'$ و $\hat{B}=\hat{B}'$ باشد اگر شاگرد مشکلات داشت این کار را شما به انجام رسانید بالای ضلع AB نقطه B'' را طوری انتخاب کنید که $\overline{A'B'}=\overline{AB''}$ باشد.

شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم وهدایت دهید .فعالیت صفحهٔ 79 کتاب را به مشورت یکدیگر خود انجام دهند. در ختم فعالیت سه نفر شاگرد داوطلب را از گروپ های مخلتف بخواهید تا این که کار گروپ را به ترتیب تشریح کنند .متن قضیه توسط آنها بیان شود. در غیر آن شما برای شان ثبوت کنید.

ثبوت قضیه: شکل (A، B، C و A'، B'، C') به روی تخته رسم که در شکل $\hat{A}=\hat{A}',\ \hat{B}=\hat{B}'$ است نقطه B'' را روی ضلع AB طوری انتخاب می کنیم AB''= A'B' و از آن نقطه قطعه خط موازی به $\overline{BC}$ رسم می کینم.

تا AC را در C'' قطع کند. دو مثلث $A'B'C'$ و $AB''C''$ کدام شکل هابا هم انطباق پذیر اند چون $\hat{A}=\hat{A'}$ و $\overline{AB''}=\overline{A'B'}$ است نظر به حالت اول انطباق پذیری $AB''C''\cong A'B'C'$ بنابر این $\overline{B''C''}=\overline{B'C'}$ چون قطعه خط $B''C''$ موازی به ضلع BC است، بنابر آن در مثلث ABC نظر به قضیه تالس داریم:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB''}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AC''}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B''C''}}$$

همچنین $\overline{AB''}=\overline{A'B'}$, $\overline{AC''}=\overline{A'C'}$, $B''C''=B'C'$ است، پس $\frac{\overline{AB}}{A'B'}=\frac{\overline{AC}}{A'C'}=\frac{\overline{BC}}{B'C'}$ یعنی اضلاع دو مثلث متناسب اند از طرف دیگر زاویهٔ سوم دو مثلث ABC و $A'B'C'$ با هم مساوی اند یعنی زاویه های $\hat{C}=\hat{C''}$ در نتیجه طبق تعریف تشابه، دو مثلث ABC و $A'B'C'$ مشابه اند.

استاد محترم بعد از ثبوت به قسم مختصر بیان کنید و معلومات مکمل بدهید بعد مثال اول را که به ارتباط قضیه است تشریح و حل کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس ثبوت قضیه،توسط یک شاگرد به روی تخته تکرار شود شکل مثال 2 صفحهٔ 81 کتاب را به تخته رسم کند شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود حل کنند در ختم مفهوم مثال توسط یک شاگرد بیان و روی تخته فعالیت خود را توضیح دهد، در صور ت اشتباه کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه این مقصد چند مثال ک

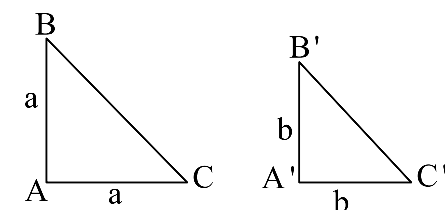
برای این که معلم اطمینان حاصل کند آیا شاگردان درس را فهمیده اندیا نه؟ به ارتباط موضوع از شاگردان سوال ها بپرسید.وجواب دریافت کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مدنظر می گیریم:

مثال: نشان دهید که دو مثلث قایم الزاویه متساوی الساقین مشابه هستند.

حل: فرض کنیم این دو مثلث یکی با ساقهایی به طول a و دیگری با طول ساق های b باشند.



حل: می دانیم که

$$\hat{B}=\hat{C}=\hat{B'}=\hat{C'}=45^\circ$$

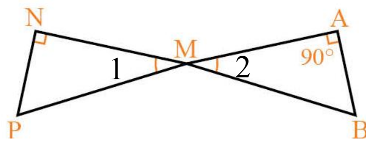
$$\hat{A}=\hat{A'}=90^\circ$$

ثانیا $\frac{a}{b}=\frac{\overline{AC}}{A'C'}=\frac{\overline{AB}}{A'B'}$ است.

کافی است ثابت کنیم $\frac{a}{b}=\frac{\overline{BC}}{B'C'}$ است، بنابر قضیه فیثاغورث داریم: $\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2}b}=\frac{\sqrt{2a^2}}{\sqrt{2b^2}}=\frac{\sqrt{a^2+a^2}}{\sqrt{b^2+b^2}}=\frac{\overline{BC}}{B'C'}$

10- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: در شکل مقابل ثابت کنید که $\overset{\Delta}{MNP} \sim \overset{\Delta}{MAB}$



حل: از شکل می دانیم

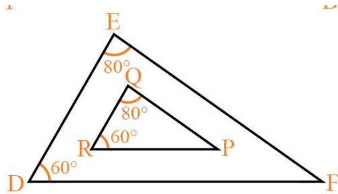
مقابل براس .... $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$

$\hat{N} = \hat{A} = 90^\circ$

چون دو زاویه دو مثلث با هم مساوی اند، پس نظر به حالت اول تشابه مثلث ها تناسب بین اضلاع وجود دارد.

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{MA}}{\overline{MP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{PN}}$$

در نتیجه: $\overset{\Delta}{MAB} \sim \overset{\Delta}{NMP}$



سؤال دوم: در شکل مقابل نشان دهید که $\overset{\Delta}{RQP} \sim \overset{\Delta}{DEF}$

حل: در دو مثلث DEF و RQP داریم:

$\hat{E} = \hat{Q} = 80^\circ$

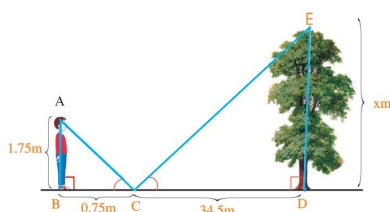
$\hat{D} = \hat{R} = 60^\circ$

چون دو زاویهٔ دو مثلث یک به یک باهم مساوی اند، پس بین اضلاع دو مثلث تناسب وجود دارد، یعنی

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{QP}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{RP}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{RQ}}$$

در نتیجه $\overset{\Delta}{RQP} \sim \overset{\Delta}{DEF}$

7-3: حالت دوم تشابه مثلث ها



صفحۀ کتاب درسی (81)   وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان حالت دوم تشابه مثلث ها را بدانند. - شاگردان حا لت دوم تشابه مثلث ها را ثبوت وسؤال های مربوط را حل کرده بتوانند . - شاگردان حالت تشابه را در زنده گی لذت ببرند. تشابه را در حیات روز مره برای حل مسائل هندسی به کار ببرند. و از آن لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی:	بکس هندسی به ارتباط فعالیت درس چارت
4- توضیح ورودی: (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته ، موضوع ورودی درس جدید با طرح سؤا ل های زیر شروع کند : -اگر دو ضلع یک مثلث متناسب باشد. آیا مساوی بودن زاویه بین شان ضرور است؟ - چی طور می توانید ارتفاع یک درخت یا تعمیر را با استفاده از تشابه مثلث ها محاسبه کنید؟ استاد محترم کوشش کنید که جواب ها را از شاگردان به دست آورید در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم چارت را که ازقبل تهیه کرده اید به مقابل صنف آویزان کنید.

شاگردان را به گروپ ها تقسیم و برای شان بگویید که بادیدن چارت فعالیت را انجام دهند. شاگردان را در صنف مراقبت و کنترول کنید. اگر شاگردان کدام مشکل داشتند برای شان حل کنید.

در ختم فعالیت نمایندۀ هر گروپ را بخواهید تا کار گروپ خود را برای دیگران توضیح کنند. اگر در کار یک گروپ اشتباه باشد توسط گروپ دیگر اصلاح کنید.

بعد از ختم فعالیت با درنظرداشت تمام مراحل فعالیت نتیجه را برای شان تشریح کند. مانند حالت اول ثبوت را به پایان برسانید. مثال صفحۀ 82 کتاب را روی تخته حل و تشریح کنید. تا این که شاگردان از روی مثال مفهوم قضیه را بدانند (شاگردان درتوضیح و تشریح سهیم بسازید)

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

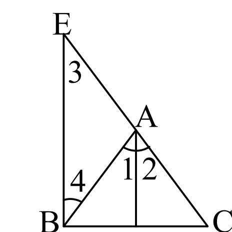
برای تحکیم بخشیدن درس، مثال دوم صفحهٔ 82 کتاب را شاگردان به کتابچه های خود حل کنند. شاگردان باید از کتاب استفاده نکنند. در ختم یک شاگرد را بخواهید که سؤال را طور درست روی تخته حل کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که از آموزش شاگردان اطمینان حاصل کنید به ارتباط موضوع درس، چند سؤال برای شاگردان بدهید و آن ها را ارزیابی کنیدوجواب در یافت نمایید.

8- معلومات اضافی برای معلم

. ناصف الزاویهٔ داخلی هر مثلث ضلع مقابل را به نسبت دو ضلع دیگر تقسیم می کند. در مثلث ABC ناصف الزاویهٔ $\hat{A}$ عبارت از $\overline{AD}$ است که می خواهیم به دست بیاوریم که $\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ از نقطهٔ B تنها یک موازی به AD رسم می کنیم تا این که امتداد یافته طول AC را در نقطهٔ E قطع کند. در شکل دیده می شودکه :



قرار متوافقه............ $\hat{2}=\hat{3}$

قرار متبادله............ $\hat{1}=\hat{4}$

قرار ترسیم................ $\hat{1}=\hat{2}$

از مقایسهٔ روابط فوق نتیجهٔ زیر به دست می آید: $\hat{3}=\hat{4}$

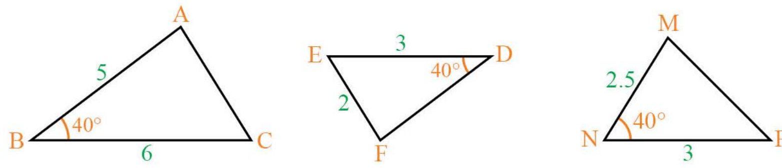
پس مثلث ABE متساوی الساقین است. یعنی $\overline{AE}=\overline{AB}$ است. در مثلث $BE \backslash\backslash AD$ است، پس: $\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

با گذاشتن قیمت AB نوشته می شود. $\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$

از رابطه گذشته نقطه D ضلع BC را داخلا به نسبت اضلاع AB و AC تقسیم کرده است. به همین ترتیب ناصف خارجی هر زاویه ضلع مقابل و امتداد آن را به نسبت دو ضلع دیگر متناسباً تقسیم می کند.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- در اشکال زیر کدام دو مثلث باهم مشابه اند:



حل: دو مثلث MNP و ABC را در نظر می گیریم:

$$\hat{B} = \hat{N} = 40^\circ$$

حالا از روی قیمت های داده شده تناسب تشکیل می دهیم.

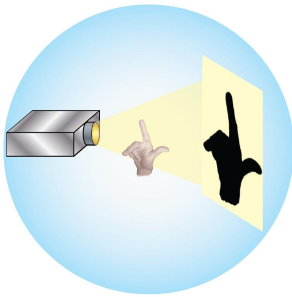
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{NP}} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{2.5}{3}$$

یا از روی خواص تناسب $\frac{5}{2.5} = \frac{6}{3} = 2$ بین اضلاع تناسب وجود دارد، پس $\overset{\Delta}{MNP} \sim \overset{\Delta}{ABC}$

قسمی که بین دو مثلث EDI و MNP $\hat{D} = \hat{N} = 40^\circ$ است. از روی قیمت های داده شده تناسب اضلاع تشکیل نمی شود.

$$\frac{\overline{ED}}{\overline{EI}} \neq \frac{\overline{MN}}{\overline{NP}} \Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{2.5}{3}$$

به همین ترتیب مثلث های EDI و ABC باهم مشابه نیستند.



8-3: حالت سوم تشابه مثلث ها

صفحهٔ کتاب درسی (83) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم حالت سوم تشابه مثلث ها را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان حالت سوم تشابه مثلث ها را ثبوت کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان از این حالت در زنده گی روزمره در وقت ضرورت در حل مسائل هندسی کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام ، احوالپرسی ، درس گذشته را ارزیابی کنید. به خاطر ایجاد انگیزه با طرح سؤال های زیر به ارتباط موضوع ورودی، به تدریس جدید بپر دازید. -کی می گوید که اشیابا سایهٔ باهم مشابه اند ؟یا خیر؟ - آیا طول سایهٔ اشیا همیشه با هم مساوی اند؟ - آیا طول اشیای مشابه همیشه مساوی اند یا فرق دارند؟ - در مثال ورودی کتاب طول انگشتان و تصویر آن یکی با دیگر مساوی است یا نه؟ توسط خط کش اندازه کنید کوشش کنید که جواب از شاگردان به دست آورید، اگر مشکلات داشتند کمک و رهنمایی کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم !یک شاگرد داوطلب را پیشروی تخته بخواهید که از روی طول داده شده، یک مثلث را رسم کند زاویهٔ آن را توسط نقاله اندازه بگیرد. شاگرد داوطلب دوم را پیشروی تخته بخواهید از روی طول داده شده مثلث دوم را روی تخته رسم کند طوری که زاویه های شان باهم مساوی باشند. شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و برای شان هدایت دهیدکه در گروپ های خود جدولی را که به ارتباط فعالیت داده شد ه است تکمیل کنند، زوایای نامعلوم را دریافت کند و نسبت بین اضلاع را به دست آورند. اگر در جریان درس کدام سؤال داشتند جواب درست برای شان بدهید.در انجام فعالیت استاد محترم! قدم به قدم برای شاگردان تشریح و طریقهٔ تکمیل جدول را برای شان واضح سازید.

مثال اول صفحهٔ 84 کتاب را روی تخته تشریح و ارتباط آن را از روی قضیه واضح سازید. شاگردان را نیز سهم بدهید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس، مثال دوم صفحهٔ 84 کتاب را روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود حل کنند. درصورت داشتن مشکل کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

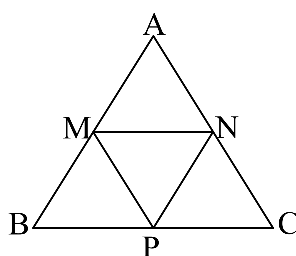
برای این که معلم ا طمینا ن حاصل کند که شاگردان درس را فرا گرفته اند یا نه؟ به ارتباط موضوع درس از شاگردان چند سوال بپرسد و جواب را دریافت کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: ثابت کنید که اگر وسط اضلاع مثلثی را به یکدیگر وصل کنیم مثلث پدید آمده بامثلث اصلی متشابه است؟

حل: نقاط N,M و P به ترتیب بالای وسط اضلاع AC,AB و BC قرار دارند.



می دانیم که: $\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = 1$

پس نظر به عکس قضیهٔ تالس $\overline{MN} // \overline{BC}$

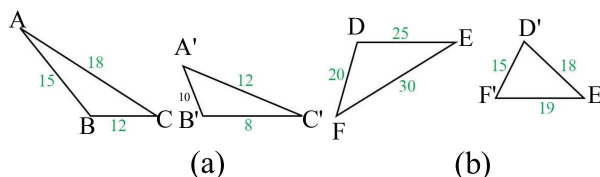
در نتیجه $\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AN}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$

به همین ترتیب $\frac{\overline{NP}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2} , \frac{\overline{MP}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MP}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{NM}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow A\overset{\Delta}{B}C \sim M\overset{\Delta}{N}P$$

9- جواب به سؤال های تمرین

کدام دو جوره از مثلث های زیر با هم مشابه اند.



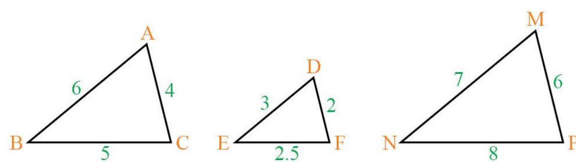
حل: تناسب اضلاع مثلث های جزء a را تشکیل می دهیم.

$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} = \frac{15}{18} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ چون تناسب بین اضلاع وجود دارد، پس مثلث ها مشابه اند.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} \\ \frac{\overline{D'E'}}{\overline{E'F'}} = \frac{15}{19} = \frac{15}{19} \end{array}\right\}$$

اما تناسب بین اضلاع مثلث های جزء b وجود ندارد، پس آن دو مثلث مشابه نیستند.

2- نشان دهید که در اشکال زیر کدام دومثلث با هم مشابه اند.



حل: $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{EF}}\Rightarrow\frac{6}{5}=\frac{3}{2.5}\ ,\ \frac{6}{5}=\frac{30}{25}=\frac{6}{5}$

چون تناسب بین اضلاع مثلث ABC و DEF وجود دارد، پس آن دو مثلث با هم مشابه اند. $\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{DEF}$

حالا تناسب بین اضلاع مثلث های $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ را در نظر می گیریم:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{5}\\ \frac{\overline{MN}}{\overline{NP}}=\frac{7}{8}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{6}{5}\neq\frac{7}{8}$$

پس گفته می شود که مثلث $\overset{\Delta}{MNP}$ و $\overset{\Delta}{ABC}$ باهم مشابه نیستند.

9-3: نکات مهم فصل

صفحهٔ کتاب درسی (85) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم اشکال متشابه، مضلعات متشابه، خطوط موازی به فاصله های مساوی، - قضیهٔ تالس را بدانند. - متن قضایا را بیان و به ارتباط آن سؤال هارا حل کرده بتوانند.
2- روش های تدریس	انفرادی و گروپی سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت برای تطبیق درس
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعد از سلام ، احوالپرسی که نکات مهم فصل با طرح سؤال ها شروع می کند.
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه استاد محترم برای ایجاد رقابت سالم بین دانش آموزان شاگردان را به دو گروپ تقسیم نماید تا مفاهیم و قوانین مربوطه فصل را از یکدیگر بپرسند و گروپ مقابل جواب دهد.	
6- تحکیم درس: (7) دقیقه به خا طر تحکیم درس استاد محترم نکات مهم فصل را طور مختصر به شاگردان توضیح نما ید..	
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه برای این که معلم مطمئن شود که تمام شاگردان مفهوم نکات را دانسته اند یا نه ؟ چند سؤال طرح واز شاگردان جواب مطا لبه نماید.	

9-3: نکات مهم فصل

صفحهٔ کتاب درسی (85) **وقت درس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	-شاگردان در اخیر فصل مفاهیم اساسی و قوانین مربوطه تشابه را در مثلث ها بدانند. - شاگردان با استفاده از قوانین تشابه و مسائل مربوطه را حل کرده بتوانند. - شاگردان از حل مسائل تشابه و لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ،احوالپرسی و از نکات مهم درس گذشته به صورت کوتاه ارزیابی کند.
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه قضیهٔ تالس عکس قضیهٔ تالس وحالت تشابه مثلث ها را به نوبت از شاگردان بپرسید. شما به تشریحات تعریفات و جوابات شاگردان توجه داشته باشید اگر اشتباه کردند آنها را کمک و رهنمایی کنید.	
6- تحکیم درس: (7) دقیقه برای تحکیم درس معلم محترم باید نکات مهم فصل را طور مختصر به شاگردان توضیح نماید.	
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه معلم محترم چند سوال طرح وازشاگردان جواب مطالبه نماید.	

10-3: تمرین فصل سوم

صفحۀ کتاب درسی (86) **وقت درس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	در اخیر فصل شاگردان توان این را داشته باشند به ارتباط موضوعات سؤال ها را حل کرده بتوانند در وقت ضرورت ارزش و اهمیت آن را در حل مسائل هندسی درک کنند و همچنان ذهن شاگردان را انکشاف دهد.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی

سؤالات زیر را به دقت مطالعه کنید. برای هر سؤال چهار جواب داده شده است، جواب درست را انتخاب نموده و دور آنرا حلقه کنید.

1- یک مثلث متساوی الاضلاع مشابه است با:

b) مثلث متساوی الاضلاع

2- تمام چهار ضلعی های متساوی الزوایا باهم:

c) متوازی الاضلاع اند.

3- مثلث های ABC و DEF باهم مشابه اند. هرگاه $\hat{A}=\hat{D}$, $\hat{B}=\hat{E}$ بوده و اگر $\overline{AB}=9cm$ ، $\overline{AC}=12cm$ در $DE=3cm$ باشد در این صورت طول DF عبارت است از:

b) $4cm$

حل: $\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}=\frac{9}{12}=\frac{3}{DF}\Rightarrow DF=\frac{3\cdot 12}{9}=4$

4- درشکل زیر $\overline{AB}//\overline{ED}$ و $\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{5}{2}$ است نسبت $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ عبارت است از:

b) $\frac{5}{2}$

5- یک مثلث ABC که اندازۀ ضلع های آنها 8، 12 و 16 سانتی متر باشند با کدام یک از مثلث هایی که اندازه ضلع های آنها داده شده اند متشابه اند؟

a) مثلثی که ضلع ها ی آن 6 ، 9 و 12 سانتی متر باشد.

حل: $\frac{4}{3}=\frac{8}{6}=\frac{12}{9}=\frac{16}{12}$

- جملات زیر را بدقت خوانده در مقابل جملۀ صحیح علامت(ص)و در مقابل جملۀ غلط علامت (غ) بگذارید.

1- ص 2- غ ۳ ــ ص

۴- ص ۵- غ ۶- ص ۷- غ

جهت حل سؤالات خانه خالی استاد محترم از هر شاگرد سؤال می کنید و به قسم شفاهی شاگردان جواب دهند.

- جملات زیر را به دقت خوانده جاهای خالی را باکلمات مناسب پر کنید.

1- اگر یک خط دوضلع یک مثلث را طور متناسب تقسیم نماید به ضلع سوم آن موازی است.

2- هرگاه قاطع ها خطوط موازی هم فاصله را قطع کنند به روی آنها قطعات متناسب جدا می کنند.

3- دومثلث وقتی باهم مشابه اندکه زویای یک مثلث با زوایای مثلث دیگر انطباق پذیر باشند.

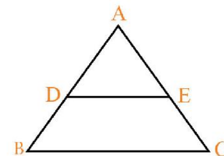
4- مضلعات مشابه دارای اضلاع متناسب، زوایای مساوی و تعداد رأس های مساوی می باشند.

● سؤالات زیر را حل کنید.

معلم برای حل سؤالات یک یک نفر شاگرد را بخواهید تا سؤالات را روی تخته حل کنند معلم کمک و رهنمای کند و شاگردان دیگر حل سؤالات را به کتابچه های خود نقل کنند.

1- درشکل زیر D وسط $\overline{AB}$ است. نسبت $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ را دریافت کنید.

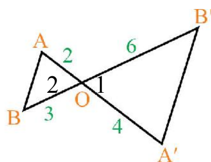
حل: $\overline{DE}//\overline{BC}$ است.



$$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$
$$\overline{DB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$
$$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$
$$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$$
$$\Rightarrow\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=1$$

2- چرا دو مثلث $O'\overset{\Delta}{A}'B',O\overset{\Delta}{A}B$ مشابه اند؟ تناسب بین اضلاع آنها را بنویسید و زاویه های مساوی رامشخص کنید.

حل: در شکل دیده می شود



$$\hat{O}_1=\hat{O}_2$$
$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}=\frac{\overline{OB}}{\overline{OB'}}\Rightarrow\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

چون زاویهٔ یک مثلث با زاویهٔ مثلث دیگر مساوی و تناسب بین اضلاع مجاور آن وجود دارد، پس نظر به حالت دوم تشابه مثلث ها با هم مشابه اند. یعنی $O\overset{\Delta}{A}B\sim O'\overset{\Delta}{A}'B'$

3- در ذوذنقهٔ زیر ثبوت کنید که $\overset{\Delta}{ABE}$ و $\overset{\Delta}{ECD}$ با مشابه اند.

حل: در شکل دیده می شود که

متبادله $\hat{A}_1=\hat{C}_2$

متقابل براس $\hat{E}_3=\hat{E}_4$

دیده می شود که دو زاویه یک مثلث با زاویهٔ مثلث دیگر ($A\overset{\Delta}{B}E$ و $E\overset{\Delta}{C}D$) با هم مساوی اند، پس نظر به حالت اول تشابه

مثلث ها، این دو مثلث با هم مشابه اند. $\Rightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}=\frac{\overline{EB}}{\overline{ED}}, \overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{ECD}$

4- درهر شکل مثلث ها را بررسی کنید و نیز تعیین کنید که کدام دو جوره مثلث ها طبق کدام حالت تشابه باهم مشابه اند؟

حل: در شکل جزء a: مثلث ها باهم مشابه اند، به خاطری این که تناسب بین اضلاع وجود دارد.

$$\frac{\overline{AC'}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB'}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$$

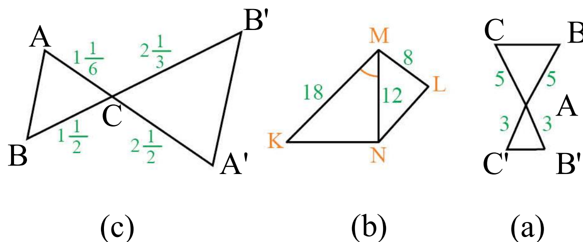
درشکل جزء b: مثلث ها باهم مشابه هستند، زیرا

$$\frac{\overline{ME}}{\overline{MN}}=\frac{\overline{MN}}{\overline{KM}}=\frac{8}{12}=\frac{12}{18}\Rightarrow\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

در شکل جزء c: مثلث ها باهم مشابه هستند، زیرا

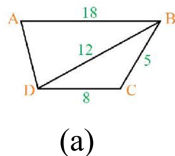
$$\frac{1\frac{1}{6}}{2\frac{1}{2}}=\frac{2\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2}}\Rightarrow\frac{\frac{7}{6}}{\frac{5}{2}}=\frac{\frac{7}{3}}{\frac{3}{2}}\Rightarrow\frac{7}{6}\cdot\frac{2}{5}=\frac{7}{3}\cdot\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow\frac{14}{30}\neq\frac{14}{9}$$



(c) (b) (a)

5- بالای هر شکل مثلث های زیر فکر کنید. تعیین کنید که کدام جوره مثلث ها نظر به کدام حالت های تشابه مشابه اند ؟

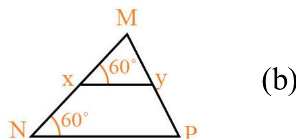


(a)

حل جزء :a

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}}\Rightarrow\frac{18}{12}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$$

در شکل دیده می شودکه بین اضلاع مثلث های $\overset{\Delta}{ABD}$ و $\overset{\Delta}{DCB}$ تناسب وجود دارد، پس گفته می شود که نظر به حالت سوم یکی با دیگر ی مشابه اند.

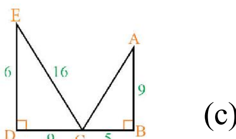


(b)

حل جزء:b

$\hat{MNP}=\hat{MXY}$ نظر به متوافقه،پس نظر به حالت اول گفته می شود که تناسب بین اضلاع وجود دارد یعنی:

$$\frac{\overline{MX}}{\overline{XN}}=\frac{\overline{MY}}{\overline{YP}}\Rightarrow\overset{\Delta}{MXY}\sim\overset{\Delta}{MNP}$$



(c)

حل جزء:c

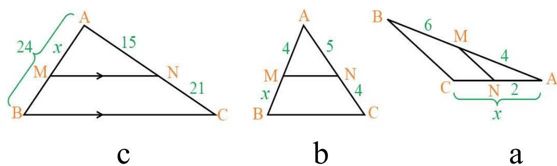
در شکل دیده می شوده $\hat{D}=\hat{B}=90^\circ$ است،پس تناسب بین اضلاع وجود ندارد از این سبب مثلث های $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overset{\Delta}{EDC}$ یک با دیگر مشابه نیستند.

6- در اشکال زیر $\overline{MN}\,//\,\overline{BC}$است. با استفاده از قضیۀ تالس x را دریافت کنید.

حل جز a: از روی شکل می توان نوشت:

حل جزء (a) $\frac{AC}{AN}=\frac{AB}{AM}\Rightarrow\frac{AC}{AN}=\frac{AM+MB}{AM}=\frac{x}{2}=\frac{10}{4}\quad,\quad x=\frac{10\cdot 2}{4}=5$

حل جزءb) از روی شکل می توان نوشت:



$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}\Rightarrow\frac{4}{x}=\frac{5}{4}\Rightarrow x=\frac{16}{5}=3.2$$

حل جزءc) از روی شکل می توان نوشت:

$$\frac{\overline{AB}}{X}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AN}}$$

$$\frac{24}{x}=\frac{36}{15}\Rightarrow x=\frac{24\cdot 15}{36}=2\cdot 5=10$$

$$x=10$$



فصل چهارم: تناظر

4-1: مفهوم تناظر

صفحۀ کتاب (91) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم تناظر را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان بتوانند. اشکال متناظر را بشناسند.
- ذهنیتی	- شاگردان اهمیت تناظر را درک کنند و در حل مسائل هندسی بکار ببرند.
2- روش های تدرسی	انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	چارت شکل ورودی
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم با بعد از سلام، احوالپرسی، سایر کار های مقدماتی با نشان دادن تصویر ورودی و تصویر های دیگر و طرح سؤال ها از شاگردان درس را شروع می کند. طوریکه ابتدا شکل ورودی را توضیح می کند. مثلاً می گوید بال های پروانه نظر به وجود آن به شکل متناظر قرار دارد. توجه شاگردان را به سایر اشکال که تناظر را نشان دهد. جلب و در مورد معلومات می دهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم به درس شروع می کند طوریکه نخست توجه شاگردان را به فعالیت و شکل های هندسی تناظر جلب می گوید. آن شکل های هندسی را که می بینید تمام نقاط یک سمت شکل نظر به خط متناظر نقاط سمت دیگر است. این خط به نام خط تناظر یاد می شود. زیرا اگر شکل های هندسی داده شده را بالای یکدیگر به امتداد این خط قات کنیم تمام نقاط یک سمت و سمت دیگر خط بالای یکدیگر منطبق می شوند. بدین ترتیب باید، این مطلب را در نظر بگیریم. اشکال متناظر نظر به محور تناظر بدو طرف آن واقع است. این مطلب حتمی نیست که اشکال تناظر همیشه به محور تناظر چسپیده باشد. زیرا ما برای آسانی این مسأله تشریح تناظر را با مثال های ساده شروع نمودیم.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

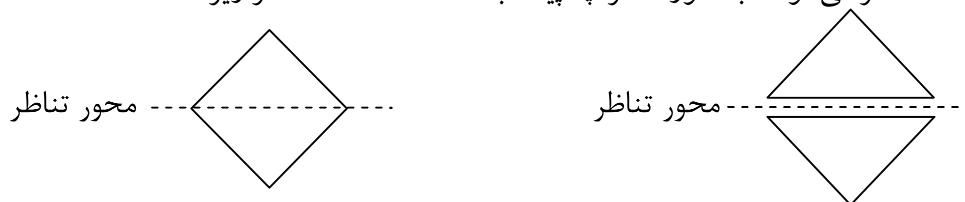
برای تحکیم بخشیدن درس مثال های داده شده که در روی آن محور تناظر به شکل خط نقطه نقطه رسم و معلم می تواند تما م نقاط یک طرف خط یا محور تناظر را به تمام سمت دیگر یک به یک مقایسه کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

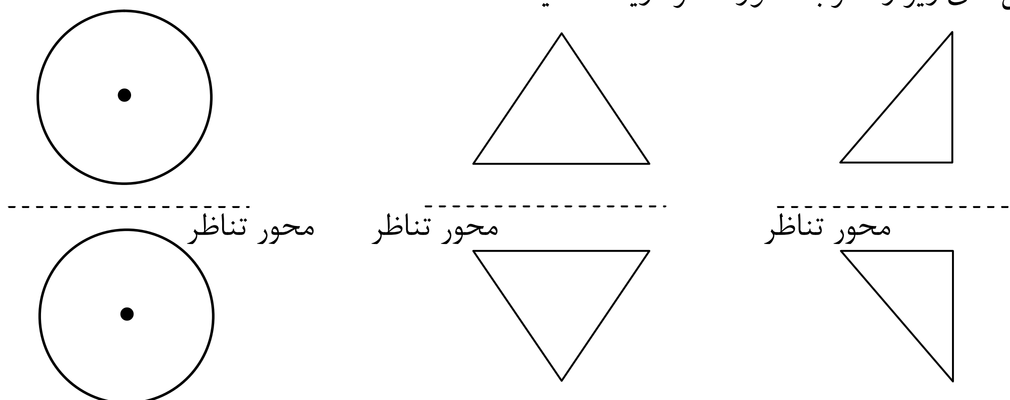
معلم از شاگردان به قسم انفرادی بخواهد که هر کدام به کتابچه های خود اشکالی را رسم نمایند که تناظر را نشان دهد.

8- معلومات اضافی برای معلم

حال ما در کتاب اشکالی را مشاهده نمودیم که هر سمت بالا با سمت دیگر با محور تناظر چسپیده است. باید گفت که اشکال متناظر می توانند بامحور تناظر چسپیده نباشند مانند اشکال تناظر زیر.

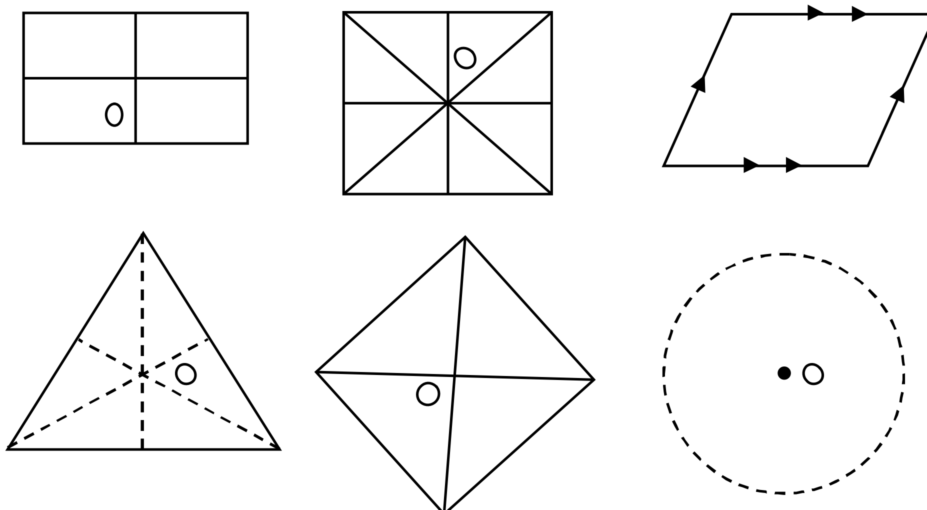


2- تناظر شکل های زیر را نظر به محور تناظر دریافت کنید.



9- جواب به سؤال های تمرین

در اشکال زیر کدام نقطه را وصل کنیم که محور تناظر اشکال نامبرده را به دو قسمت تناظر تقسیم کند.



مثلث متساوی الاضلاع	مربع	دایره	لوزی	متوازی الاضلاع	مستطیل	شکل
3	4	بی شمار	2	0	2	تعداد محورها تناظر



2-4: تناظر محوری

صفحهٔ کتاب (93) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم محور تناظر را بدانند. - شاگردان در یک شکل اختیاری محور تناظر را رسم کرده بتوانند. - شاگردان در حیات روزمره از محور تناظر استفاده کنند.
2- روش های تدرسی	انفرادی، گروپی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	خط کش، نقاله ، شکل ورودی
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم محترم بعد از احوالپرسی، و سایر فعالیت های مقدماتی ضروری وتکرار مختصر درس گذشته توجه شاگردان را به شکل ورودی معطوف کنید. با در نظرداشت تصویر، از شاگردان اشکال متناظر را که در اطراف آن ها قرار دارد سؤال کنید. همچنان مثال ها بیآورید. تا شاگردان درمورد تناظر و تناظر محوری معلومات لازم کسب نماید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

شاگردان را به گروپ ها تقسیم نموده به آنها وظیفه دهید تا به اجرای فعالیت درس جدید بپردازند. مقصد از اجرای فعالیت این است تا شاگردان محور تناظر را بشناسند. و این طریقه را بفهمند که چطور می توان متناظر یک نقطه را نظر به محور تناظر به طرف دیگر خط بدست آورد. معمولاً برای دریافت تناظر یک نقطه، یک عمود روی محور تناظر رسم بعد به اندازهٔ فاصله بین نقطه و محور تناظر امتداد می دهیم که مطلب فوق به قسم تعریف عمومی نیز آمده است و بدین ترتیب متناظر نقطه، نقطه به دست می آید.

به هیمن قسم متناظر نقاط دیگر را هم می توان به دست آورد که اگر نقاط شکل متناظر را یک با دیگر وصل سازید متناظر شکل به دست می آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

بخاطر تحکیم درس بعد از فعالیت دوم در کتاب مثال خوب آورده شده است. به شاگردان وظیفه دهید. تا طور انفرادی سؤال را در کتابچه های خود حل کنند. در اثنای حل معلم محترم شاگردان را کمک و رهنمایی کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

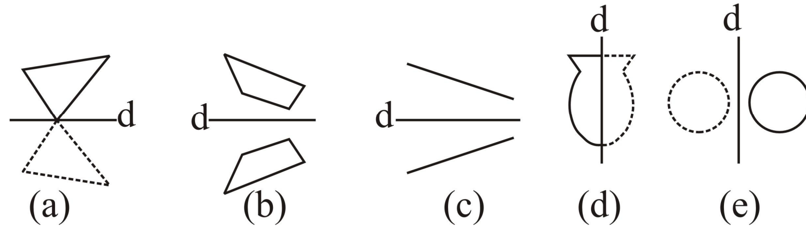
برای ارزیابی از چند شاگردان طریق ترسیم تناظر یک نقطه و یک شکل را به قسم انفرادی بپرسید.

8- معلومات اضافی برای معلم

علاوه بر محور تناظر یک تناظر دیگر نیز است که عبارت از تناظر یک جسم نسبت به یک نقطه می باشد. که نقطه را مرکز تناظر می گویند. تناظر هر نقطه نسبت به مرکز تناظر به طرف دیگر نقطه است.

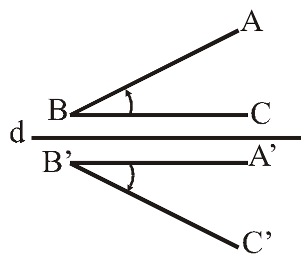
9- جواب به سؤال های تمرین:

1- تناظر هر شکل را نسبت به خط d رسم کنید.



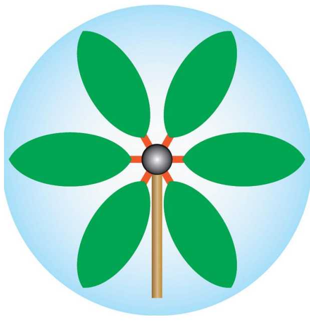
2- نشان دهید که تناظر محوری یک زاویه، زاویهٔ است مساوی و مختلف الجهت با زاویه اولی

حل: متناظر نقطه A', A و متناظر نقطه B', B و متناظر نقطه C', C می باشد. اگر نقاط C', B', A' را با هم دیگر وصل کنیم زاویه $A'\hat{B'}C'$ به دست می آید.



از روی تعریف تناظر می دانیم که اگر شکل فوق را به روی محور تناظر قات کنیم پس هر دو زاویه یکی بالای دیگری منطبق می گردد. بنابراین وسعت هردو زاویه باهم مساوی است.

از طرف دیگر دیده می شود یک زاویه موافق به عقربهٔ ساعت زاویهٔ دیگر مخالف عقر بهٔ ساعت است پس از این سبب این دو زاویه مخالف یک دیگر شمرده می شوند.



3-4: تناظر مرکزی

صفحۀ کتاب:(95)　　　وقت تدریس: (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
دانشی	- شاگردان مفهوم تناظر مرکزی را بدانند.
مهارتی	- شاگردان اشکال مربوطه تناظر مرکزی را رسم کرده بتوانند.
ذهنیتی	- شاگردان در مسائل هندسی از تناظر مرکزی استفاده کنند.
2- روش های تدرسی	انفرادی، گروپی وسوال جواب
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی: (5)دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی ،انجام سایر فعالیت های مقد ماتی و ارزیابی درس گذشته به صورت کوتاه تصویر ورودی درس جدید را که یک شاخۀ گل است با طرح یک سؤال توضیح بپردازد و بگوید که به مرکز شاخۀ گل یک نقطه قسمی دیده می شود، که برای وضاحت تناظر مرکزی یک مثال خوب است، بدین ترتیب می توانید تناظر مرکزی را برای شاگردان با دادن مثال های دیگر واضح سازید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

شاگردان را به گروپ ها تقسیم و به آنها وظیفه دهید تا تناظر مرکزی نسبت به یک نقطه را به دست آرند یعنی قسمیکه تناظر یک نقط نسبت به مرکز تناظر یک نقطه به دست می آید. برای این که تناظر مرکزی خوب تشریح شده باشد عیناً مانند محور تناظر ، تناظر یک نقطه به طراف دیگر مرکز تناظر به عین فاصله یک نقطه به وجود می آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

به منظور تحکیم درس در یک تعداد اشکال هندسی تناظر نظر به نقطه را طور یک سؤال روی تخته از طرف معلم مطرح شود برای این کاراز مثال های کتاب کار بگیرید و شاگردان جواب ارایه میدارند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

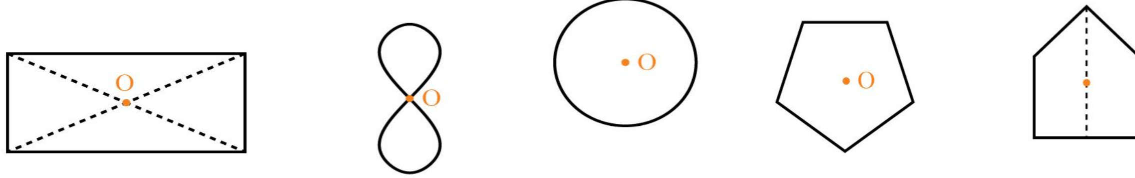
معلم یک شکل را در وسط تخته رسم و از شاگردان بخواهد که به کتابچه های خود به قسم انفرادی تناظر مرکزی شکل مذکور را دریافت کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم

در اطراف ما اشکالی وجود دارد که تناظر مرکزی به قسم واضح در آنها دیده می شود این قسم تناظر به اشکال دایروی دیده می شود محیط خود یک دایره نظر به مرکز دایره به قسم تناظر واقع است که مرکز دایره، مرکز تناظر را می سازد.

9- جواب به سؤال های تمرین

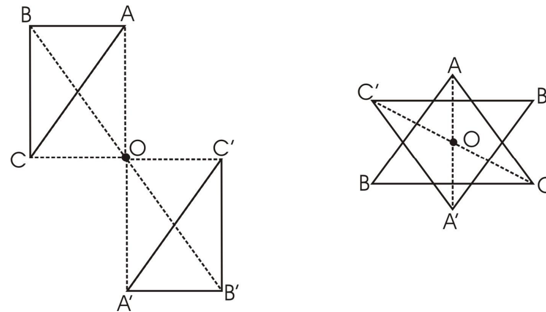
در کدام یک از شکل های زیر نقطه O مرکز تناظر است:



حل:-در اشکال فوق نقطهٔ O تناظر مرکزی را می سازد. اما دراشکال زیر O مرکز تناظر را نمی سازد.



2- تناظر شکل های زیر را نسبت به نقطه O رسم کنید.



هرگاه در بیضوی و یا دایره مرکز تناظر دایره و یا بیضوی باشد نقاط تناظری آن عبارت ازنقاط محیط آنها میباشد.

4-4: نکات مهم فصل

صفحهٔ کتاب (97) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی دانشی مهارتی ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم تناظر، محور تناظر و مرکز تناظر را بدانند. - شاگردان در اشکال هندسی و غیر هندسی محور تناظر، مرکز تناظر را رسم کرده بتوانند. از شناخت تناظر در حیات روزمره کار بگیرند.
2- روش های تدرسی	انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم بعدازسلام ، احوالپرسی وسایر کار های مقد ماتی ضروری برای وضاحت بیشتر تناظر، روی خود را به آیینه ببنید که فضا نظر به سطحی که آیینه است چهره تناظر هر انسان را می سازد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم باید نکات مهم فصل چهارم را که به صفحهٔ 97 کتاب آمده است به آواز بلند توسط یک شاگرد بخواند برای جواب گفتن سؤال ها به نوبت هر شاگرد را به مقابل تخته خواسته و جواب به دست آرد.

معلم باید هر دو نوع تناظر (تناظر محوری و مرکزی را) به قسم مثال از شاگردان بپر سد وسعی نمایدتا شاگردان حل جواب داده بتوانند اگر جواب درست ندهند، یک شاگرد دیگر را بخواهید که بالای تخته جواب بدهد.

6- تحکیم درس 5 دقیقه

به خاطر تحکیم درس معلم محترم باید نکات، مهم فصل را طور مختصر به شاگردان توضیح نماید.

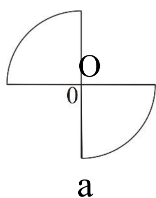
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

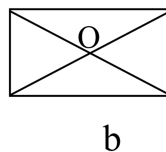
باید استاد چند سؤال ساخته و از شاگرد ان به قسم تحریری امتحان گرفته شود. جواب مقایسه نماید.

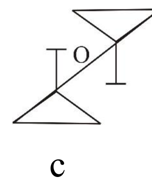
4-5: حل تمرین فصل چهارم

صفحۀ کتاب (98) **وقت درس (1 ساعت درسی)**

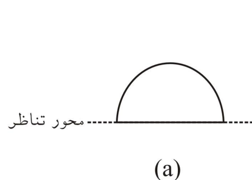
1- تناظر هر شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید.

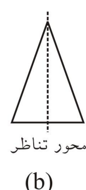


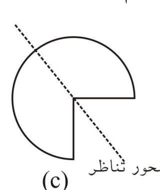




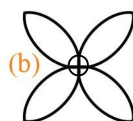
2- محور تناظر هر شکل را رسم کنید

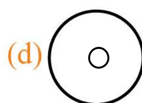






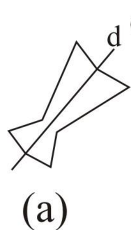
3- شکل های را که مرکز تناظر دارند مشخص کنید. سپس مرکز تناظر را روی هر شکل نشان دهید.



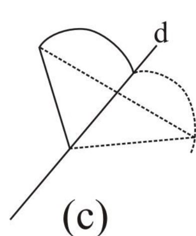


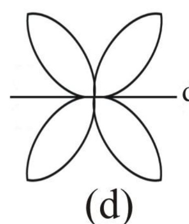
در هر دو شکل (O) مرکز تناظر است.

4- تناظر اشکال زیر نظر به خط (d) به قسم زیر است.

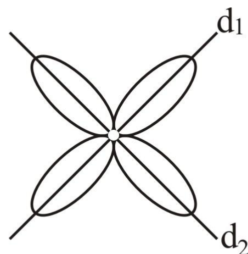


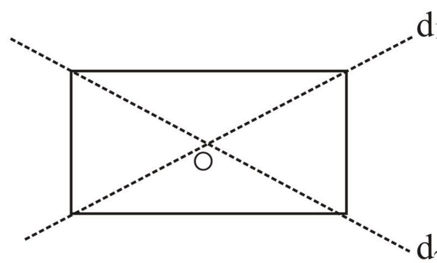


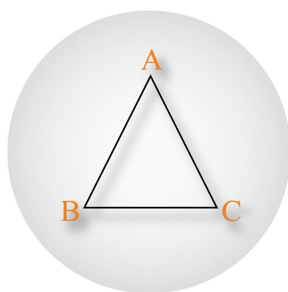




5- بادو شکل نشان دهید که اگر شکلی دو محور تناظر داشته باشد محل تقاطع آنها مرکز تناظر شکل است.







فصل پنجم: قضایای مثلث

5-1: قضایای مثلث متساوی الساقین

صفحۀ کتاب (101) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید قضیه اول مثلث متساوی الساقین را بدانند - شاگردان قضیه را ثبوت واز نتایج آن در حل مسائل هندسی کار گرفته بتوانند. - شاگردان از کار برد این قضیه در حل مسائل هندسی احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت شکل ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته از شاگردان، برای توضیح شکل ورودی چارت آن را پیشروی صنف آویزان و سؤال های زیرا از شاگردان بپرسید. - نام شکل رسم شده چه است؟ - هر مثلث چند ضلع دارد؟ - اضلاع مثلث با هم چه ارتباط دارند؟ - اگر در یک مثلث دو ضلع آن با هم مساوی باشند مثلث به کدام نام یاد می شود ؟ برای شاگردان وظیفه داده شود توسط خط کش به کتابچه های خود مثلث متساوی الساقین را رسم و توسط نقاله اندازه بگیرند. این نوع سؤالات انگیزۀ خوبی برای شاگردان میدهند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم محترم! مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را که $\overline{AB} = \overline{AC}$ است به روی تخته رسم و از شاگران بپرسید که در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ چه رابطه بین اضلاع و زوایای مقابل آن وجود دارد ؟ معلم جواب را به دقت بشنود. برای شاگردان وظیفه داده شود که فعالیت اول مربوط درس را به گروپ های تعیین شده بدهد تا درکتابچه های خود کار کنند. معلم شاگردان را کنترول و در صورت مشکلات کمک کند. بعد از ختم کار سه نفر از نمایندۀ هر گروپ به نوبت کار گروپی خود را به دیگران توضیح کند و معلم در وقت ضرورت به ایشان کمک و نتیجه را بیان کند.

- معلم محترم مثلث $\overset{\Delta}{PQR}$ را که در آن $\overline{PQ} = \overline{PR}$ است به روی تخته رسم و شاگردان را وظیفه دهد. که رابطه بثین اضلاع مثلث را از شاگردان بپرسد و نتیجه را بیان نماید.

- مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را که در آن $\overline{AB}=\overline{AC}$ است بر روی تخته رسم و میانه $\overline{AM}$ را رسم نمایید.
نظریات شاگردان را در مورد اثبات قضیه جویا شوید.
- بعد از شنیدن جواب، قضیه را با شیوهٔ سؤال و جواب مرحله به مرحله به روی تخته ثبوت کنید. مثال اول کتاب را به روی تخته حل کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

معلم برای تحکیم درس، مثال دوم کتاب را به روی تخته بنویسد و از شاگردان بخواهد که به کتابچه های خود آن را حل کنند. طوریکه از کتاب استفاده نکنند یک شاگرد را به روی تخته بخواهد که سوال را حل کند و در ختم حل خویش را به دیگران توضیح دهد.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای این که معلم محترم بداند که به هدف رسیده است یا نه؟ سؤال هایی مانند مثال های داده شده به شاگردان بدهد

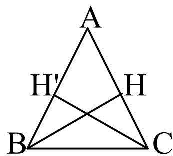
معلم صاحب مثلث PQR را به روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید که شکل را به کتابچه های خود رسم توسط خط کش و نقاله اندازهٔ زاویه و اضلاع آن را معلوم نمایند. بعد از دیدن کتابچه های شاگردان یک شاگرد سؤال را به روی تخته حل و معلم هدایت دهد که حل خود را با حل تخته مقایسه کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم

چند سؤال را به ارتباط مثلث متساوی الساقین مد نظر می گیریم:

1- ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین ارتفاع که بالای ساق ها رسم شوند با هم برابر اند.

حل: مثلث متساوی الساقین $\overset{\Delta}{ABC}$ $(\overline{AB}=\overline{AC})$ را در نظر گرفته ارتفاع $\overline{BH}$ و $\overline{H'C}$ را رسم می کنیم. در دو مثلث قایم الزاویه $\overset{\Delta}{BCH}$ و $\overset{\Delta}{BCH'}$ داریم:



$\hat{H'}=\hat{H}=90^\circ$ .... قرار ترسیم

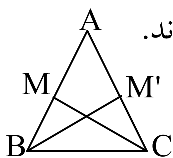
$H\hat{B}C=H\hat{C}B$ .... قرار مفروض

$\overline{BC}=\overline{BC}$ .... مشترک

طوری که در مثلث های فوق دو زاویه و دو ضلع آن با هم مساوی اند پس مثلث های $B\overset{\Delta}{H}C\cong B\overset{\Delta}{H'}C$ در نتیجه

$\overline{BH}=\overline{CH'}$

2- ثابت کنید که در هر مثلث متساوی الساقین میانه هایی که به روی دو ساق رسم می شوند مساوی اند.



حل: اگر میانه های $\overline{BM'}$ و $\overline{CM}$ را در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ رسم کنیم دیده می شود که :

$\overline{MC}=\overline{M'B}$ قرار مفروض

$\overline{BC}=\overline{BC}$ مشترک

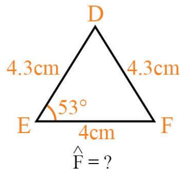
$\hat{MCB} = \hat{M'BC}$

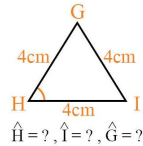
پس مثلث ها با هم مساوی اند. در نتیجه $\overline{BM'} = \overline{CM}$

در هر مثلث قایم الزاویهٔ متساوی الساقین ساق های مساوی ارتفاع، میانه و هم ناصف الزاویه با هم مساوی است.

9- جواب به سؤال های تمرین

در شکل های مقابل زوایای نامعلوم را دریافت کنید.





b a

حل: در شکل اول یعنی جزء a چون هر سه ضلع مثلث مساوی اند، بنابر آن زوایای شان نیز با هم مساوی اند. یعنی $\hat{H} = \hat{G} = \hat{I}$ است. از طرف دیگر می دانیم مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است.

$$\hat{H} + \hat{G} + \hat{I} = 180^\circ$$

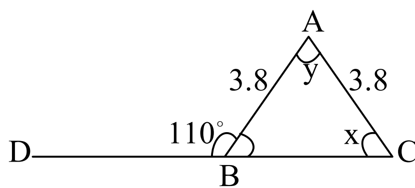
$$\hat{H} = \hat{I} = \hat{G} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

در شکل دوم یعنی جزء b چون $\overline{DE} = \overline{DF}$ است، بنابر آن $\hat{E} = \hat{F}$ است $\hat{E} = \hat{F} = 53^\circ$ از طرف دیگر میدانیم

$$\hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ \Rightarrow \hat{D} = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$$

سؤال دوم: در شکل زیر $\overset{\Delta}{ABC}$ مثلث متساوی الساقین است اگر $D\hat{B}A = 110^\circ$ باشد زوایای x و y را دریافت کنید.

حل: طوری که می دانیم:



$$A\hat{B}D + A\hat{B}C = 180^\circ$$

$$A\hat{B}C = 180^\circ - A\hat{B}D \Rightarrow A\hat{B}C = 180^\circ - 110^\circ$$

$$A\hat{B}C = 70^\circ$$

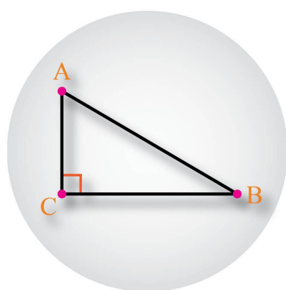
چون $\overline{AB} = \overline{AC}$ است پس $\hat{x} = A\hat{C}B = 70^\circ$

از طرف دیگر می دانیم:

$$A\hat{B}D + \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$$

$$\hat{y} = 180^\circ - 140^\circ \Rightarrow \hat{y} = 40^\circ$$

2-5: قضیه دوم مثلث متساوی الساقین



صفحهٔ کتاب (103) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید قضیهٔ دوم مثلث متساوی الساقین را بدانند. - شاگردان قضیهٔ را ثبوت و نتایج آن را در حل مسائل هندسی به کار برده بتوانند. - شاگردان اهمیت قضیهٔ مثلث متساوی الساقین را در حل مسائل هندسی در وقت ضرورت به کار ببرند..
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته برای توضیح ورودی چارت آن را پیشروی صنف بیاویزد و سؤالات زیر را طرح کند: - $\overset{\Delta}{ABC}$ چه طور مثلث است؟ - بین زوایا و اضلاع مثلث ABC چه ارتباط وجود دارد؟ - به شاگردان وظیفه داده شود که شکل را از چارت ورودی به کتابچه های خود رسم و توسط نقاله و خط کش زاویه و اضلاع آن را اندازه کنند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

فعالیت کتاب درسی را به صورت گروپی در کتابچه های خود کار کنند. معلم شاگردان را در وقت اجرا فعالیت کمک و کنترول می کند تا این که متن قضیه که در مقابل زوایای مساوی اضلاع مساوی قرار دارد واضح شود. از هر گروپ یک یک نفر را خواسته یعنی سه شاگرد به مقابل تخته خواسته شوند تا برای دیگران نتیجه فعالیت را بیان کنند.

استاد محترم در $\overset{\Delta}{ABC}$ که $\hat{B}=\hat{C}$ و $\overline{DA}$ ناصف الزاویه مثلث راروی تخته رسم کنید.

- از شاگردان بخواهید که قدم به قدم ثبوت کنند که $\overline{AB}=\overline{AC}$ است.
- بعد از شنیدن جواب شاگردان مرحله به مرحله قضیه را ثبوت و سهم گیری تمام شاگردان درثبوت قضیه ضروری است.

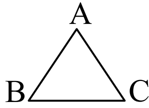
6- تحکیم درس: (7) دقیقه

معلم محترم مشابه به مثال کتاب، یک یک سؤال را به شاگردان بدهد تا درکتابچه های خود حل و همزمان شاگرد دیگر سؤال را به روی تخته حل کند. در ختم حل خویش را به دیگران توضیح دهد.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

جهت این که معلم مطمئن شود که به هدف رسیده یا نه ؟ چند سؤال از شاگردان بپرسد..

معلم محترم مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را که در آن $\hat{B}=\hat{C}$ به روی تخته رسم و از شاگردان می خواهد به کتابچه های خود حل کنند. اگر $\overline{AC}=7.3cm$ باشد، $\overline{AB}=?$



معلم شاگردان را کنترو ل و کمک کند بعد از دیدن کتابچه های شاگردان

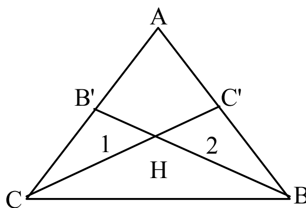
معلم سؤال را به روی تخته حل و از شاگردان بخواهد حل های خویش را با حل معلم روی تخته مقایسه کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

مثال زیرا را مد نظر می گیریم:

در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ ارتفاع BB' و CC' را طوری رسم کنید که یکدیگر را در نقطه H قطع کنند $\overline{HB}=\overline{HC}$ باشد.

ثابت کنید که مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی الساقین است.



حل: در مثلث قایم الزاویه $\overset{\Delta}{HCB'}$ و $\overset{\Delta}{HBC'}$ داریم

$\hat{B'}=\hat{C'}=90^\circ$ .... مفروض

$HB=HC$ .... مفروض

$\hat{1}=\hat{2}$ .... متقابل لبرأس

$\overset{\Delta}{BHC'}=\overset{\Delta}{CHB'}$ از انطباق پذیری این مثلث ها داریم $\overline{HB'}=\overline{HC'}$ از طرف دیگر

مفروض I.................$\overline{HB}=\overline{HC}$

قرار ثبوت II..................$\overline{HB'}=\overline{HC'}$

روابطه یک و دو را طرف به طرف جمع می کنیم $\overline{HB}+\overline{HB'}=\overline{HC}+\overline{HC'}$

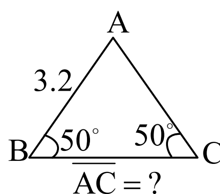
به اساس قضیه گذشته که ارتفاعات با هم مساوی اند یعنی $\overline{BB'}=\overline{CC'}$

در نتیجه $\overline{AB}=\overline{AC}$ مثلث متساوی الساقین است.

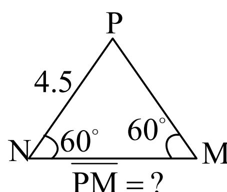
9- جواب به سؤال های تمرین

1- درشکل های زیر اضلاع نامعلوم را دریافت کنید:

حل: در شکل قسمی که دیده می شود $\hat{B}=\hat{C}=50^\circ$ پس: $\overline{AB}=\overline{AC}=3.2cm$



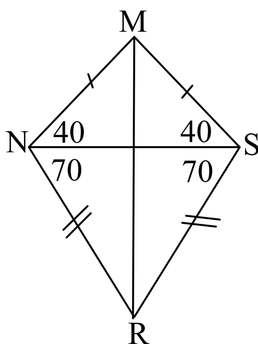
در شکل دوم: $\hat{M} = \hat{N} = 60^\circ$ پس $\overline{PN} = \overline{PM} = 4.5cm$ پس: $\overline{PM} = 4.5cm$



سؤال دوم: باتوجه به اندازۀ زاویه ها در شکل زیر نشان دهید که دو مثلث $\overset{\Delta}{MSR}, \overset{\Delta}{MNR}$ انطباق پذیر اند.

حل: می دانیم: $\hat{MNS} = \hat{MSN} = 40^\circ$ پس: $\overline{MN} = \overline{MS}$

در مثلث NRS دیده می شود $\hat{MNR} = \hat{MSR} = 70^\circ$ پس: $\overline{NR} = \overline{SR}$



در مثلث های $\overset{\Delta}{MSR} = \overset{\Delta}{MNR}$ ثابت شد که:

$\overline{MN} = \overline{MS}$, $\overline{NR} = \overline{SR}$

$\overset{\Delta}{MNR} = \overset{\Delta}{MSR} = 110^\circ$

نظر به حالت دوم انطباق پذیری مثلث ها دو ضلع و زاویه بین آن ها مساوی است پس:

$\overset{\Delta}{MSR} \cong \overset{\Delta}{MNR}$



3-5: قضیهٔ فیثاغورث

صفحهٔ کتاب(105) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	– شاگردان مفهوم قضیهٔ فیثاغورث را بدانند:
– دانشی – مهارتی – ذهنیتی	– شاگردان قضیه فیثاغورث را ثبوت و در حل مسائل هندسی به کار برده بتوانند. – شاگردان اهمیت و استفاده از قضیه فیثاغورث را در مسائل هندسی در وقت ضرورت درک وبه کار ببرند. – شاگردان از استفاده قضیهٔ مذکور در حل مسائل لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی، عملی
3- مواد ممد درسی	کاغذ کاک، بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم بعد از سلام ، احوال پرسی و ارزیابی درس گذشته،جهت ایجاد انگیزه و برای توضیح ورودی به شاگردان وظیفه دهد. که تصویر ورودی کتاب را دیده و سؤالات زیر را از شاگردان بپرسید. – در تصویر ورودی کدام فیلسوف مشهور ریاضی دیده می شود؟ – بکدام سال و در کجا زنده گی می کرد؟ – فیلسوف نامبردهٔ ریاضی کدام رابطه را در مثلث ها به وجود آورد؟ معلم به جوابات شاگردان گوش داده بعد درمورد توضیحا ت بدهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم مثلث قایم الزاویهٔ PQH $(Q = 90^\circ)$ را توسط یک شاگرد به روی تخته رسم و از شاگردان بپرسید که بین وتر و اضلاع مثلث چه ارتباط وجود دارد، قضیه به نام چه یاد می شود؟ بعد از شنیدن جواب ها جدول را به کتابچه های خود رسم و از روی شکل جدول را تکمیل کنند. معلم محترم از فعالیت شاگردان نظارت و به سؤالات شاگردان جواب دهد. بعد معلم جدول را به روی تخته رسم و برای تکمیل هر خانهٔ جدول از شاگردان سؤال کند. تعداد مربع ها را از روی شکل حساب و عدد مطلوب را در هر خانهٔ جدول بنویسد. در ختم فعالیت، 2 نفر از شاگردان نتیجه فعالیت را بیان کنند. مثلث قایم الزاویه را به روی تخته رسم و از شاگردان بپرسید $a^2 + b^2 = ?$

استاد محترم! برای انجام فعالیت2 صفحهٔ 106 کتاب، شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم نموده برای آن ها قیچی و کاغذ بدهید ، که مراحل فعالیت را انجام دهند.

معلم رهنمایی و کنترول میکند بعد از انجام فعالیت، 2 نفرشاگرد فعالیت گروپی خود را به روی تخته توسط اشکال برای دیگران توضیح دهد. در اخیر بااشتراک فعال تمام شاگردان استاد محترم بامواد تهیه شده رابطهٔ فیثاغورث را به روی تخته برای شاگردان توضیح دهد.

استاد محترم برای انجام فعالیت 3 شاگرد را به گروپ ها تقسیم نماید. تا فعالیت در گروپ های تعیین شده انجام دهند. در اثنای کارگروپی معلم شاگردان را کمک و رهنمایی کند.

دو نفر از شاگردبه روی تخته نتیجهٔ فعالیت گروپ خود را بیان کنند. شکل (c, b, a) را به روی تخته رسم نموده و قضیه فیثاغورث رابه شکل الجبری خود استاد، با سهم گیری شاگردان مرحله به مرحله ثبوت نمایند.

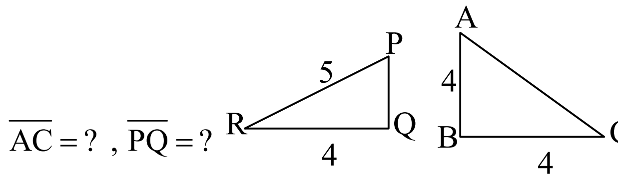
6- تحکیم درس (7) دقیقه

معلم برای تحکیم بخشیدن درس، مثال های کتاب را به تخته بنویسد، از شاگردان بخواهد که به کتابچه های خود حل کند هم زمان سه نفر از شاگردان داوطلب روی تخته مثال را حل کنند. استاد شاگردان را رهنمایی و صنف را کنترول کند در اخیر شاگردان حل سؤال خود را با حل تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس (5) دقیقه

در مثلث های زیر اندازهٔ اضلاع نامعلوم را به دست آورید.

معلم می تواند این درس را در دو ساعت درسی کار کند.



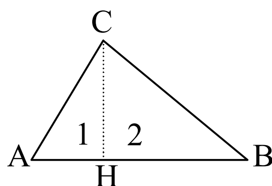
8- معلومات اضافی برای معلم

قضیه فیثاغورث را می توان با استفاده از مشابهت هم ثبوت کرد.

مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{B}C$ را که زاویهٔ C آن قایمه است در نظر می گیریم. ارتفاع را از رأس C بالای ضلع $\overline{AB}$ رسم می کنیم. ثبوت می کنیم که مثلث های $A\overset{\Delta}{B}C$ و $A\overset{\Delta}{C}H$ باهم مشابه اند.

مشترک $\hat{A} = \hat{A}$ ، $\hat{H} = \hat{C} = 90^\circ$ قرار ترسیم

قسمی که دو زاویه مثلث ABC با دو زاویه مثلث ACH مساوی اند، پس نظر به حالت اول تشابه، مثلث ها باهم مشابه اند و از تشابه دو مثلث نتیجه می شود که تناسب بین اضلاع وجود دارد.



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} \Rightarrow \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AH} \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

به همین ترتیب دو مثلث $A\overset{\Delta}{C}B$ و $B\overset{\Delta}{C}H$ باهم مشابه اند.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{BC}} \Rightarrow \overline{BC}^2 = AB \cdot BH \ldots\ldots\ldots(2)$$

روابط 1 و 2 را طرف به طرف جمع می کنیم

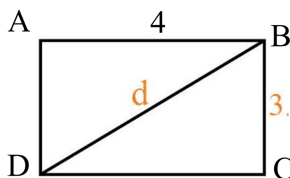
$(AC)^2 + (BC)^2 = AB(AH + HB) \Rightarrow (AC)^2 + (BC)^2 = (AB)^2$ رابطه اخیر قضیه فیثاغورث است.

9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: طول و عرض صنف خود را به متر اندازه کنید. نخست فاصلهٔ دو کنج مقابل را با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث سپس ذریعهٔ خط کش محاسبه و نتایج را مقایسه کنید.

حل: فرض می کنیم طول صنف $4m$ و عرض آن $3m$ باشد. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث اندازهٔ دوکنج صنف را محاسبه می کنیم، اگر صنف شکل مستطیلی را داشته باشد قطر مستطیل عبارت است از طول خط واصل بین دوکنج صنف درسی می شود.

حل: در مثلث قایم الزاویهٔ $A\overset{\Delta}{B}D$ داریم:



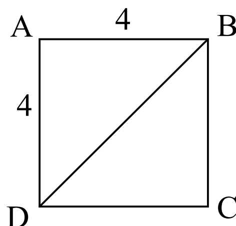
$$\overline{BD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2$$
$$\overline{BD}^2 = (4\text{cm})^2 + (3\text{cm})^2$$
$$\overline{BD}^2 = 16\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2$$
$$\overline{BD}^2 = 25\text{cm}^2$$
$$\overline{BD} = 5\text{cm}$$

6 – شاگردان بااستفاده از فیته طول فاصله بین دوکنبح مقابل را اندازه کندکه طول آن $5cm$ است.

سؤال دوم: اگر طول ضلع یک مربع 4 واحد باشد قطر آن را محاسبه کنید.

حل: مربع $ABCD$ را که طول هر ضلع آن 4 واحد است در نظر می گیریم.

در مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{B}D$ داریم:



$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2$$
$$\overline{BD}^2 = (4)^2 + (4)^2 = 16 + 16$$
$$\overline{BD}^2 = 32 \Rightarrow \text{BD} = \sqrt{32} = 2\sqrt{8}$$
$$\overline{BD} = 5.6$$

سؤال سوم: در مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{B}C$ ، $\overline{BC} = 6$ ، $\overline{AB} = 8$ وتر AC را حساب کنید.

حل: در مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{B}C$ داریم:

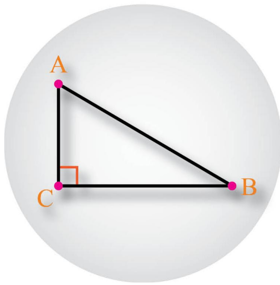
$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \quad , \quad \overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$
$$\overline{AC}^2 = 100 \Rightarrow \overline{AC} = 10$$

سؤال چهارم: در شکل مقابل زینه یی بازمین و دیوار مثلث قایم الزاویه را تشکیل نموده، اگر طول زینه $5m$ و طول یک ضلع قایم آن $3m$ باشد ضلع دیگر یعنی x را دریافت کنید. (طول دیوار)

حل:

$$x^2 + (3m)^2 = (5m)^2 \quad ,$$
$$x^2 + 9m^2 = 25m^2$$
$$x^2 = 25m^2 - 9m^2 \quad ,$$
$$x^2 = 16m^2 \Rightarrow x = 4m$$

4-5: عکس قضیهٔ فیثاغورث



صفحهٔ کتاب(109) وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم عکس قضیهٔ فیثاغورث را بدانند. - شاگردان از معکوس قضیهٔ فیثاغورث در حل مسائل هندسی استفاده کرده بتوانند. - شاگردان اهمیت معکوس قضیهٔ فیثاغورث را در حل مسائل هندسی روز مره به کار برند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، برای ایجاد انگیزه و توضیح ورودی معلم مثلث قایم الزاویهٔ $A\overset{\Delta}{B}C$ را به روی تخته رسم وسؤالات زیر را از شاگردان بپرسد. - در شکل بین اضلاع a، b و c مثلث چه ارتباط وجود دارد؟ - در کدام حالت مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ قایم الزاویه نا میده می شود؟ معلم بعد از شنیدن جواب های شاگردان، ورودی را توضیح دهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم کند ، تا فعالیت صفحهٔ 109 کتاب را به مشورت همدیگر انجام دهند. در ختم فعالیت نمایندهٔ یک یا دو گروپ فعالیت خویش را به روی تخته توضیح دهند. شاگردانی که اشتباه کرده اند به رفع اشتباه خود بپردازند.

اضلاع مثلث به طول 8، 10 و 6 سانتی متر به روی تخته توسط استاد رسم وبه شاگردان وظیفه داده شود که به اساس قیمت های داده شده فعالیت را دوباره تکرار کنند. از نتیجهٔ فعالیت معکوس قضیه فیثاغورث بیان شود.

- معلم به شاگردان وظیفه دهد تا شاگردان در گروپ های تعیین شده قضیه را ثبوت کنند.

-در پایان فعالیت نماینده های گروپ های مختلف، فعالیت گروپ خود را به نوبت روی تخته تشریح کنند اگر کدام گروپ اشتباه کرده باشد، اشتباه به واسطهٔ گروپ دیگر اصلاح شود.

6- تحکیم درس: (7)دقیقه

استاد محترم! از یک شاگرد بخواهید تا مثال کتاب راکه در آن اضلاع یک مثلث $\overline{AC}=\sqrt{2}, \overline{AB}=\sqrt{3}$ و $\overline{BC}=\sqrt{5}$ داده شده اند. درباره نوعیت آن روی تخته به شاگردان توضیحات بدهد در صورت مشکلات کمک کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) **دقیقه**

برای این که معلم محترم اطمینان حاصل کند که شاگردان درس را فهمیده اند یا نه؟ سؤال های مانند مثال کتاب به قیمت های مختلف برای طول اضلاع مثلث a، b و c داده و از شاگردان به شکل شفاهی سؤال کند که کدام آن مثلث قایم الزاویه است ؟

$c=9cm \quad b=12cm \quad a=15cm$

$c=14cm \quad b=10cm \quad a=20cm$

8- معلومات اضافی برای معلم

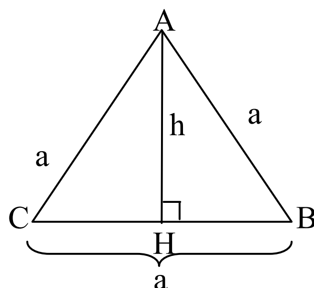
مثال زیر را مدنظر می گیریم.

مثال: با استفاده از قضیهٔ فیثاغورث، مساحت مثلث متساوی الاضلاع ABC را به طول ضلع a حساب کنید.

حل: ارتفاع وارد بر ضلع BC را رسم می کنیم و آن را $\overline{AH}$ می نامیم.

چون مثلث متساوی الاضلاع است ارتفاع وارد بر هر ضلع میانهٔ آن ضلع نیز می باشد.

پس: $\overline{BH}=\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$،



همچنین در مثلث قایم الزاویه در $A\overset{\Delta}{H}C$ داریم $(AH)^2=(AC)^2-(HC)^2$ مقدارهای $\overline{AC}=a$ و $\overline{HC}=\frac{1}{2}a$ را در رابطهٔ فوق قرار می دهیم،

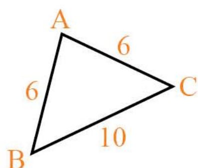
$$h^2=a^2-(\frac{1}{2}a)^2 \; , \; h^2=a^2-\frac{1}{4}a^2 \; , \; h^2=\frac{4a^2-a^2}{4}\Rightarrow h^2=\frac{3a^2}{4} \; , \; h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S(A\overset{\Delta}{B}C)=\frac{1}{2}AH\cdot BC\Rightarrow S(A\overset{\Delta}{B}C)=\frac{1}{2}a.\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: دو مثلث ABC و MNP داده شده نشان دهید که کدام یکی آنها مثلث قایم الزاویه است.

حل:

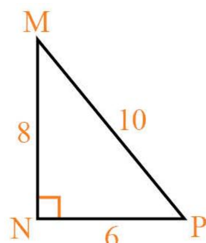


$(6)^2+(6)^2=(10)^2$

$36+36=100$

$72\neq100$

پس: $A\overset{\Delta}{B}C$ مثلث قایم الزاویه نیست.



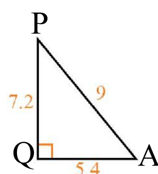
$$(8)^2 + (6)^2 = (10)^2$$

$$64 + 36 = 100$$

$$100 = 100$$

$M\overset{\Delta}{N}P$ مثلث قایم الزاویه است.

سؤال دوم: صحت رابطهٔ فیثاغورث را در مثلث های قایم الزاویهٔ زیر تحقیق کنید.

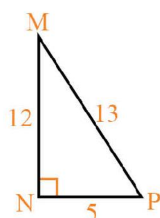


$$(7,2)^2 + (5,4)^2 = (9)^2$$

$$51,84 + 29,16 = 81$$

$$81 = 81$$

پس $P\overset{\Delta}{Q}A$ مثلث قایم الزاویه است.

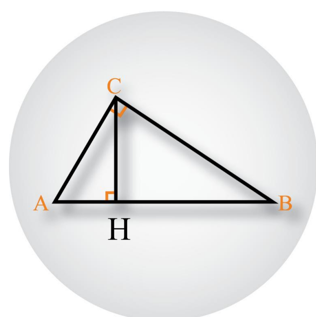


$$(12)^2 + (5)^2 = (13)^2$$

$$144 + 25 = 169$$

$$169 = 169$$

پس $M\overset{\Delta}{N}P$ نیز یک مثلث قایم الزاویه است.



5-5: قضایای مثلث قایم الزاویه

صفحهٔ کتاب(111) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیهٔ اول را بدانند. - شاگردان قضیه را ثبوت و در حل مسائل هندسی به کار برده بتوانند. - شاگردان با استفاده از قضیهٔ مذکور در حل مسائل هندسی احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروهی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، چار ت را پیشروی صنف آویزان و برای ایجاد انگیزه از شاگردان سؤال کند. اگر شاگردان قادر به جواب گفتن نشدند معلم سؤال ورودی را توضیح کند. -آیا بین اضلاع و ارتفاع مثلث کدام رابطه وجود دارد؟ ازشکل دید می شود که عمود CH بالای وتر $\overline{AB}$ قرار دارد. - در شکل مثلث ها باهم چه ارتباط دارند؟ - بین ضلع و ارتفاع مثلث چه ارتباط وجود دارند؟ بعد از شنیدن جواب های شاگردان، معلم توضیح کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

شاگردان درگروپ های تعیین شده فعالیت اول را در کتابچه های خود کار کنند. معلم شاگردان را کنترول، کمک و رهنمایی کند تا اینکه به نتیجهٔ فعالیت نزدیک شوند که عبارت از متن قضیه است.

بعد از انجام فعالیت، 2 نفر شاگرد از گروپ های مختلف کار خود برای دیگران توضیح دهند.

معلم محترم شکل های کتاب را به تخته رسم، مرحله به مرحله با سهم گیری فعال شاگردان قضیه را ثبوت و تشریح کند. در اخیر وظیفه داده شود به گروپ های تعیین شده قضیهٔ دوم را کار کنند. بعد از ختم کار گروپی نمایندهٔ یک یا دو گروپ فعالیت خود را به روی تخته تشریح کنند.

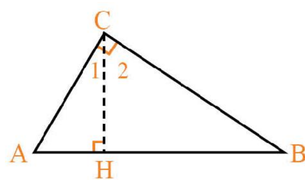
6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس معلم محترم مثال 2 کتاب درسی را به تخته بنویسد از شاگردان بخواهد که مثال را به کتابچه های خود بدون استفاده از کتاب حل کنند. یک نفر شاگرد همزمان به روی تخته به حل مثال بپردازد و درختم حل خود را به دیگران توضیح دهد.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم شکل B ـــ A (C، H، 8، 18) را به روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید در کتابچه های خود با درنظرداشت شکل تخته طول CH را دریافت کنند. بعد توسط یک نفر شاگرد به روی تخته حل و برای شاگردان وظیفه داده شود که حل کتابچه های خود را با حل تخته مقایسه کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم



از قضیهٔ اول نتیجهٔ قضیه را می توان به دست آورد:

. تناسب $\overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB} \Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{CH}}{\overline{CB}}$ را در نظر می گیریم.

اطراف رابطهٔ فوق را مربع می سازیم $\overline{AC}^2\cdot\overline{CB}^2=\overline{CH}^2\cdot\overline{AB}^2$ I

و هم از شکل داریم: $\overset{\Delta}{ABC}$ قایم الزاویه است $\overline{AC}^2+\overline{CB}^2=\overline{AB}^2$ II

رابطه I را طرف به طرف تقسیم رابطه II می نماییم. $\frac{\overline{AC}^2\cdot\overline{CB}^2}{\overline{AC}^2+\overline{CB}^2}=\frac{\overline{CH}^2\cdot\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2}$

بعد از معکوس کردن رابطهٔ فوق داریم :

$$\frac{AC^2+CB^2}{AC^2\cdot CB^2}=\frac{1}{CH^2}\Rightarrow\frac{\overline{AC}^2}{\overline{AC}^2\cdot\overline{BC}^2}+\frac{\overline{CB}^2}{\overline{AC}^2\cdot\overline{CB}^2}=\frac{1}{\overline{CH}^2}$$ یا

$$\frac{1}{\overline{BC}^2}+\frac{1}{\overline{AC}^2}=\frac{1}{\overline{CH}^2}$$

یادداشت: چون درس چهار صفحه است بادرنظرداشت شرایط می توانید قضیهٔ دوم را منحیث درس دیگر پلان کنید.

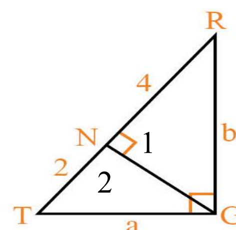
9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: مثلث قایم الزاویه که زاویهٔ G آن قایمه است داده شده قیمت a و b را به دست آورید.

حل: قسمیکه در شکل دیده می شود مثلث های $N\overset{\Delta}{G}R$ و $N\overset{\Delta}{G}T$ باهم متشابه اند؛ یعنی:

$\hat{R}=\hat{T}$ و $\hat{N}_1=\hat{N}_2$

چون $\frac{\overline{NR}}{\overline{GN}}=\frac{\overline{GN}}{\overline{TN}}$



$\overline{GN}^2=\overline{NR}\cdot\overline{TN}$

$GN^2=4\cdot2=8\Rightarrow GN=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

برای دریافت قیمت b مثلث $R\overset{\Delta}{N}G$ را مدنظر می گیریم. $b^2=\overline{NG}^2+\overline{RN}^2$

$$b^2=(2\sqrt{2})^2+(4)^2\Rightarrow b^2=4\cdot2+16\Rightarrow 8+16=24$$

$$b^2=\sqrt{24}\Rightarrow b=2\sqrt{6}$$

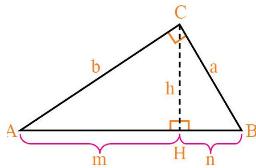
برای دریافت قیمت a مثلث قایم الزاویه $G\overset{\Delta}{T}N$ را مدنظر می گیریم.

$$a^2 = NG^2 + TN^2 \Rightarrow a^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2)^2 \Rightarrow a = 4 + 8 = 12$$

$$a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

سؤال دوم: در شکل زیر $\overline{CH}$ ارتفاع بالای وتر AB در مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{B}C$ می باشد. هرگاه $m = 9$، $n = 3$ باشد، قیمت a، b و h را دریافت کنید.

حل: از شکل نظربه قضیه می توان نوشت:



$$h^2 = m \cdot n$$

$$h^2 = 9 \cdot 3 = 27 \Rightarrow h = \sqrt{9 \cdot 3}$$

$$h = 3\sqrt{3}$$

برای دریافت a ، مثلث قایم الزاویهٔ $H\overset{\Delta}{C}B$ را درنظر می گیریم.

$$a^2 = n^2 + h^2 \Rightarrow a^2 = (3\sqrt{3})^2 + (3)^2$$

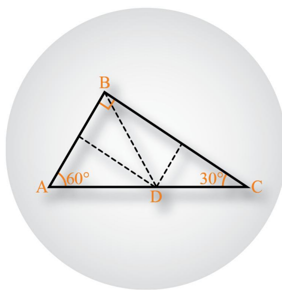
$$a^2 = 27 + 9 = 36 \Rightarrow a = 6$$

برای دریافت b ، مثلث قایم الزاویه $A\overset{\Delta}{C}H$ را درنظر می گیریم.

$$b^2 = m^2 + h^2$$

$$b^2 = (9)^2 + 27 \Rightarrow b^2 = 81 + 27 \Rightarrow b^2 = 108$$

$$b = \sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$$



6-5: قضیهٔ در مثلث قایم الزاویه برای زوایای 30° و 60°

صفحهٔ کتاب(115) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیه را طبق شرایط داده شده بدانند. - شاگردان قضیه را ثبوت و نتایج قضیه را در حل مسائل هندسی به کار برده بتوانند. - شاگردان اهمیت قضیه را در موقع ضرورت درک کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی کاغذ کاک و قیچی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوال پرسی و ارزیابی درس گذشته، چارت ورودی را پیشروی تخته نصب و سؤالات زیر را طرح کند. B C D A - در شکل طول میانه چندم حصهٔ وتر است ؟ - طول ضلع مقابل زاویهٔ 30° چندم حصهٔ وتر است ؟ معلم صاحب محترم بهه شیوهٔ سؤال و جواب ورودی درس را توضیح کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم صاحب! شکلی که در فعالیت صفحهٔ 115 کتاب داده شده به روی تخته رسم نموده و بعد از شاگردان بخواهید که شکل را به کتابچه های خود رسم و فعالیت کتاب را به شکل گروپی انجام دهند. معلم از جریان فعالیت نظارت و در ضمن به گروپ های ضیعف کمک کند.

در پایان فعالیت سه نفر شاگرد را از گروپ های مختلف مقابل تخته بخواهید که به ترتیب نتیجهٔ فعالیت را بیان کنند.

معلم صاحب قضیه را بیان و متن آن را به تخته بنویسد و به اشتراک شاگردان مرحله به مرحله قضیه را ثبوت کرده در اخیر دو شاگرد به روی تخته ثبوت قضیه را برای دیگران توضیح کنند معلم کمک و کنترول کند.

A 30 B 60 C

برای ثبوت قضیه دوم معلم صاحب محترم شکل را به تخته رسم و از شاگردان بخواهد که شکل را به کتابچه های خود رسم و فعالیت درسی صفحهٔ 116 کتاب را در گروپ های خویش به مشورت انجام دهند. معلم کمک و کنترول کند. بعد از ختم فعالیت دو شاگرد را از گروپ های مختلف به مقابل تخته بخواهد به ترتیب کار فعالیت خود را به دیگران بیان کنند.

- معلم محترم با درنظرداشت نتیجهٔ فعالیت به قسم سؤال و جواب مرحله به مرحله اجرا شود. در پایان فعالیت دو نفر شاگرد به نوبت روی تخته قضیه را برای دیگران ثبوت کنند. بعدمثال صفحهٔ 117روی تخته به شیوهٔ سؤال و جواب توسط معلم حل شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس ، شکل سؤال اول تمرین کتاب که طول میانه $\overline{BM} = 3cm$ در $\overset{\Delta}{ABC}$ است به روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود رسم نموده طول ضلع مثلث را دریافت کنند. بعد یک نفر شاگرد سؤال را به روی تخته حل نماید. معلم کمک و رهنمای کند. شاگردان حل روی تخته را با کتابچه های خود مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

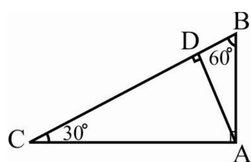
برای اینکه معلم مطمئن شود که به هدف رسیده است یا نه؟ یک سؤال مانند مثال کتاب مثلاً : در $\overset{\Delta}{ABC}$ $\overline{AC} = 6cm$ و طول میانه $\overline{CD}$ مساوی به $5cm$ است قیمت AB را بیابید. دو نفر شاگرد بخواهید که به روی تخته حل کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مدنظر می گیریم.

مثال: در شکل $\overline{AC} \perp \overline{AB}$ و $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ اگر $\overline{BC} = 12cm$ باشد در این صورت ؟ $\overline{AB} =$ و ؟ $\overline{DB} =$

حل: اولاً از مثلث قایم الزاویه $\overset{\Delta}{ABC}$ طول $\overline{AC}$ را دریافت می کنیم.



می دانیم: $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$ یا $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$

چون ضلع AB مقابل زاویه $30°$ قرار دارد طول آن نصف طول وتر است، یعنی $\overline{AB} = 6$

$$144 = (6)^2 + (AC)^2 \Rightarrow \quad 144 - 36 = (AC)^2, (AC)^2 = 108 \Rightarrow \quad AC = \sqrt{108}$$

مثلث قایم الزاویه $\overset{\Delta}{ADC}$ را مدنظر می گیریم : $\overline{AC}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{AD}^2 \Rightarrow 108 = (12 - \overline{BD})^2 + \overline{AD}^2$

از شکل می دانیم $108 = 144 - 24BD + \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 = 36$

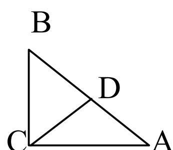
$$108 = 144 - 24\overline{BD} + 36$$

$$24\overline{BD} = 180 - 108 \Rightarrow \overline{BD} = \frac{72}{24} \Rightarrow \overline{BD} = 3cm$$

9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، $\hat{C}$ قایمه است، اگر $\overline{AB}=16cm$ و $\overline{CD}$ میانه باشد، طول $\overline{CD}$ را دریابید.

حل: از شکل می دانیم که میانه $\overline{CD}$ نصف طول وتر است.



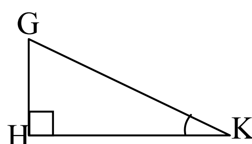
$$\overline{CD}=\frac{1}{2}AB$$

$$\overline{CD}=\frac{1}{2}.16,\quad \overline{CD}=8cm$$

سؤال دوم: در شکل فوق اگر طول میانهٔ $\overline{CD}=15cm$ باشد $\overline{AB}$ را دریابید.

$$\overline{AB}=2\overline{CD}\Rightarrow \overline{AB}=2\cdot 15, \overline{AB}=30cm$$

سؤال سوم: دو مثلث $G\overset{\Delta}{H}K$، $\hat{H}$ قایمه است و $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GK}$، اندازهٔ زاویه K چقدر است.



حل: چون $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GK}$ است یعنی $\overline{GH}$ ضلع قایم GK وتر است پس براساس قضیه (ضلعی که نصف وتر باشد زاویه مقابل آن $30°$ است.)

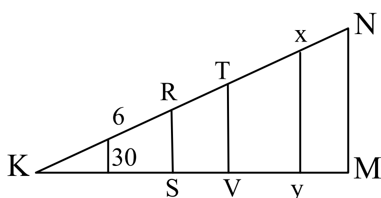
سؤال چهارم: در مثلث $\overset{\Delta}{KMN}$، $\hat{M}$ زاویه قایمه است و اندازهٔ $\hat{K}=30°$ است. $\overline{XY}$، $\overline{TV}$، $\overline{RS}$ بر $\overline{KM}$ عمود اند. اگر $KN=16cm$، $KX=13cm$، $\overline{KT}=10cm$ و $\overline{KR}=6cm$ باشد در این صورت $\overline{XY}$، $\overline{TV}$، $\overline{RS}$ و $\overline{MN}$ را دریابید.

حل: چون $\overline{RS}$ مقابل زاویه $30°$ قرار دارد.

پس قیمت آن نصف طول وتر یعنی KR است.

$$\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{KR}\Rightarrow \overline{RS}=\frac{1}{2}\cdot 6=3cm$$

$$\overline{RS}=3cm$$



به همین ترتیب:

$$\overline{TV}=\frac{1}{2}\overline{KT}\Rightarrow \overline{TV}=\frac{1}{2}.10=5$$

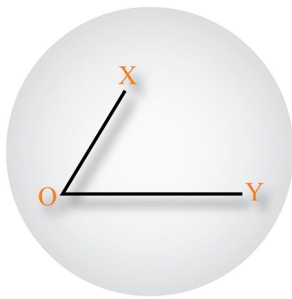
$$\overline{TV}=5cm$$

$$\overline{XY}=\frac{1}{2}\overline{KX}\Rightarrow \overline{XY}=\frac{1}{2}13=6.5$$

$$\overline{XY}=6.5cm$$

$$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{KN}\Rightarrow \overline{MN}=\frac{1}{2}16=8$$

$$\overline{MN}=8cm$$



7-5: ناصف الزاویه

صفحهٔ کتاب(119) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم قضیه را بدانند
- مهارتی	- شاگردان قضیه و معکوس آن را ثبوت و در حل مسائل هندسی به کاربرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان اهمیت این قضایا را در حل مسائل هندسی در وقت ضرورت درک کنند و آن رابه کاربربرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم طبق معمول بعد ازسلام ،احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، چارت ورودی را پیشروی صنف آویزان و از شاگردان بپرسد.: - در شکل ورودی اگر ناصف الزاویهٔ $x\hat{oy}$ را رسم و بالای هر نقطه ضلع $\overline{ox}$ و $\overline{oy}$ عمود هارسم کنیم آیا طول عمودها در هر نقطه باهم مساوی اند؟ معلم صاحب محترم به جواب های سؤال های شاگردان گوش داده و شاگردان را قدم به قدم کمک کند. بعد معلم صاحب ورودی را توضیح دهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

x
o y

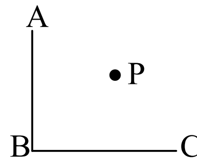
معلم صاحب محترم از شاگردان بخواهد که بادرنظر داشت چارت ورودی فعالیت صفحهٔ 119 کتاب را شاگردان گروپ های تعیین شده کار کنند.

معلم کنترول و کمک کند تا اینکه به متن قضیه نزدیک و به زبان خود بیان کنند. بعد از انجام فعالیت از هر گروپ یک یک نفر را بخواهد تا فعالیت گروپ خود را به روی تخته برای دیگران بیان کنند. معلم شاگردان را کمک و کنترول کند.

استاد محترم هم با درنظرداشت نتیجهٔ فعالیت قضیه و معکوس آن را با سهم گیری فعال تمام شاگردان مرحله به مرحله ثبوت کند.

استاد محترم از شاگردان بخواهد که قضیه و معکوس آن را گروپ های تعیین شده به مشورت هم دیگر ثبوت کنند. در پایان فعالیت دو نفر نماینده گروپ های مختلف را به مقابل تخته بخواهید تا فعالیت گروپ خود را توضیح کنند.

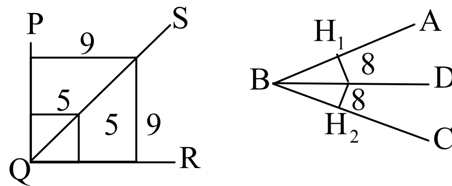
6- تحکیم درس: (7) دقیقه



شکل فوق را به روی تخته رسم و ثبوت کنید که نقطهٔ p بالای ناصف الزاویه واقع است. از شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود ثبوت کنند. در عین زمان یک نفر شاگرد آن را به روی تخته حل کند. معلم صاحب کنترول و کمک کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم برای ارزیابی درس شکل های زیر به تخته رسم کنید.



از شاگردان بپرسید که $\overline{BD}$ و $\overline{QS}$ به نام چه یاد می شوند.

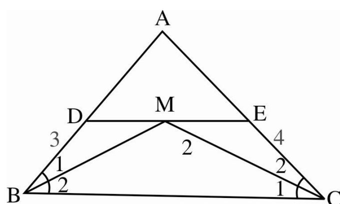
یک شاگرد روی تخته ثبوت کند که $\overline{BD}$و $\overline{QS}$ ناصف الزاویهٔ زوایای ABC و PQR می باشد.

استاد محترم نظر به شرایط و حالت اگر ثبوت قضیه و معکوس آ ن در یک ساعت درسی امکان نداشته باشد. معکوس قضیه را در یک ساعت درسی جداگانه پلان کنید.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را در نظر می گیریم.

مثال: از محل تلاقی ناصف الزاویه های مثلث ABC خطی موازی به BC رسم می کنیم. تا AB را در نقطهٔ D و AC را در نقطهٔ E قطع کند، اگر $BD = 3cm$ و $EC = 4cm$ باشد $\overline{DE}$ چند است ؟



حل: محل تلاقی ناصف الزاویه های $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را M می نامیم.

چون: $\overline{DE} // \overline{BC} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{M}_2$

$\overline{CM}$ نا صف زاویه $\hat{C}$ است. $\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \overline{ME} = \overline{EC} = 4$

$$\left.\begin{cases} DE // BC \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{M}_1 \\ BM \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{B}_1 \end{cases}\right\} \hat{M}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \overline{MD} = \overline{BD} = 3$$

(BM ناصف است.)

یعنی $B\overset{\Delta}{D}M$ مثلث متساوی الساقین است.

پس:

$$\overline{DE} = \overline{DM} + \overline{ME}$$

$$\overline{DE} = 3 + 4$$

$$\overline{DE} = 7cm$$

9- جواب به سؤال های تمرین

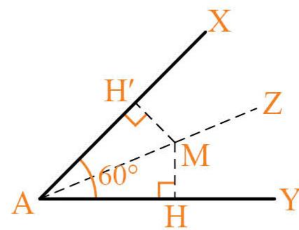
در مثلث قایم الزاویه AHM که ضلع HM در مقابل زوایهٔ 30° قرار دارد.

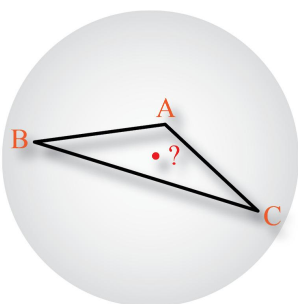
پس:

$$\overline{MH} = \frac{1}{2}\overline{AM} \Rightarrow \overline{AM} = 2\overline{MH}$$

$$\overline{AM}^2 = \overline{HM}^2 + \overline{AH}^2$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{AM}^2 - \overline{MH}^2$$





8-5: ناصف الزاویه های داخلی مثلث

صفحهٔ کتاب(121) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیهٔ فوق را بدانند یعنی در یک مثلث ناصف های داخلی در یک نقطه یک دیگر را قطع می کند. - قضیه را ثبوت و از نتیجهٔ آن را در حل مسائل هندسی استفاده کرده بتوانند. - شاگردان اهمیت آن را در حل مسائل هندسی درک کنندو آن را به کار ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، شکل ورودی را به تخته رسم کنید و از شاگردان بخواهید. - ناصف الزاویه های داخلی مثلث را درکتابچه های خویش رسم کند. - معلم بپرسد که ناصف الزاویه داخلی مثلث را در چند نقطه قطع می کنند؟ - آیا به داخل مثلث این طور یک نقطه است که از هر ضلع مثلث فاصله مساوی داشته باشد؟ بعد ازشنیدن جواب های شاگردان استاد محترم ورودی کتاب را توضیح کند. A B C ?

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

A B C   A' B' C'   A B C

استاد محترم شکل ها را توسط یک شاگرد به روی تخته رسم از شاگردان بخواهید که شکل ها را به کتابچه های خود رسم و با درنظرداشت فعالیت کتاب درسی به گروپ های تعیین شده فعالیت را انجام دهند معلم کمک و کنترول کند تا اینکه از نتیجه فعالیت، متن قضیهٔ را روی تخته بیان کنند. با درنظرداشت نتیجهٔ فعالیت معلم با اشتراک فعال تمام شاگردان قضیه را مرحله به مرحله ثبوت کند.

معلم دو شاگرد را بخواهد تا به نماینده گی از گروپ های شان روی تخته فعالیت گروپی خویش را به دیگران توضیح دهند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس، استاد محترم مشابه به مثال کتاب درسی که طول اضلاع مثلث 3,5,7 واحد داده شده به روی تخته بنویسد. از شاگردان بخواهد که به کتابچه های خود مثلث را با ناصف الزاویه های آن رسم و نشان دهند که ناصف الزاویه ها در یک نقطه متقاطع اند.

7- ارزیابی ختم درس (5) دقیقه

برای اینکه معلم محترم از درس خود مطمئن شود که شاگردان درس را فرا گرفته اند یا نه؟ اضلاع یک مثلث که به ترتیب $4cm,5cm$ و $3cm$ است به روی تخته بنوسید. معلم از شاگردان بخواهد که به قسم تحریری در کتابچه های خود ناصف الزاویه های مثلث را رسم و نقطهٔ تقاطع آن را نشان دهند.

معلم فعالیت شاگردان را از روی کتابچه های شان دیده بعد یک شاگرد به روی تخته فعالیت خود را توضیح دهد. شاگردان حل خود را با حل روی تخته مقایسه کنند.

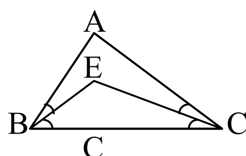
8- معلومات اضافی برای معلم

جهت معلومات بیشتر ، در مورد ناصف الزاویهٔ داخلی مثلث، مثال های زیر را درنظر می گیریم:

مثال: در مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ محل تلاتی ناصف های داخلی زاویهٔ $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را نقطه E می نامیم. زاویهٔ $B\hat{E}C$ چند درجه است؟

حل: می دانیم در هر مثلث مجموع زاوایای داخلی آن مساوی $180°$ است.

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180° \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2}+\frac{\hat{B}}{2}+\frac{\hat{C}}{2}=90° ....I$$



از طرفی در مثلث $B\overset{\Delta}{E}C$ داریم: $\frac{\hat{B}}{2}+\frac{\hat{C}}{2}+B\hat{E}C=180°$

$$\frac{\hat{B}}{2}+\frac{\hat{C}}{2}=180-B\hat{E}C..............................II$$

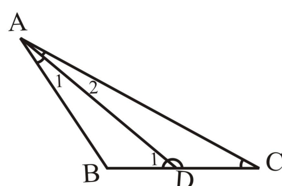
از روابطه I و II داریم: $\frac{\hat{A}}{2}+180-B\hat{E}C=90°$

$$\Rightarrow -B\hat{E}C=90-180°-\frac{A}{2}=-B\hat{E}C=-90°-\frac{A}{2}\Rightarrow B\hat{E}C=90+\frac{\hat{A}}{2}$$

مثال دوم: در مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ اگر $\hat{B}-\hat{C}=90°$ باشد، زاویه یی که ناصف AD با ضلع BC می سازد $(A\hat{D}B)$ چند درجه است؟

حل: در مثلث $A\overset{\Delta}{B}C$ داریم

قرار مفروض $\hat{B}-\hat{C}=90°$ از طرف دیگر می دانیم در مثلث ACD , D_1 زاویه خارجی است $\hat{D}_1=\hat{A}_2+\hat{C}$ در مثلث $A\overset{\Delta}{B}D$ مجموع زوایای داخلی $180°$ است.



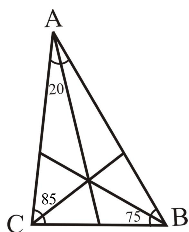
چون $\hat{A}_1=\hat{A}_2$ است.

در نتیجه: $\hat{A}_1+\hat{B}+\hat{D}_1=180\Rightarrow(\hat{D}_1-\hat{C})+\hat{B}+\hat{D}_1=180°$

$$\Rightarrow 2\hat{D}_1+\hat{B}-C=180°\Rightarrow 2\hat{D}_1+90^{\circ}=180°\Rightarrow 2\hat{D}_1=90°\Rightarrow \hat{D}_1=45°$$

9- جواب به سؤال های تمرین

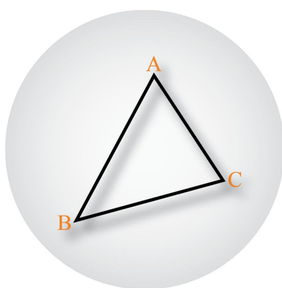
1- مثلثی بازاویه های $\hat{C} = 85°, \hat{B} = 75°, \hat{A} = 20°$ رسم کنید. نشان دهید که ناصف الزاویه های آن ها یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند.



حل: $\hat{C} = 85°, \hat{B} = 75°, \hat{A} = 20°$

به واسطهٔ خط کش و نقاله مثلث را رسم و بعد ناصف الزاویه را رسم کنید.

دیده می شود که تمام ناصف الزاویهٔ یکدیگر خود را در نقطهٔ O قطع می کنند.



5-9: ناصف عمودی در یک مثلث

صفحهٔ کتاب(123) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم خواص ناصف عمودی را بدانند. - شاگردان هر نقطهٔ ناصف عمودی را از انجام های یک قطعه خط که به فاصله های مساوی واقع اند اندازه نموده بتوانند. - شاگردان قضیه و معکوس قضیه را ثبوت و از نتایج آن درحل مسائل هندسی کار گرفته بتوانند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته جهت ایجاد انگیزه معلم صاحب محترم چارت ورودی را پیشروی صنف بیاویزد از شاگردان سؤال کند که آیا در یک مثلث ناصف عمودی از رأس مقابل میگذرد. بعد از شنیدن جواب های شاگردان استاد محترم ورودی را توضیح کند حتمی نیست که ناصف عمودی از رأس هر مثلث بگذرد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

استاد محترم قطعه خط AB را به روی تخته توسط یک شاگرد رسم کند. ازشاگردان بخواهد که فعالیت درسی کتاب را در گروپ های تعیین شده کار کنند معلم شاگردان را کمک و رهنمایی کند. تا این که به حقیقت نزدیک شوند؛ یعنی متن قضیه را بیان کنند در اخیر فعالیت، دو نفر از اعضای گروپ های مختلف مقابل تخته فعالیت گروپ خود را برای دیگران توضیح کنند. قطعه خط $\overline{A'B'}$ را به روی تخته رسم تکرار فعالیت را در گروپ های تعیین شده انجام دهید. یک شاگرد به نماینده گی از گروپ خود نتیجهٔ فعالیت را به روی تخته برای شاگردان بیان کند.

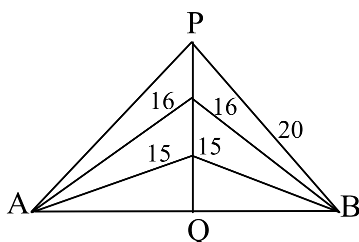
با درنظرداشت نتیجهٔ فعالیت، قضیه و عکس آن را با سهم گیری تمام شاگردان مرحله به مرحله ثبوت و در اخیر به سؤالات شاگردان جواب داده شود و از شاگردان بخواهید که معکوس قضیه را به گروپ ها کار کنند.

در اخیر فعالیت دو نفر از گروپ های مختلف به ترتیب آن را به روی تخته به شاگردان توضیح کنند. معلم محترم کنترول و کمک کنند.

6- تحکیم درس (7) دقیقه

استاد محترم قطعه خط y__________x را به روی تخته رسم کنید از شاگردان بخواهید درکتابچه های خود ناصف عمودی آن را رسم و ثبوت کنند. معلم در این اثنا شاگردان را کنترول و کمک کند. در اخیر فعالیت یک نفر شاگرد داوطلب را به تخته بخواهید تا فعالیت اجراء را توضیح کند.

7- ارزیابی ختم درس (5) دقیقه

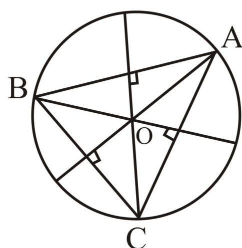


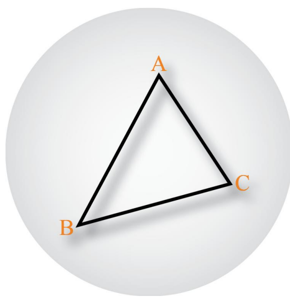
معلم محترم شکل فوق را به تخته رسم کنید و از شاگردان بخواهید به کتابچه های خود شکل را رسم و نشان دهند که دربین $\overline{PQ}$ و $\overline{AB}$ چی طور یک را بطه وجود دارد ؟

8- معلومات اضافی برای معلم

برای ازدیاد معلومات می توان گفت محل تلاقی ناصف عمودی اضلاع یک مثلث مرکز دایره محیطی مثلث است.

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = R$$





5-10: قضیه به ارتباط ناصف عمودی

صفحۀ کتاب(125) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیه را بدانند. - شاگردان قضیه را ثبوت و در حل مسائل هندسی به کار برده بتوانند. - شاگردان اهمیت قضیه را در حل مسائل هندسی درک و آن را به ببرند .
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته شکل را جهت ایجاد انگیزه به روی تخته رسم کند. سؤالات زیر را از شا گردان بپرسد. (A, H_2, H_1, O, B, C, H_3) نقطۀ O یاد می شود. نقطۀ به نام چه یاد می شود ؟معلم بعد از شنیدن جواب های شاگردان ورودی درس را توضیح کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

معلم بر روی تخته شکل را (A, B, C) را رسم می کند.
از شاگردان می خواهد که با استفاده از شکل که به تخته رسم شده است. فعالیت صفحۀ 125 کتاب را به گروپ های تعیین شده بدهد تا انجام دهند. معلم در این اثنا شاگردان را کمک و رهنمایی کند. در پایان فعالیت، به کمک معلم 2 نفر شاگرد به کمک نتیجۀ فعالیت متن قضیه را بیان کنند.
با درنظرداشت نتیجۀ فعالیت، معلم با اشتراک فعال شاگردان قضیه را مرحله به مرحله ثبوت کنند. اشتراک فعال شاگردان حتمی است.

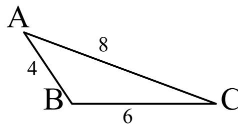
6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس، استاد محترم شکل مثلث قایم الزاویه را به روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید در کتابچه های خود ناصف عمودی اضلاع مثلث را رسم و نقطۀ تقاطع ناصف ها را دریافت کنند.
در پایان فعالیت یک نفر شاگرد داوطلب را بخواهید تا برای شاگردان دیگر کار کند و شاگردان کار خود را با حل روی تخته مقایسه و اصلاح کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

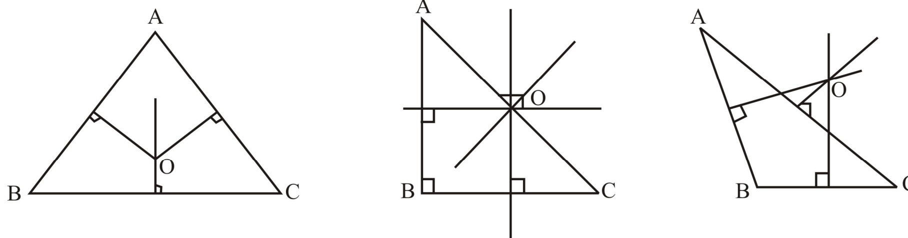
جهت ارزیابی شاگردان، مثلث منفرج الزاویه را به روی تخته رسم و ا ز شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود ناصف عمودی را در مثلث مذکور ترسیم نماید و دیگران حل کتابچه خود را با حل روی تخته مقایسه کنند.

- از یک شاگرد بپرسید تا ناصف عمودی را تعریف کند.



8- معلومات اضافی برای معلم

جهت ازدیاد معلومات استادان محترم ناصف عمودی را در سه نوع مثلث (حاده الزاویه، قایم الزاویه، و منفرج الزاویه) مورد بررسی قرار دادیم:



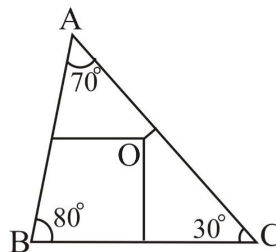
دیده می شود که محل تقاطع ناصف عمودی در مثلث حاده الزاویه در داخل مثلث ، در مثلث قایم الزاویه بالای وتر و در مثلث منفرج الزاویه خارج مثلث قرار دارد.

نوت: استادان محترم ما ثبوت قضیۀ ناصف عمودی یک مثلث را در رهنمای معلم به عنوان درس جداگانه برای یک ساعت درسی پلان کرده ایم.

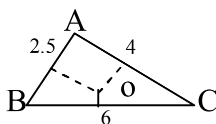
9- جواب به سؤال های تمرین

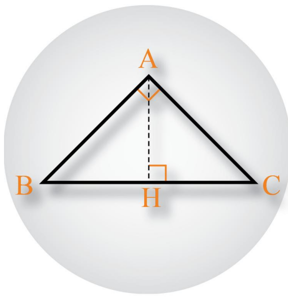
1-مثلث ABC را به زاویه های $70^\circ, 30^\circ$ و 80° رسم کنید، محل تقاطع ناصف های عمودی اضلاع آن را دریافت کنید.

حل: چون مثلث حاده الزاویه است، پس ناصف ها در یک نقطه یک دیگر را قطع و در داخل مثلث قرار دارند.



2- مثلثی به اضلاع 6,4 و 2.5 سانتی متر رسم کنید. ناصف های عمودی اضلاع آنرا ترسیم و محل تقاطع ناصف های عمودی را دریافت کنید.





5-11: ارتفاع های مثلث

صفحهٔ کتاب(127) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیه راجع به ارتفاع ها را بدانند یعنی ارتفاعات یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنند. - شاگردان قضیهٔ خواص ارتفاع های مثلث را ثبوت و در حل مسائل هندسی از آن کار گرفته بتوانند. - شاگردان از خواص ارتفاعات را در حل مسائل هندسی کار بگیرند واز کار برد آن لذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوا لپرسی و ارزیابی در گذشته ،سؤالات زیر را از شاگردان به ارتباط ورودی مطرح کند. - اگر AH ارتفاع مثلث باشد ارتفاع های دیگر مثلث را رسم کنید. - هر مثلث دارای چند ارتفاع بوده و چطور یک دیگر را قطع می کند؟ معلم به جوابات شاگردان گوش داده بعد ورودی را توضیح کند. (شکل: A، B، H، C، 90)

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

استاد محترم! از شاگردان بخواهید که فعالیت رادر گروپ های تعیین شده انجام دهند. شاگردان را کنترول و کمک کنید.. در اخیر فعالیت، 3 شاگرد از گروپ های مختلف، به روی تخته برای دیگران نتیجهٔ فعالیت خود را بیان کنند. با استفاده از نتیجهٔ قضیه به اشتراک فعال تمام شاگردان مرحله به مرحله قضیه ثبوت شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه:

استاد محترم، مثلث های ABC (شکل: A، B، C) و A'B'C' (شکل: A'، B'، C') را روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید که در کتابچه های خود ارتفاع های مثلث ها را رسم و خواص آن را بنویسند و بگویند که ارتفاع های مثلث قایم الزاویه در کجا یکدیگر را قطع می کند. بعد از انجام فعالیت، 2 شاگرد داوطلب ارتفاع های مثلث ها را به روی تخته رسم کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

جهت ارزیابی درس جدید، معلم سؤالات زیر را از شاگردان بپرسد.

مثلث چند ارتفاع دارد؟ محل تقاطع ارتفاع های مثلث قایم الزاویه در کجا قرار دارد ؟استاد محترم مثلث متساوی‌الاضلاع رابه روی تخته رسم و ا رتفاع های آن را رسم و در اثر ترسیم ا رتفاع نصف طول آن ها مساوی به چند است؟

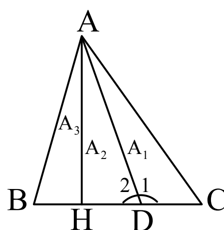
8- معلومات اضافی برای معلم

مثال زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: در مثلث ABC زاویه ناصف و ارتفاعی که از رأس A به وجود آمده مساوی به چند است؟

در $\overset{\Delta}{ABC}$, $\overline{AH}$ ارتفاع و $\overline{AD}$ ناصف می باشد. در نتیجه: ناصف الزاویه $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 + \hat{A}_3$ در مثلث قایم الزاویه

$\overset{\Delta}{AHB}$, $\hat{H} = 90^\circ$ پس $\hat{A}_3 = 90^\circ - \hat{B}$



به همین ترتیب در مثلث AHD داریم:

پس : $\hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{D}_2$ I

$\hat{D}_2$ زاویه خارجی مثلث ADC است، پس $\hat{D}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C}$.......II

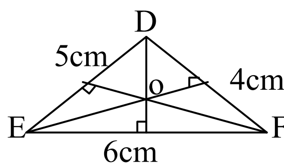
از رابطهٔ I و II نتیجه می گیریم:

$$\hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{A}_1 - \hat{C} \Rightarrow \hat{A}_2 = 90^\circ - (\hat{A}_2 + \hat{A}_3) - \hat{C} \Rightarrow 2\hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{A}_3 - \hat{C}$$

$$2\hat{A}_2 = 90^\circ - (90^\circ - \hat{B}) - \hat{C} \Rightarrow 2\hat{A}_2 = \hat{B} - \hat{C} \Rightarrow A_2 = \frac{\hat{B} - \hat{C}}{2}$$

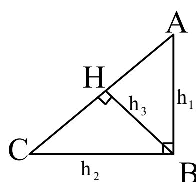
9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال 1: مثلث ABC را به اضلاع 4،6،5 سانتی مترسم کنید ارتفاع ها را نیز بالای اضلاع مثلث رسم نموده و محل نقاطع آن ها را در صفحه مشخص کنید.



حل: با استفاده از خط کش به اندازهٔ های داده شده، اضلاع مثلث را رسم می کنیم. بعد ارتفاع های مثلث را رسم می نماییم. دیده می شود که محل تقاطع ارتفاعات در نقطهٔ O است.

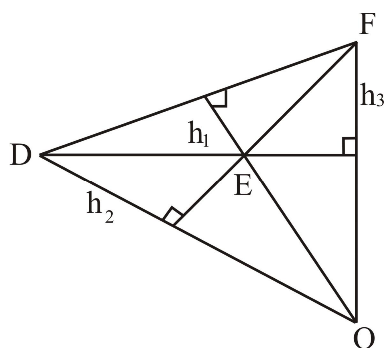
سؤال 2- یک مثلث قایم الزاویه ABC رار سم می کنیم که در آن $\hat{B} = 90^\circ$ است. دو ارتفاع مثلث قایم الزاویه، اضلاع قایم آن می باشد. پس محل تقاطع ارتفاعات در مثلث قایم الزاویه در رأس قایم می باشد.

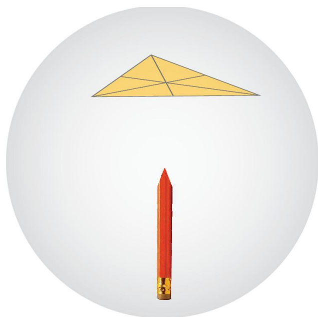


سؤال3: یک مثلث منفرج الزاویه رسم نموده محل تقاطع ارتفاع های آن را مشخص کنید.

حل: مثلث منفرج الزاویهٔ DEF را مد نظر می گیریم. به اساس تعریف ارتفاع های آن را رسم می کنیم. از رأس E بالای ضلع DF ارتفاع h_1 را رسم می کنیم. ضلع EF را امتداد می دهیم از رأس D ارتفاع h_2 را رسم می کنیم برای این که ارتفاع را از رأس F رسم کنیم

ضلع DE را امتداد می دهیم. ارتفاع h_3 را رسم می کنیم اگر ارتفاع ها را امتداد دهیم، دیده میشود که محل تقاطع ارتفاع ها خارج مثلث منفرج الزاویه قرار دارد. نقطه O محل تلاقی ارتفاعات است.





12-5: میا نه های مثلث

صفحهٔ کتاب(129) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قضیهٔ خواص میانه های مثلث را بدانند. - شاگردان قضیهٔ خواص میانه ها را ثبوت کرده بتوانند. - شاگردان از خواص میانه های مثلث در حل مسائل هندسی روزمره استفاده و آن را به کار ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی،چارت ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام، احوالپرسی و ارزیابی درس گذاشته ، جهت ایجاد انگیزه به درس چارت ورودی را پیشروی صنف بیاویزد و از شاگردان سؤال کند.آیا فکر کرده اید؟ که یک مثلث روی نوک پنسل در حالت تعادل قرار خواهد گرفت. - میانه های مثلث یکدیگر را به چند نقطه قطع می کنند. و میانه ها یک دیگر را به کدام نسبت تقسیم می کنند؟ بعد از شنیدن جواب شاگردان، معلم ورودی را توضیح کند.

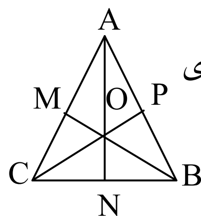
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! فعالیت صفحهٔ 129 کتاب را به آواز بلند یک شاگرد خوانده و بعد شاگردان را به گروپ ها تقسیم کنیدتافعالیت را به مشورت یکدیگر انجام دهند. معلم محترم در این اثنا شاگردان را کمک و رهنمایی کند. 3 شاگردرا از گروپ های مختلف به نماینده گی گروپ های شان بخواهید. تا نتیجهٔ فعالیت گروپ خود را به نوبت به دیگران توضیح کنند ، در صورت اشتباه، معلم کمک و رهنمایی کند.

با در نظرداشت نتیجهٔ فعالیت، معلم با سهم گیری فعال شاگردان مرحله به مرحله قضیه را ثبوت کنند.

در اخیر یک شاگرد ثبوت قضیه را دوباره به روی تخته تشریح کند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه



برای تحکیم بخشیدن درس، استاد محترم شکل را به روی تخته رسم وبا درنظرداشت قیمت های $\overline{ON}=5$, $\overline{AN}=10$ قیمت AO را در یافت کنند

شاگردان قیمت $\overline{AO}$ را در کتا بچه های شان در یافت کنند . در ختم یک شا گردان داوطلب به روی تخته فعالیت را انجام دهد.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم مثلث $\triangle ABC$ را به روی تخته رسم و از شاگردان بخواهید که نقطهٔ تقاطع میانه ها را دریافت و ثبوت کند که محل تقاطع میانه ها ا ضلاع مثلث را به نسبت $\frac{2}{1}$ تقسیم می کند. یک یک نفر را به روی تخته بخواهید تا مرحله به مرحله ثبوت کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال های زیر را مد نظر می گیریم:

مثال: طول میانهٔ AM از مثلث ABC مساوی به 6 سانتی متر است فاصلهٔ محل تلاقی میانه های این مثلث از رأس چند است؟

حل: می دانیم که محل تلاقی میانه ها از رأس، اضلاع مثلث ABC را به نسبت 2 بر 1 تقسیم می کند. یعنی:

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{GM}} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{\overline{AG}}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overline{AG} = \frac{12}{3}$$

$$\overline{AG} = 4$$

مثال دوم: در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ میانه ها یک دیگر را در نقطه G قطع کرده اند. زاویه $B\hat{G}C = 120^\circ$ است .اندازه زاویهٔ A چند است؟

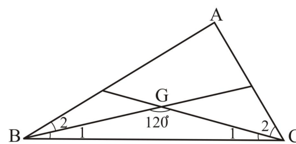
$$\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \frac{1}{2}\hat{C} \quad , \quad \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \frac{1}{2}\hat{B}$$

$$\overset{\Delta}{BGC}: \hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{G} = 180^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}\hat{B} + \frac{1}{2}\hat{C} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}+\hat{C}}{2} = 60^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$$

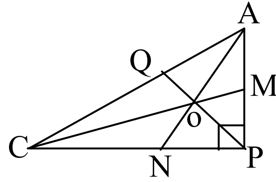
$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A} = 60^\circ$$



9- جواب به سؤال های تمرین

1- یک مثلث قایم الزاویه رسم نموده محل تقاطع میانه های آن را مشخص کنید و بگویید که محل تقاطع میانه هادر مثلث قایم الزاویه در کجا قرار دارد؟



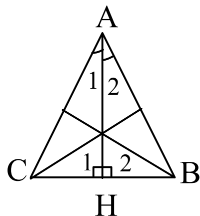
حل: مثلث قایم الزاویه $\overset{\Delta}{ABC}$ را رسم و نقطه تقاطع میانه ها را تعیین می کنیم.

دیده می شود که محل تقاطع میانه ها در مثلث قایم الزاویه در داخل مثلث است.

2- نشان دهید که در هر مثلث متساوی الاضلاع محل تقاطع میانه ها ناصف ها و ارتفاع در یک نقطه می باشند.

حل: مثلث متساوی الاضلاع $\overset{\Delta}{ABC}$ را که درآن $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$ و $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=60^\circ$ است در نظر می گیریم.

دو مثلث $\overset{\Delta}{ACH}$ و $\overset{\Delta}{ABH}$ را با هم مقایسه می کنیم چون: $\overline{AB}=\overline{AC}$ است.



$$\hat{A}_2=\hat{A}_1=30^\circ$$

$$\hat{H}_1=\hat{H}_2=90^\circ$$

$$\overline{HC}=\overline{HB}$$

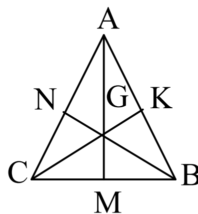
چون دو زاویه و یک ضلع دو مثلث باهم مساوی اند، پس: $\overset{\Delta}{ABH}\cong\overset{\Delta}{ACH}$ که $\overline{AH}$ ناصف عمودی، هم ناصف الزاویه، ارتفاع و هم میانه است.

3- در مثلث ABC اگر G مرکز تقاطع میانه های AM ، BN و CK باشند نشان دهید که:

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AM}}=\frac{2}{3}\ ,\ \frac{\overline{GM}}{\overline{AM}}=\frac{1}{3}$$ می باشد.

حل: نظر به قضیه .... $\frac{\overline{AG}}{\overline{GM}}=\frac{2}{1}$

نظر به خواص تناسب $\frac{\overline{AG}}{\overline{AG}+\overline{GM}}=\frac{2}{1+2}=\frac{2}{3}$



$$\frac{\overline{GM}}{\overline{AG}}=\frac{1}{2}$$

نظر به خواص تناسب $\frac{\overline{GM}}{\overline{AG}+\overline{GM}}=\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3}$

نوت: مشابه به فصل های قبلی می توانید نکات مهم فصل را در دو ساعت درسی پلان کنید.

5-13: حل تمرین فصل پنجم

صفحهٔ کتاب(133) **وقت درس (1 ساعت درسی)**

برای سؤالهای زیر چهار جواب داده شده است، جواب صحیح را دریافت و دور آن را حلقه نمایید.

1- در مثلث منفرج الزاویه محل تقاطع هر سه ناصف عمودی در کجا است؟

a- در داخل مثلث b- در خارج مثلث

c- بالای ضلع بزرگ d- هیچکدام

جزء b درست است.

2- مثلثی به اضلاع 4،5 و 5 مفروض است. سه ارتفاع این مثلث یکدیگر را :

a- در داخل مثلث قطع می کند b- در خارج مثلث قطع میکند

c- روی ضلع به طول 5 متقاطع اند d- در رأس مقابل بزرگترین ضلع قطع می کند.

جزء a درست است.

3- در مثلث قایم الزاویه طول ضلع مقابل زاویه $30°$ عبارت است از:

a- نصف وتر b- مساوی به وتر

c- یک بر 3 وتر d- یک بر چهارم وتر

جزء a درست است.

4- هرگاه در مثلث قایم الزاویه اندازهٔ اضلاع قایم 3 و 2 باشد، طول وتر عبارت است از:

a- $\sqrt{13}$ b- $\sqrt{3}$

c- 3 d- 2

حل:

$$(\overline{AB})^2 = (\overline{AC}^2) + (\overline{BC}^2)$$

$$\overline{AB}^2 = (2)^2 + (3)^2$$

$$\overline{AB}^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{13}$$

جزء a درست است.

5- در مثلث متساوی الساقین یک زاویهٔ قاعدهٔ آن مساوی به $65°$ است زاویهٔ دیگرقاعده آن چند درجه است؟

a- $50°$ b- $65°$

c- $70°$ d- $45°$

جزء b درست است.

در عبارات زیر جاهای خالی را با کلمات مناسب پر نمایید.

1- در هر مثلث قایم الزاویه حاصل ضرب اضلاع قایم مساوی به حاصل ضرب وتر و ارتفاع آن مثلث است.

2- در هر مثلث قایم الزاویه مربع ارتفاع بالای وتر مساوی به حاصل ضرب دو قطعه خط ایجاد شده بالای آن وتر می باشد.

3- در مثلث قایم الزاویه طول ضلع مقابل زاویهٔ $30°$ مساوی به نصف وتر آن است.

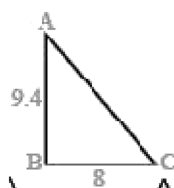
4- در مثلث منفرج الزاویه ارتفاعات یکدیگر را در خارج مثلث قطع می کنند.

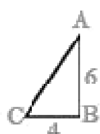
5- اگر طول اضلاع یک مثلث به ترتیب $3cm$, $4cm$ و $5cm$ باشد. مثلث مذکور قایم الزاویه است.

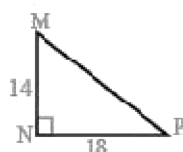
6-در یک مثلث هر گاه دو ضلع آن با هم مساوی باشند زاویهٔ مقابل آن با دو ضلع با هم مساوی اند.

سؤالات زیر را حل نمایید.

1- در اشکال زیر مثلث های قایم الزاویه داده شده اند، وتر مثلث ها را به تقریب کمتر از 0.1 حساب کنید.







شکل اول

$\overline{MP}^2 = \overline{MN}^2 + \overline{NP}^2$

$\overline{MP}^2 = (14)^2 + (18)^2$

$\overline{MP}^2 = 196 + 324$

$\overline{MP}^2 = 520$

$\overline{MP} = 2\sqrt{130}$

$\overline{MP} = 15\sqrt{2}$

شکل دوم

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{AC}^2 = (6)^2 + (4)^2$

$\overline{AC}^2 = 36 + 16$

$\overline{AC}^2 = 52$

$\overline{AC} = \sqrt{52}$

$\overline{AC} = 2\sqrt{13}$

شکل سوم

$\overline{AC}^2 = (9.4)^2 + (8)^2$

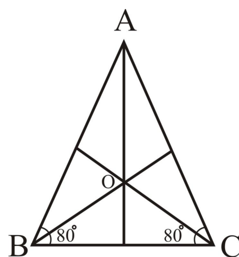
$\overline{AC}^2 = 88.36 + 64$

$\sqrt{AC^2} = \sqrt{152.36}$

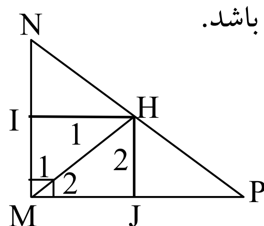
$\overline{AC} = 12.3$

2- مثلث ABC را طوری رسم کنید که $\overline{BC} = 6$, $A\hat{C}B = 80°$ و $A\hat{B}C = 80°$ باشد، بعد ناصف الزاویه های مثلث های مذکور را رسم کنید.

حل: با استفاده از نقاله زاویه ها را به وسعت $80°$ رسم اضلاع را امتداد می دهیم تا یکدیگر را در نقطه A قطع کنند ناصف الزاویه ها را رسم می کنیم.



3- مثلث MNP قایم به رأس M را در نظر بگیرید. ارتفاع $\overline{MH}$ را در مثلث مذکور رسم نموده نقاط I و J وسط $\overline{MN}$ و NP می باشند.



a- ثبوت کنید که مثلث های MIH و MJH متساوی الساقین با قاعدهٔ مشترک $\overline{MH}$ می باشد.

b- ثبوت کنید که IJ ناصف عمودی MH است.

c- ثبوت کنید $\overline{HI}$ و $\overline{HJ}$ بر همدیگر عمود می باشند.

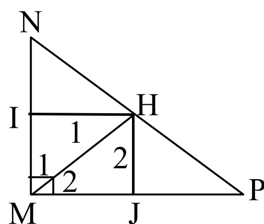
حل: از نقاط I و J ناصف عمودی مثلث را رسم کنید که یکدیگر را در نقطه M قطع می کنند.

پس: $M\hat{I}H = M\hat{J}H = 90^\circ$ پس شکل MIHJ مستطیل یا متوازی الاضلاع است $I\hat{H}J = 90^\circ$ و $\overline{MH}$ قطر مستطیل است پس: $\hat{M}_1 = \hat{H}_1$ و $\overset{\Delta}{MIH}$ مثلث متساوی الساقین است.

به همین ترتیب $\hat{M}_2 = \hat{H}_2$ پس MHJ مثلث متساوی الساقین است، پس $\overline{MJ} = \overline{JH}$

b- قسمی که قطر های مستطیل $\overline{MH}$ و $\overline{IJ}$ بالای یک دیگر در نقطه تنصیف عمود اند، پس $\overline{IJ}$ و $\overline{MH}$ ناصف عمودی است

c- در شکل MHJI



$$\hat{M} = \hat{I} = \hat{J} = \hat{H} = 90^\circ$$

$$\hat{M} + \hat{I} + \hat{J} + \hat{H} = 360^\circ$$

$$90^\circ + 90^\circ + \hat{H} + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\hat{H} + 270^\circ = 360^\circ$$

$$\hat{H} = 360^\circ - 270^\circ \Rightarrow \hat{H} = 90^\circ$$

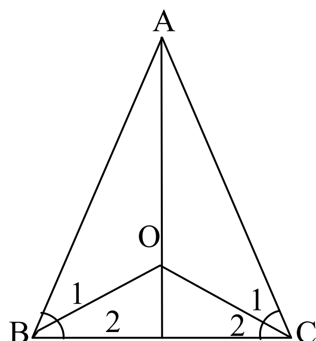
چون بین HI و MJ زاویهٔ 90 درجه است، پس $\overline{IH}$ بالای HJ عمود است.

4- در مثلث متساوی الساقین ABC ، AB = AC بوده، اگر $\overline{OB}$ و $\overline{OC}$ ناصف الزاویه $\hat{B}$ و $\hat{C}$ باشد، ثبوت کنید که:

a) $\overline{OB} = \overline{OC}$ b) OA ناصف الزاویه A است.

حل: قسمی که $\overline{AB} = \overline{AC}$ است، پس $\hat{B} = \hat{C}$ است $\overline{OC}, \overline{OB}$ ناصف الزاویه است $\hat{B}_2 = \hat{C}_2$، پس $\overset{\Delta}{BOC}$ مثلث متساوی ا لساقین است $\overline{OC} = \overline{OB}$

b- قسمی که نقطهٔ O نقطهٔ تقاطع ناصف الزاویه $\overline{OB}$ و $\overline{OC}$ است که یکدیگر را قطع کرده اند، پس به اساس خواص ناصف الزاویهٔ نقطه A از (O) می گذرد. پس OA ناصف الزاویه A است.





فصل ششم: مساحت و احجام

6-1: مساحت وحجم مکعب مستطیل

صفحۀ کتاب:(137) **وقت تدریس: (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم مساحت مکعب مستطیل را بدانند. - شاگردان مکعب مستطیل را بشناسند و از فارمول های آن کار بگیرند و به ارتباط آن سؤال ها را حل کرده بتوانند. - شاگردان درحیات روزمره از مکعب ومکعب مستطیل در وقت ضرورت کار بگیرند و از آن استفاده کنند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، انفرادی وگروپی به شکل عملی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی مواد عملی (خشت) قطی گوگرد
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم بعد از سلام، احوالپرسی و انجام سایر کار های مقدماتی ضروری درس گذشته را ارزیابی ویادآوری کنید. با طرح سؤال های زیر توجه شاگردان را به درس جدید جلب کنید. - آیا تا حال فکر کرده اید که هر انسان دریک بار تنفس چقدر حجم هوا را در بدن داخل می کند؟ - اگر هوا داخل شش ها نشود زندگی کردن ناممکن است؟ کوشش کنید جواب ها را از شاگردان بدست بیآورید. علاوه بر آن شما هم به شکل کوتاه توضیحات دهید. بعد به ارتباط آن فعالیت های زیر را انجام دهید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

استاد محترم، شکل های مکعب و مکعب مستطیل را بالای تخته رسم کنید. طول ، عرض و ارتفاع آنرا توسط یک شاگرد اندازه کنید و یک شاگرد دیگر را وظیفه دهید که طول ، عرض و ارتفاع خشت را که درصنف آورده اند اندازه کند. شاگرد سومی را بگویید خشت فوق چند رأس و چند سطح دارد. درهمین وقت به شاگردان بگویید که سطح آن مستطیل است. مساحت هر سطح را سطح جانبی می گویند. شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم کنید. برای شان بگویید فعالیت صفحه 137 کتاب را به گروپ های خود انجام دهند.

درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید و در اخیر فعالیت، یک یک نفر از هر گروپ فعالیت گروپ خود را برای دیگران توضیح و تشریح کنند.

در اخیر استاد محترم رأس ها ، سطح وقاعده مکعب و مکعب مستطیل را به قسم عملی به شاگردان نشان دهید. از روی شکل بالای تخته هم ثبوت کنید.درنتیجه تعریف و مفهوم مکعب مستطیل را برای شاگردان بصورت عمومی

بگویید. مثال ها به نوبت توسط شاگردان حل شود. این مطلب را هم برای شان بگویید. آن مکعب مستطیل که تمام ضلع های آن یکی با دیگر مساوی باشد. مکعب بوده؛ یعنی 6 سطح مساوی دارد. ومساحت کلی مکعب عبارت از $6a^2$ است.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

استاد محترم، مثال های کتاب ومشابه به آن را برای شاگردان بدهید. که در کتابچه های خود حل کنند سپس به ترتیب شاگردان را به تخته بخواهید مثالی را که شما به آن وظیفه می دهید روی تخته حل کنند درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه استاد محترم خود را مطمئن سازد که شاگردان درس را یاد گرفته اند یانه؟ توسط سؤالات زیر آنها را ارزیابی کنید:

اگر طول یک مکعب مستطیل 4cm و ارتفاع آن 8cm و عرض آن 3cm باشد. مساحت کلی حجم آن را دریافت کنید این سؤال را شاگردان به کتابچه های خود حل کنند. معلم از حل آن دیدن کند. همزمان سوال مذکور را یک شاگرد داوطلب به روی تخته حل و اگر در حل روی تخته مشکلی وجود داشت از یک شاگردا دیگر بخواهید تا آن را اصلاح نماید. زمانی که مطمین شدید حل روی تخته درست است شاگردان حل خود را با تخته مقایسه کنند.

8 – جواب به سؤال های تمرین:

-1

$L = 120cm$ $V = L \cdot w \cdot h$

$w = 60cm$ $V = 120cm \cdot 60cm \cdot 30cm$

$h = 30cm$ $V = 216000cm^3$

$v = ?$

جواب سؤال دوم:

$$v = a \cdot a \cdot a = a^3$$
$$v = 3a \cdot 3a \cdot 3a = 3^3 \cdot a^3 = 27\, a^3$$

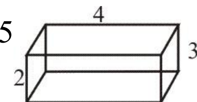
حجم 27 مرتبه می شود.

جواب سؤال 3:

a)

$$\left.\begin{matrix} L = 4cm \\ w = 3cm \\ h = 2cm \end{matrix}\right\} \begin{matrix} A = 2(Lw + Lh + wh) \\ A = 2(12 + 8 + 6) = 2(26) = 5 \end{matrix}$$

$$V = L \cdot w \cdot h = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24cm^3$$



b)

$$\left.\begin{matrix} h = 7 \\ L = 4 \\ w = 2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} A = 2(Lw + Lh + wh) \\ A = 2(8 + 28 + 14) = 2(50) \\ A = 100cm^2 \end{matrix}$$

$$V = L \cdot w \cdot h = 7 \cdot 4 \cdot 2$$
$$V = 56cm^3$$

جواب سؤال 4: قسمیکه می دانیم قطر مکعب مستطیل

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$
$$\overline{A'C'} = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2 + (2c)^2} = \sqrt{4a^2 + 4b^2 + 4c^2} = \sqrt{4(a^2 + b^2 + c^2)}$$
$$\overline{A'C'} = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

قطر دو چند می شود.



2-6: حجم و قطر مکعب ومکعب مستطیل

صفحهٔ کتاب:(139) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم قطر مکعب ومکعب مستطیل را بدانند. - شاگردان قطر مکعب ومکعب مستطیل را رسم وتوسط فارمول سؤالات را حل کرده بتوانند. - شاگردان از حل سؤال های مربوطه احساس خوشی نمایند و مورد استفاده آن را درک کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، مواد محلی، قطی گوگرد و غیره
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم، بعد از سلام و احوالپرسی و سایر کار های مقدماتی درس گذشته را ارزیابی کنید. و باز درس جدید را با سؤال های زیر شروع کنید: آیا می دانید هر جسم که درهوا یک جای را بگیرد جای اشغال شده چه نامیده می شود؟ آیا مستطیل قطر دارد ؟ چند قطر دارد ؟ مربع چند قطر دارد ؟ کوشش کنید که جواب ها از طرف شاگردان گفته شود و باز شما یک معلومات کوتاه بدهید. بعد به ارتباط درس جدید فعالیت را شروع کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم، برای شاگردان بگویید که هرشی یا جسم هوا را بی جای می کند وجای آن را می گیرد، که هوای بی جاشده توسط جسم نامبرده حجم آن گفته می شود.

باز یک مکعب مستطیل که طول آن 3 واحد، عرض و ارتفاع آن به ترتیب 2 واحد باشد. روی تخته رسم کنید. و برای شاگردان بگویید. که به کتابچه های خود رسم ومساحت هرسطح آن را دریافت کنند بعد مساحت کلی آن را بدست بیآورند. در اخیر برای شان بگویید. که حجم مکعب مستطیل را چطور بدست می آوریم :

اگر شاگردان جواب بگویند خوب است. شما با آن هم برایشان تشریح کنید.

اگر ارتفاع به مساحت کلی ضرب شود حجم بدست می آید.

اگر طول مکعب مستطیل L وعرض آن W و ارتفاع آن h باشد.

پس نوشته می شود. $V = L \cdot W \cdot h$ (حجم مکعب مستطیل)

به همین ترتیب حجم مکعب $V = a \cdot a \cdot a = a^3$

حال شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و برایشان بگویید فعالیت های صفحه های 138 و 139 کتاب را انجام دهند و قطر مکعب را نیز رسم کنند. بعد از انجام فعالیت یک یک نفر شاگرد را از هر گروپ بخواهید. که کار های گروپ خود را توضیح وتشریح کنند. درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. بعد از ختم
توضیحات نماینده های گروپ ها شما خود موضوع را بار دیگر توضیح وفارمول قطر را برایشان ثبوت کنید. همچنان یک مثال مشابه به ارتباط موضوع توسط یک شاگرد روی تخته حل شاگردان دیگر آن را به کتابچه های خود حل ومقایسه کنند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تفهیم بیشتر درس یک مستطیل که طول ، عرض و ارتفاع آن به ترتیب 64cm, 8cm, 12cm باشد روی تخته رسم کنید. از شاگردان بخواهید که به کتابچه های خود قطر وحجم و حجم آن را دریافت کنند. در عین زمان از یک شاگرد بخواهید تا سؤال مذکور را روی تخته حل کند. درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

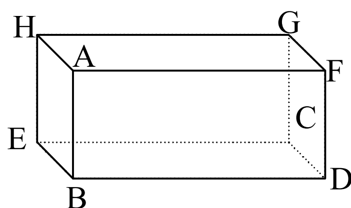
استاد محترم برای متیقن شدن سؤال زیر را روی تخته بنویسید.

$$h = ?، W = 3cm، L = 4cm، V = 24cm^3$$

از یک شاگرد داوطلب بخواهید تا آن را روی تخته حل کند در صورت بروز مشکلات همکاری نمایید.

8- معلومات اضافی برای معلم

در هر مکعب مستطیل، رأس های که درمقابل هم قرار دارند رأس های متقابل نامیده می شوند. در شکل مقابل، رأس های A و C همچنین رأس های G و B مقابل هم قرار دارند.





6-3: مساحت و حجم منشور

صفحۀ کتاب(141) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید فارمول مساحت وحجم را بدانند. - شاگردان منشور را بشناسند آنرا رسم و به ارتباط آن سؤال حل کرده بتوانند. - شاگردان از فارمول های مساحت وحجم منشور در حیات روزمره کار بگیرند. به درک اهمیت و ارزش آن احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، انفرادی گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، مواد محلی محیطی (شکل منشور)
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم، بعد از سلام، احوالپرسی و سایر کار های مقدماتی ضروری درس گذشته را ارزیابی وتکرار کنید. بعد به ادامه درس جدید بپردازند جهت این کار ابتدا موضوع ورودی را با طرح سؤال شروع کنید. - آیا به خیمه زنده گی کرده اید؟ کدام شکل هندسی را دارد ؟ - آیا به اطراف خود به قسم خیمه کدام شکل دیگر را می بینید ؟ بعد از جواب شاگردان ، معلم موضوع ورودی را توضیح کند. وباز به ارتباط آن فعالیت های زیر را انجام دهند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم فعالیت صفحۀ 141 کتاب را به تخته رسم کنید سپس شاگردان را به گروپ ها تقسیم نموده بخواهید تا فعالیت کتاب را انجام دهند. آن شکل هندسی که به دست آمده قاعده وسطع آن را حساب کنند. باز از هرگروپ یک نفر را بخواهید که سطح را نشان دهد وبگوید که کدام شکل هندسی را دارد. از شاگرد دیگر سؤال کنید. شکل مذکور چند قاعده دارد. باز چند شاگرد را به نوبت بخواهید که هر کدام مساحت سطح که مستطیل است و مساحت قاعده آن را که مثلث شکل است پیدا کنند. اگر مشکلات داشتند کمک کنید. و برایشان بگویید که مساحت سطح و مساحت قاعده به نام مساحت کلی منشور یاد می شود. و بعد از انجام فعالیت ، منشور را تعریف وجه ها ، مساحت سطح جانبی، کلی و به همین ترتیب منشور قایم را برای شاگردان تشریح و در مورد معلومات بدهید و از روی کتاب اقسام منشور مانند شش ضلعی ، پنج ضلعی ، چهار ضلعی و منشور سه ضلعی را برای شاگردان نشان دهید. و به گروپ ها وظیفه دهید که منشور را به کتابچه های خود رسم کنند. حجم منشور را روی تخته این طور بنویسید.

ارتفاع × مساحت = حجم منشور

$$V = B \times h$$

کوشش کنید.در وقت توضیح شاگردان هم سهم بگیرند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس علاوه بر مثال های حل شدهٔ کتاب، مثال های دیگر را روی تخته بنویسید و حل کنید. تا اینکه شاگردان به موضوع درس خوب پی ببرند.

6- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم سؤال زیر را روی تخته بنویسید.

یک منشور مربع القاعده که طول هرضلع آن 3cm و ارتفاع آن 6cm است مساحت قاعده ، مساحت کلی وحجم آن را پیدا کنید؟ و از یک شاگرد بخواهید تا آن را روی تخته حل کند. به این ترتیب شاگردان را ارزیابی کنید که آیا درس جدید را یاد گرفته اند یا نه؟ خود را مطمئن سازید.

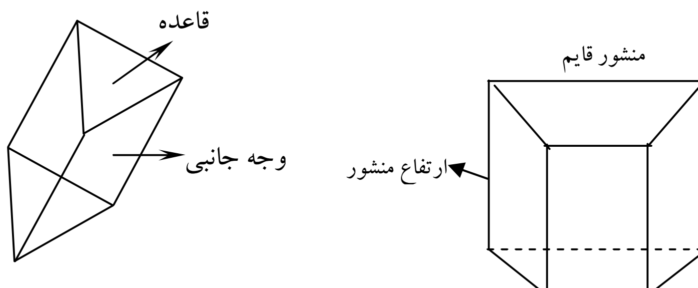
7- معلومات اضافی برای معلم

منشور یک چند وجه است. در منشور وجه های انطباق پذیر را قاعده ها و وجه های دیگر که متوازی الاضلاع اند وجه های جانبی منشور نامیده می شوند سطح های جانبی با سطح قاعده ها به نام سطح کلی منشور یاد می شود.

محل تقاطع دو وجه های جانبی یک خط است که به نام خط الرأس یاد می شود.

قطعه خطی که بر هر دو صفحهٔ قاعدهٔ منشور عمود باشد ارتفاع منشور نامیده می شود.

اگر خط الراس ها بر قاعده عمود باشند منشور قایم و در صورتیکه عمود نباشند منشور را مایل می نامند.



مجموع مساحت های وجه های جانبی منشور مساحت جانبی و مجموع مساحت جانبی و مساحت دو قاعده منشور را مساحت کلی آن می نامند.

فرض می کنیم منشور قایم باشد وجه های آن مستطیل ها اند که طول همه مستطیل ها مساوی اند و مقدار آن را h می نامیم و عرض مستطیل ها همان اضلاع n ضلعی قاعده $a_1, a_2, ..., a_n$ و $S_1, S_2, ..., S_n$ مساحت های جانبی می باشند.

$$S(\text{مساحت جانبی}) = s_1 + s_2 + ... s_n$$
$$= a_1h + a_2h + ... + a_nh$$
$$= h(\underbrace{a_1 + a_2 + ... + a_n}_{\text{محیط n ضلعی}}) \Rightarrow S = h \cdot p$$

محیط قاعده را به P نشان می دهیم

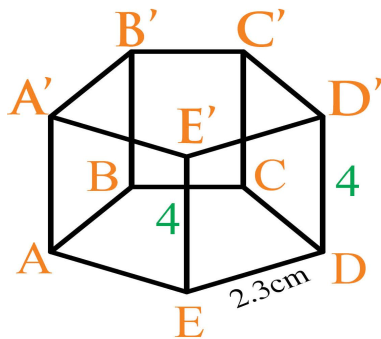
مساحت قاعده تین+ مساحت جانبی= مساحت کلی

$$A = h \cdot p + 2B$$

8- جواب به سؤال های تمرین:

1- مساحت کلی و حجم منشور های زیر را دریافت کنید.

حل جزء a:



در حالیکه $S(ABCDE) = 12.92cm^2$

محیط قاعده= $P = 5 \cdot 2.3 = 11.5cm$

مساحت یک سطح جانبی = $P \cdot h = (11.5cm)(4cm) = 66cm^2$

مساحت 5 سطح جانبی = $5 \cdot 66cm^2 = 330cm^2$

مساحت یک قاعده = $12.92cm^2$

مساحت قاعده تین = $2(12.92cm^2) = 25.84cm^2$

مساحت قاعده تین+ مساحت سطوح جانبی= مساحت کلی منشور

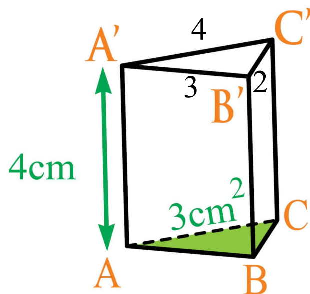
$= 330cm^2 + 25.84cm^2 = 355.84cm^2$

ارتفاع . مساحت قاعده= حجم منشور

حجم منشور $= 12.92cm^2 . 4cm$

حجم منشور $= 51.68cm^3$

حل جزء b: طول اضلاع مثلث به ترتیب 4 سانتی متر، 3 سانتی متر و 2 سانتی متر داده شده است



$P = 4cm + 3cm + 2cm = 9cm$

مساحت قاعدتین $= 2 \cdot 3cm^2 = 6cm^2$

مساحت یک سطح جانبی= $P \cdot h = 9cm \cdot 4cm = 36cm^2$

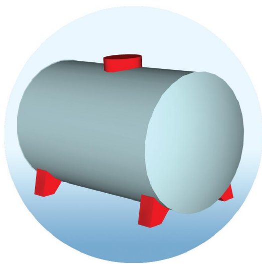
مساحت سه سطح جانبی= $3 \cdot 36cm^2 = 108cm^2$

مساحت سطح جانبی + مساحت قاعده تین = مساحت کلی

$= 6cm^2 + 72cm^2 = 78cm^2$

$v = B \cdot h \Rightarrow v = 3cm^2 \cdot 4cm = 12cm^3$

یادداشت: طول اضلاع مثلث در کتاب درسی داده نه شده است.



4-6: مساحت و حجم استوانه

صفحهٔ کتاب(143) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید فارمول های مساحت وحجم استوانه را بدانند. - شاگردان هرقسمت استوانه را بشناسند ، رسم و سؤالات به ارتباط مساحت وحجم استوانه را حل کرده بتوانند. - شاگردان در وقت ضرورت از فارمول های آن کار بگیرند و درحیات روزمره ارزش و اهمیت آن را بدانند.
2- روش های تدریس	سؤال وجواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی مواد محلی که شکل استوانه را داشته باشد
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعد از سلام، احوالپرسی و انجام فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذ شته را ارزیابی کنید بعد درس جدید را با طرح سؤال ها به ارتباط موضوع ورودی شروع کنید. - آیا اشکال استوانی را می شناسید. - گیلاس ، نل آب کدام اشکال را دارند؟ - آیا اشیا و اجسامی که شکل استوانه را داشته باشند نام گرفته می توانید ؟ - قاعدهٔ بالایی و پایانی استوانه چه شکل را دارند: کوشش کنید جواب ها را از شاگردان بدست بیآورید. و علاوه برآن شما به طور مختصر معلومات بدهید و فعالیت درس را شروع کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! یک استوانه که ارتفاع آن 5cm تا شعاع قاعده آن 2cm است. روی تخته رسم کنید بعد شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و برای شان بگویید، تا جواب سؤال های فعالیت را بعد از گفتگو و بحث دریافت و بنویسند. درجریان فعالیت از کار شان دیدن نمایید درصورت مشکلات کمک کنید. در اخیر فعالیت از هر گروپ یک یک نفر را به تخته بخواهید فعالیتی را که انجام داده اید به نوبت به دیگران تشریح وتوضیح کنند اگر کدام گروپ اشتباه کرده باشند توسط گروپ دیگر اصلاح شودسعی نمایید تمام شاگردان حصه بگیرند. بعد از انجام فعالیت گروپی شما به شکل مختصر درقسمت استوانهٔ قایم برایشان بگویید.

قاعده دایروی و انطباق پذیر اند. وسطح جانبی به قاعده عمود است. ارتفاع به h وشعاع قاعده به r نشان داده می شود. سپس به نوبت سه نفر شاگرد را بخواهید که اولی مساحت سطح جانبی ، دومی مساحت هر دو قاعده وسومی مساحت کلی استوانه را روی تخته بنویسند.

در اخیر معلم استوانه را تعریف کند. و اشکال استوانه ای را برای شاگردان نشان بدهد. و طریقهٔ دریافت حجم استوانه که عبارت از حاصل ضرب مساحت قاعدهٔ دایروی و ارتفاع می باشد معلومات مکمل برای شاگردان بدهد. و به همین قسم فورمول حجم $(V=\pi r^2 h)$ توسط یک شاگرد بیان شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال های صفحهٔ 144 کتاب را روی تخته بنویسید. دو شاگرد داوطلب را بخواهید که به نوبت سؤال را روی تخته حل کنند درصورت اشتباه کمک و رهنمایی کنید.

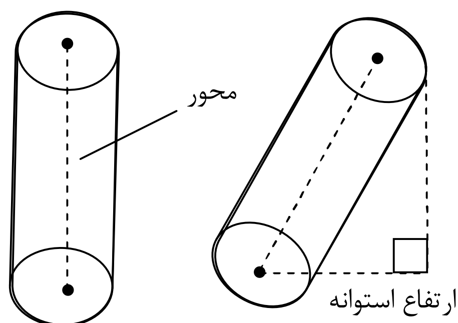
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم! برای اطمینان خود سؤال زیر را به روی تخته بنویسد و یک شاگرد را وظیفه بدهد آنر ا حل کند. به طور مثال اگر شعاع قاعدهٔ یک استوانه 3cm ارتفاع آن 6cm و قمیت $\pi = 3.14$ باشد مساحت کلی وحجم آن را دریافت کنید.

شاگردان به کتابچه های خود حل و در اخیر یک شاگرد آن را به تخته حل کند درصورت درست بودن، دیگر شاگردان اشتباه خود را اصلاح کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم:

استوانه cylinder شکلی است شبیه منشور که قاعده های آن به جای چند ضلعی دایره است.



قطعه خط که مرکز های دو دایره را با هم وصل می کند. محور استوانه می نامند اگر محور استوانه بر صفحهٔ دو قاعده عمود باشد استوانه را قایم و در صورتیکه محور بر دو قاعده عمود نباشد استوانه را مایل میگویند. در استوانه های قایم ارتفاع همان محور استوانه است استوانه حالت خاص منشور است هر گاه تعداد اضلاع قاعدهٔ منشور بی نهایت زیاد شود قاعدهٔ منشور به دایره تبدیل شده یعنی منشور به استوانه تقرب می کند. می دانیم که:

ارتفاع × مساحت قاعده= v (حجم منشور) ، $v=\pi R^2 \cdot h$ (حجم استوانه)

9- جواب به سؤال های تمرین

1- مساحت کلی و حجم استوانه های زیر را محاسبه کنید.

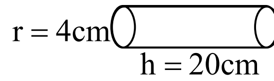
حل شکل اول:

$$A = 2\pi r\cdot(r+h)$$
$$A = 2\pi r\cdot 4(4+20)$$
$$A = 192\pi cm^2$$

$h = 20cm$

$r = 4cm$

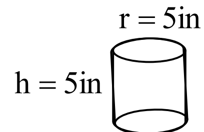
$A = ?$



$v = \pi r^2 \cdot h = 3.14 \cdot (4)^2 \cdot 20$

$v = 50.24 \cdot 20 = 1004.8cm^3$

حل شکل دوم



$A = 2\pi r(r + h)$

$A = 2\pi \cdot 5(5 + 5)$

$A = 100 \cdot 3.14 = 314in^2$

$v = \pi r^2 \cdot h$

$v = 3.14 \cdot 5^2 \cdot 5$

$v = 3.14 \cdot 25 \cdot 5 = 392.5in^3$

$v = 392.5in^3$

حل شکل سوم

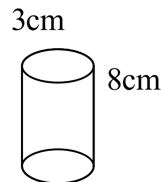
$A = 2\pi r(r + h) = 2\pi$

$A = 2\pi \cdot 3(3 + 8)$

$A = 2 \cdot 3.14(33) = 6.28.33 = 207.24cm^2$

$v = \pi r^2 h = 3.14 \cdot 3^2 \cdot 8 = 3.14 \cdot 72$

$v = 226.08cm^3$



حل شکل چهارم

$A = 2\pi r(r + h)$

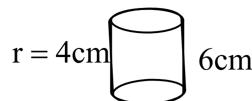
$A = 80 \cdot 3.14cm^2$

$A = 251.2cm^2$

$v = \pi r^2 \cdot h = 3.14 \cdot 4^2 \cdot 6$

$v = 3.14 \cdot 16 \cdot 6 = 3.14 \cdot 96$

$v = 301.44cm^3$



سؤال دوم: اگر شعاع قاعدهٔ یک استوانه سه برابر شود حجم چند برابر می شود؟

حل: اگر r شعاع قاعده باشد پس داریم

$r = 3r$

$v = \pi r^2 \cdot h$

$v = \pi(3r)^2 \cdot h \Rightarrow 9\pi r^2 h$

سؤال سوم: یک منبع آبی که شکل استوانه را دارد شعاع قاعدهٔ آن 5cm و ارتفاع آن 8cm است. در این منبع آبی چند متر مکعب آب جا میگیرد؟

پس حجم 9 برابر می شود.

حل:

$$v = \pi r^2 h$$

$$v = \pi \cdot 5^2 \cdot 8 = \pi \cdot 25 \cdot 8cm^3$$

$$v = 3.14 \cdot 25 \cdot 8cm^2$$

$$v = 628cm^3 = 0.000628cm^3$$

سؤال چهارم: اگر ارتفاع یک استوانه دو برابر شود در سطح جانبی آن به کدام اندازه تغییر به وجودمی آید؟

حل: $A = 2\pi rh$

اگر ارتفاع دو برابر شود

$$A = 2\pi r \cdot 2h$$

$$A = 4\pi rh$$

پس سطح جانبی دو برابر سطح اصلی می شود.



6-5: مساحت و حجم هرم

صفحهٔ کتاب(145) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

<table>
<tr><td>1- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهنیتی</td><td>- شاگردان باید فارمول مساحت وحجم هرم را بدانند.
- شاگران هرم را رسم نموده، سؤال های بـه ارتبـاط حجـم و مـساحت را حـل کـرده بتوانند.
- شاگردان در وقت ضرورت با استفاده از فارمول های مربوطه مـسائل را حـل نمـوده و احساس خوشی نمایند.</td></tr>
<tr><td>2- روش های تدریس</td><td>سؤال و جواب، انفرادی، گروپی</td></tr>
<tr><td>3- مواد ممد درسی</td><td>بکس هندسی، مودل هرم</td></tr>
<tr><td>4- توضیح ورودی
(5) دقیقه</td><td>استاد محتـرم! پـس از سـلام، احولپرسـی و سـایر فعالیـت هـای مقـدماتی ضـرروی و ارزیابی درس گذشته را طور متخصـر تکـرار کنـد. بعـد بـا طـرح سـؤال هـا موضـوع ورودی درس جدید را توضیح کنید.
- آیا می دانید که چند سال طول کشید تا مصری ها هرم مصر را اعمار کردند:
- کی درقسمت شکل های دیگر هرم معلومات می دهد.
استاد محترم! کوشش کنید جواب های درست از شاگردان بدست آرید. علاوه بـرآن شما هم معلومات بدهید وبه ارتباط آن فعالیت های زیر را انجام دهید.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:
استاد محترم! شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم نموده برایـشان بگوییـد کـه فعالیـت صـفحه 145 کتـاب را بـه انجام رسانند و شکل را به کتابچه های خود رسم کنند. باز از هر گروپ یـک یـک نفـر را بـه مقابـل تختـه بخواهیـدتا فعالیت گروپ خود را برای دیگران بیان کنند.
درشکل مساحت جانبی وقاعده را نشان دهید که سطح وقاعده از کدام اشکال به وجود آمـده اسـت و بـه همـین قـسم ارتفاع را نیز نشان دهید. درصـورت مـشکلات کمـک کنیـد. در اخیـر شـما هـرم را تعریـف و مشخصات هـرم را بـه شاگردان بیان کنید. فارمول های مساحت سـطح جـانبی و مـساحت قاعـده را از روی شـکل دریافـت وتوسـط اشـکال نشان دهید.
در اخیر مساحت کلی را که از مجموع مساحت جانبی و مساحت قاعده ها بدست میآید برای شـاگردان تـشریح کنیـد به همین ترتیب از یک شاگرد بخواهید. ارتفاع هرم را رسم وتعریف کنند درصورت مشکلات بگویید، آن قطعه خـط که از رأس هرم به قاعده عمود رسم شده است ارتفاع هرم می باشد. سپس یک شـاگرد را بخواهیـد کـه مثال صـفحهٔ 146 کتاب را به تخته حل کند.</td></tr>
</table>

ساعت دیگر : به همین ترتیب فعالیت صفحهٔ 146 کتاب را به شاگردان هدایت بدهید که به گروپ های خود به طور عملی انجام بدهند و از هرم های ساخته شده مکعب مستطیل بدست بیآورند. درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. از شاگردان بپرسید که از چند هرم یک مکعب مستطیل ساخته شده است.

شاید شاگردان بگویند از سه هرم ساخته شده است.

آیا حالا گفته می توانید که حجم مکعب مستطیل چند برابر حجم هرم است ؟ شاگردان می گویند 3 برابر ، یا برعکس حجم هرم چند برابر حجم مکعب است. باز جواب می گویند $\frac{1}{3}$ برابر در اخیر شما درقسمت حجم وفارمول آن معلومات وتشریحات بدهید تا اینکه شاگردان فارمول $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ را بدانند. که B مساحت قاعده و h ارتفاع است.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

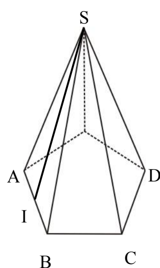
برای تحکیم درس مثال صفحه 147 را روی تخته بنوسید و برای شاگردان بگویید که به کتابچه های خود حل کنند. بعد یک شاگرد داوطلب را بگویید که آن را روی تخته حل کند درصورت اشتباه کمک و رهنمایی کنید. تا اینکه مثال درست حل شود. در اخیر شاگردان را بگویید که حل خود را با حل روی تخته مقایسه و اشتباه خود را اصلاح کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

استاد محترم! یک هرم که طول قاعده آن 12cm ، عرض آن 6cm و ارتفاع آن 8cm باشد روی تخته رسم کنید. از شاگردان بخواهید که در کتابچه های خود مساحت کلی وحجم آن را بدست بیآورند. توسط این مثال شاگردان را ارزیابی کنید. که آیا مفهوم درس را فراگرفته اند یا خیر؟ در اخیر یک نفر شاگرد سؤال فوق را روی تخته حل کند تا اینکه شاگردان اشتباه خود را بدانند.

8- معلومات اضافی برای معلم

جهت دریافت فارمول هرم منظم که قاعده آن $(ABCDE)$ و ارتفاع جانبی SI و مساحت $\overset{\Delta}{SAB}$ مساوی به $\frac{1}{2}AB \cdot SI$ است، چون در هرم منظم تمام وجوه مثلث ها مساوی اند. پس اگر n وجه داشته باشد مساحت سطح جانبی هرم مساوی n چند مساحت همین چند ضلعی است.



اگر مساحت جانبی را به s نشان دهیم

$$s = \frac{1}{2}(AB \cdot SI) \cdot n \qquad \text{یا} \qquad S = \frac{1}{2}ABn \cdot SI$$

در اینجا ABn عبارت از محیط قاعده است. و آن را به p نشان می دهیم پس داریم: $s = \frac{1}{2}P \cdot SI$

اگر با مساحت جانبی مساحت قاعده را جمع کنیم مساحت کلی به دست می آید یعنی: $A = S + B$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- حجم هرمی را دریافت کنید که قاعدهٔ آن مربع بوده طول ضلع آن 40m و ارتفاع آن 27m باشد.

حل:

طول ضلع $= 40m$

$h = 27m$

$B = (40m)(40m)$
$=1600m^2$

$$V = \frac{1}{3}(B \cdot h)$$
$$V = \frac{1}{3}(1600m^2 \cdot 27m)$$
$$V = 14400m^3$$

2- چند متر مکعب هوا داخل خیمه یی به شکل هرم مربع القاعده موجود است؟ در صورتیکه طول ضلع مربع $7m$ و ارتفاع هرم 5m باشد.

طول ضلع $= 7m$

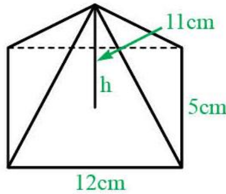
$h = 5m$

$B = (7m)(7m) = 49m^2$

$$V = \frac{1}{3}(B \cdot h)$$
$$V = \frac{1}{3}(49m^2 \cdot 5m) = \frac{245}{3}m^3$$
$$V = 81.\overline{6}$$

3- حجم شکل های زیر را دریافت کنید.

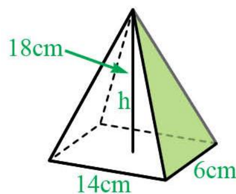
حل a)



$L = 12cm$
$w = 5cm$
$B = L \cdot w$
$= (12cm) \cdot (5cm)$
$B = 60cm^2$
$h = 11cm$

$$V = \frac{1}{3}(B \cdot h)$$
$$= \frac{1}{3}(60cm^2 \cdot 11cm) = 220cm^3$$
$$V = 220cm^3$$

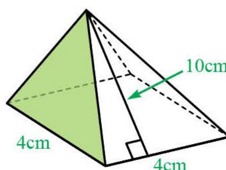
حل b):



$L = 14cm$
$w = 6cm$
$h = 18cm$
$B = L \cdot w = (14cm)(6cm)$
$B = 84cm^2$

$$V = \frac{1}{3}(B \cdot h)$$
$$= \frac{1}{3}(84cm^2 \cdot 18cm) = 504cm^3$$
$$V = 504cm^3$$
$$\Rightarrow V = 168.\overline{6}cm^3$$

حل c)



$$V = \frac{1}{3}(B \cdot h)$$

$B = (4cm)(4cm) = 16cm^2$
$h = 10cm$

$$= \frac{1}{3}(16cm^2 \cdot 10cm)$$
$$V = \frac{60}{3}cm^3 \Rightarrow V = 53.33cm^3$$



6-6: مساحت و حجم مخروط

صفحهٔ کتاب(149) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید فارمول های مساحت وحجم مخروط را بدانند. - شاگردان مخروط را بشناسند،آنرا رسم و به ارتباط آن سؤال ها را حل کرده بتوانند. - شاگردان از دریافت مساحت و حجم مخروط احساس خوشی کنند. و در وقت ضرورت درحیات روزمره از آن استفاده نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی ، مودل مخروط (مواد محیطی) کاغذ کاک قیچی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم! بعد از سلام واحوالپرسی و سایر فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذشته را ارزیابی کنید. بعد توجه شاگردان را در مورد شکل ورودی جلب کنید. بعد به ارتباط موضوع ورودی سؤال های زیر را طرح کنید. - آیا می توانید یک مثلث را به اطراف یک ضلع آن دوران بدهید؟ - آیا گفته می توانید کدام مثلث را به اطراف یک ضلع آن دوران دهیم تا مخروط به میان آید ؟ کوشش کنید جواب ها را از شاگردان بدست بیآورید علاوه برآن شما هم جواب ومعلومات دهید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! به یک شاگرد وظیفه دهیدتا یک مخروط بسازد. ویک شاگرد دیگر را بگویید یک استوانه بسازد. درحالیکه قاعدهٔ های مخروط و استوانه مساوی باشند. و به شاگرد سوم بگویید که جسم مخروطی شکل را از ریگ پرکند؛ و به جسم استوانه یی خالی بیاندازید. این فعالیت را درصنف انجام دهید که تماماً ببینند. باز از شاگردان سؤال کنید. به واسطهٔ چند مخروط پر از ریگ جسم استوانه یی پر می شود. شاید شاگردان از روی فعالیت جواب های قناعت بخش بگویند. غیر از آن شما برایشان بگویید. از فعالیت دیده می شود که اندازهٔ 3 مخروط ، مساوی به یک استوانه است. پس حجم استوانه 3 برابر حجم مخروط است وحجم مخروط $\frac{1}{3}$ حصهٔ حجم استوانه است. نخست فارمول حجم استوانه یی یعنی $V = \pi r^2.h$ را و بعد فارمول حجم مخروط یعنی $V = \frac{1}{3}\pi r^2.h$ برشاگردان تشریح ومعلومات بدهید. تا اینکه فرق بین حجم استوانه ومخروط را بدانند. برای دو نفر شاگرد را به نوبت بخواهید تا فعالیت صفحهٔ 149 کتاب را به نوبت روی تخته انجام دهند ، شاگردان دیگر هم فعالیت را به کتابچه های خود انجام بدهند درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. درختم درس به شاگردان وقت دهید.

اگر درقسمت درس کدام سؤال نزد شان است سؤال کنند و شما برای شان جواب بگویید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس سؤالات مانند زیر را به شاگردان بدهید تا به کتابچه های خود حل کنند.

سؤال : اگر ارتفاع یک تپهٔ مخروطی شکل 10m وشعاع قاعدهٔ آن 5m باشد مساحت کلی وحجم آن را دریافت کنید. در اخیر یک شاگرد سؤال را به تخته حل و درصورت مشکلات کمک کنید. شاگردان دیگر حل خود را با تخته مقایسه کنند.

8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

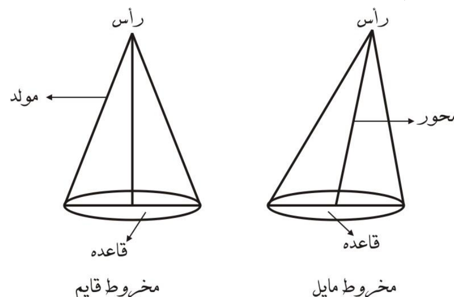
برای این که استاد محترم در قسمت تدریس، خود را مطمئن ساخته باشد پس مانند به مثال های حل شده سؤال بدهید و ارزیابی کنید مانند مثال زیر:

اگر ارتفاع یک مخروط 3.5m و قطر آن 4m باشد مساحت کلی و حجم آن را دریافت کنید.

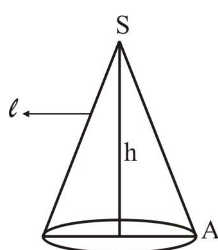
شاگردان به کتابچه های خود حل و معلم محترم مراقبت و کنترول کند. در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کند.

9- معلومات اضافی برای معلم

مخروطی قاعدهٔ آن دایره است نه چند ضلعی مدنظر بگیرید. این نوع مخروط ها خط الرأس و وجه جانبی ندارند. قطعه خطی که رأس مخروط را به مرکز قاعده وصل می کند محور مخروط نامیده می شود. اگر محور مخروط بر صفحهٔ قاعده عمود باشد آن را مخروط قایم گویند و اگر محور بر صفحهٔ قاعده عمود نباشد مخروط رامایل می نامند



در مخروط قایم قطعه خطی که یک نقطه از محیط دایره را به رأس وصل می کند مولد مخروط نامیده می شود به l نشان می دهند. مخروط قایم را طور ذیل می توان به دست آورد : مثلث قایم الزاویه SOA را قرار شکل به دور یکی از اضلاع قایم مثلاً SO یک دور کامل می دهیم شکلی که بدست می آید. مخروط است. SOارتفاع این مخروط و SA را مولد آن می گویند در هنگام این چرخش سطح دایره یی یعنی سطح قاعده آن بوجود می آید و وتر SA سطح جانبی را رسم میکند.



ارتفاع SO را به h و مولد SA را به lنشان می دهند.

مساحت جانبی مخروط! در شکل دیده می شود که که شعاع به اندازه مولد l یعنی مساوی به AS و قوس MN آن به اندازهٔ محیط دایره قاعدهٔ مخروط است که طول آن $2\pi r$ می باشد چون این قوس مربوط دایرهٔ است که شعاع آن l است،

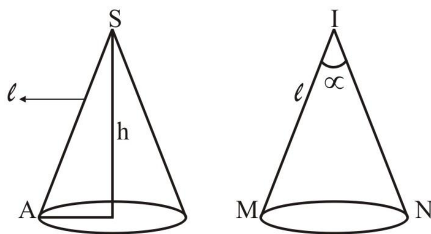
لذا اندازه زاویه مرکزی آن از جنس رادیان مساوی است به $\hat{\alpha} = \frac{\overset{\frown}{MN}}{1}$ radin .... I چون طول

قوس $\overset{\frown}{MN}$ مساوی به $2\pi R$ است پس $\hat{\alpha} = \frac{2\pi R}{l}$ از طرف دیگر مساحت قطاع IMN مساوی می شود به:

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot l \ldots\ldots 2$$

چون از رابطه (1) می دانیم که $MN = \hat{\alpha} \cdot l$ لذا با وضع نمودن قیمت MN در رابطه (2) می توانیم بنویسیم که:

$S = \frac{1}{2} \hat{\alpha} l^2$ اگر عوض α قیمت اش را بگذاریم می توانیم بنویسیم که :



$$S = \frac{1}{2} 2\pi \frac{R}{l} \cdot l^2$$

$$s = \pi R l$$

مساحت این قطاع عبارت از مساحت سطح جانبی مخروط است.

$s = \pi R l$ (مساحت سطح جانبی مخروط)

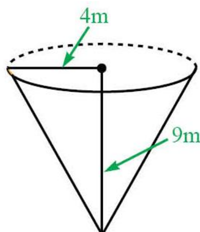
$A = \pi R(l + R)$ (مساحت سطح کلی مخروط)

9- جواب به سؤال های تمرین

جواب سؤال 1:

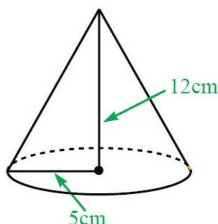
$$\left.\begin{array}{l} h = 2m \\ d = 4m \\ r = \frac{d}{2} = 2m \\ V = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h \\ V = \frac{1}{3}(\pi)\cdot(2m)^2\cdot(2m) \\ V = \frac{8\pi}{3}m^3 = \frac{8}{3}(3.14)m^3 = \frac{25.12}{3}m^3 \\ V = 8.37\bar{3}m^3 \end{array}$$

جواب سؤال دوم:

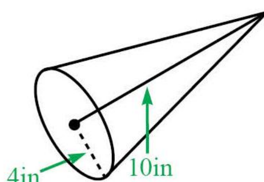


a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \Rightarrow v = \frac{1}{3}(\pi)\cdot(4m)^2\cdot(9m)$

$$\left.\begin{array}{l} r = 4m \\ h = 9m \\ V = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} V = \frac{16}{3} 3.14 \cdot 9m \\ V = 150.72m^3 \end{array}$$



b) $$\left.\begin{array}{l} r = 5m \\ h = 12m \\ V = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} V = \frac{1}{3}\pi r^2 \Rightarrow h = \frac{1}{3}(\pi)\cdot(5m)^2\cdot(12m) \\ V = \frac{3.14\cdot 300}{3} = 314m^3 \end{array}$$



c) $r = 4inch \quad v = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

$h = 10inch \quad v = \frac{1}{3}\pi(4inch)^2(10in)$

$v = ?$

$v = \frac{160\cdot 3.14}{3} inch^3 \quad , \quad V = \frac{502.4}{3} = 167.46inch^3$



6-7: مساحت و حجم کره

صفحهٔ کتاب(151) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید فارمول های مساحت وحجم کره را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان کره را بشناسند آن را رسم و به ارتباط آن سؤالات را حل کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان اهمیت فارمول های حجم و مساحت کره را درحیات روزمره درک و در وقت ضرورت کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی و گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی، مودل کره
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	استاد محترم، بعد از سلام واحوالپرسی و سایر فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذشته را ارزیابی بعد توجه شاگردان را به موضوع ورودی جلب کنید و به ارتباط آن طور زیر سؤال ها را طرح کنید. - کی می تواند به مکتب یا صنف خود اجسام شکل دایروی یا کروی را نشان دهد؟ - آیا در اطراف شما این طور اشکال یا اجسام موجود است ؟ که دایروی یا کروی شکل باشد ؟ نام های آنرا بگیرید. کوشش کنید جواب ها را از شاگردان بشنوید. از طرف استاد محترم در این قسمت معلومات برای شاگردان داده شود.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

استاد محترم! شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم و برایشان بگویید. یک دایره یی را رسم کنند که قطر آن 6cm باشد. درآن شعاع ، مرکز وسطح دایروی را نشان دهند. شاگردان به گروپ های خود فعالیت را انجام دهند. شما از کار آنها کنترول و مراقبت نماید. درصورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید. بعد از انجام فعالیت، نمایندهٔ هرگروپ کار خود را روی تخته به دیگران توضیح ومعلومات دهد. اگر اشتباه وجود داشته باشد ، به واسطه اعضای گروپ دیگر اصلاح شود. در اخیر شما کره را تعریف و به تخته رسم نموده سطح کره، شعاع و مرکز آن را برای شان نشان بدهید تا اینکه شاگردان بتوانند مفهوم و خصوصیات شکل را بدانند و بصورت مکمل بشناسند در ختم فارمول مساحت کره یعنی $A = 4\pi r^2$ وفارمول حجم کره یعنی $V = \frac{4}{3}\pi r^2$ را به صورت مکمل تشریح و معلومات بدهید. تا اینکه آن ها بتوانند از این فارمول ها کار بگیرند و سؤالات را حل کنند. در اخیر سه شاگرد داوطلب را به مقابل تخته بخواهد تا به نوبت مثال اول به همین ترتیب مثال دوم جز های a و b را به روی تخته حل کنند. همزمان برای شاگردان دیگر وظیفه بدهید که سؤال های مذکور را به کتابچه های خود حل کنند. درصورت اشتباه کمک کنید. در پایان شاگردان دیگر حل خود را با حل روی تخته مقایسه کنند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس سؤال های زیر از شاگردان بپرسید و جواب های قناعت بخش به دست آرید تا درس ذهن نشین شاگردان شود.

اگر شعاع یک کره $2cm$ باشد. مساحت وحجم آن را بدست آورید.

شاگردان به کتابچه های خود کار کنند. باز یک شاگرد داوطلب سؤال را روی تخته حل کند وشاگردان دیگر حل های خود را مقایسه نمایند و اشتباه خود را اصلاح کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم از تدریس خود متیقین شود شاگردان را ارزیابی کند. و طور زیر سؤال یا سؤال های مشابه از شاگردان بپرسد :

- کی می تواند فارمول مساحت کره را روی تخته بنویسد؟
- کی می تواند فارمول حجم کره را روی تخته بنویسد.
- کی می تواند مشابه مثال حل شده یک سؤال را طرح و بعد حل نمایند ؟

کوشش کنید جواب ها را از شاگردان بدست بیآورید.

8- معلومات اضافی برای معلم

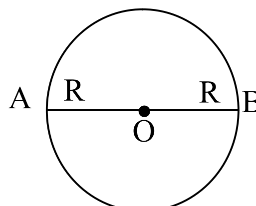
قطعه خطی که یک نقطهٔ سطح کره را به مرکز آن وصل می کند شعاع کره نامیده می شود قطعه خطی که دو نقطهٔ سطح کره را با هم وصل کند و از مرکز بگذارد، به نام قطر کره و یاد می گردد طول قطر مساوی به دو چند شعاع است.

وقتیکه نیم سطح دایرهٔ را در فضا به حول قطر آن یک دور مکمل بدهیم کره بدست می آید هر نقطه M که فاصله $\overline{MO} = d$ آن از شعاع کوچکتر باشد داخل کره و هر نقطهٔ M که فاصله $\overline{MO} = d$ آن از شعاع کره بزرگتر باشد خارج کره و یا اگر $MO = d$ مساوی به شعاع کرده باشد نقطه بالای سطح کره واقع می باشد و یا به عبارت دیگر:

$d < R$ نقطه داخل کره است.

$d > R$ خارج کره است.

$d = R$ نقطه روی کره و یا بالای سطح کره است.



9- جواب به سؤال های تمرین

حل سؤال اول:

a) مساحت یک کره $36\pi cm^2$ است شعاع کره را به دست آرید

جواب:

$$\left.\begin{array}{l} A = 36\pi \\ r = ? \\ V = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} A = 4\pi r^2 \\ 36\pi = 4\pi r^2 \\ \sqrt{r^2} = \frac{36\pi}{4\pi} \Rightarrow r^2 = 9cm^2 \\ r = \pm 3 \\ r = 3cm \end{array}$$

b) حجم کره را محاسبه کیند.

جواب:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (3)^3 cm^3$$

$$V = \frac{4\pi}{3} \cdot 27 = 36\pi cm^3$$

$$V = 36\pi cm^3$$

سؤال2: در جدول زیر شعاع کره داده شده است حجم و مساحت کره را محاسبه نموده و تحت ستون مربوطه در جدول آن بنویسید.

حل سؤال2:

r	6cm	$6\times\frac{3}{4}cm$	9cm	12cm	314cm
A	$144\pi cm$	$81\pi cm^2$	$324 cm^2$	$576\pi cm^2$	$394384\pi cm^2$
V	$288\pi cm^3$	$121.5cm^3$	$972\pi cm^3$	$2304\pi cm^3$	$32403940.33\pi cm^3$

سؤال3: اگر شعاع دایره دو برابر شوند مساحت آن چی گونه تغییر می کند؟

حل:

$$r = 2r$$

$$A = 4\pi(2r)^2 \Rightarrow A = 4\pi \cdot 4r^2 = 16\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(2r)^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot 8r^3$$

$$V = \frac{32\pi r^2}{3}$$

6-8: نکات مهم فصل

صفحهٔ کتاب(153) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم هر یک از نکات مهم فصل را بدانند. - شاگردان هر نکته مهم فصل را بیان کرده بتوانند. - شاگردان در وقت ضرورت نکات مهم فصل را به کار ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	بکس هندسی

4 - توضیح ورودی

استاد محترم بعد از سلام واحوالپرسی وسایر فعالیت های مقدماتی که ضرور است درس گذشته را ارزیابی کنید بعد به ارتباط درس جدید چند سؤال کنید و کوشش کنید تا از شاگردان جواب های قناعت بخش به دست بیاورید.

5- فعالیت جریان درس : (28) دقیقه

استاد محترم! به قسم انفرادی یک یک نکتهٔ مهم فصل را برای شاگردان بدهید و برایشان بگویید هر کدام تان به ارتباط نکتهٔ داده شده برای هم صنفی های خود معلومات وتوضیحات بدهید. به موضوع داده شده یک مثال بدهید و آن را به تخته حل کنید. درصورت مشکلات آن ها را کمک و رهنمایی کنید. توجه کنید. که آیا شاگردان مفهوم هر یک نکات مهم فصل را به قسم درست بیان کرده اند ؟ یا اشتباهی را مرتکب شده اند ؟ در اخیر شما درقسمت هر عنوان معلومات وتشریحات بدهید. مفهوم را توسط مثال ها برای شان واضیح کنید. و به هر قسمت یک یک مثال برایشان بدهید. شاگردان راهم وقت بدهید که اگر سؤال دارند مطرح کنند و شما جواب ها را برایشان به صورت درست بگویید وحل کنید. تا اینکه علاقمند ریاضی شوند.

6- تحکیم درس : (7) دقیقه

استاد محترم! به ارتباط هر موضوع یک یک سؤال از شاگردان بپرسید و به آنها وظیفه دهید تا آنرا به کتابچه های خود حل کنند. بعد یک یک نفر شاگرد را به نوبت روی تخته بخواهید که حل کنند. درصورت اشتباه کمک کنید. سایر شاگردان حل های خود را با حل روی تخته مقایسه کنند.

ارزیابی ختم درس : (5) دقیقه

برای این که استاد محترم در مورد تدریس درس جدید خود را خاطر جمع بسازد. پس به ارتباط هر نکتهٔ مهم فصل یک یک سؤال طرح کند و شاگردان را آزمایش کند. که آموزش صورت گرفته یانه ؟ اگر درکدام قسمت مشکلات داشتند آن را یک بار دیگر تکرار و معلومات بدهید.

یک یک شاگرد را به نوبت بخواهید سؤال کنید تا آن ها آن را روی تخته حل نمایند به این ترتیب ارزیابی را به پایان رسانید.

6-9: حل تمرین فصل ششم

صفحهٔ کتاب(155) **وقت تدریس: (1 ساعت درسی)**

استاد محترم! تمام آن معلومات اضافی را که در هر قسمت داده اید آن را یک با دیگر تکرار کنید. تا اینکه بتوانید در روشنایی آن شاگردان سؤالات را درست حل و معلومات خود را مکمل بسازند.

1- جواب: c

2- جواب: c

3- جواب: a

4- جواب: b

5- جواب: b

- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

1- مکعب

2- حجم- سطوح آن- مقابل

3- موازی- مساوی- دایروی

4- $\frac{1}{3}$، استوانه، ارتفاع مساوی

5- قایم الزاویه- اضلاع

جملات زیر کدام صحیح و کدام غلط است:

1- غ

2- غ

3- ص

4- ص

5- غ

سؤالات زیر را حل کنید:

a)
$$A = 6a^2 = 6(24m)^2 = 3456m^2$$
$$V = a^3 = (24)^3 = 13824cm^3$$

b)
$$A = 6a^2 = 6(\sqrt{9}m)^2 = 6 \cdot 9 = 54m^2$$
$$V = a^3 = (\sqrt{9})^3 = 3^3 = 27m^3$$

c)
$$A = 6(3\frac{3}{5}m)^2 = 19.44m^2$$
$$V = a^3 = (3\frac{3}{5}m)^3 = 5.832cm^3$$

(d

$$A = 6a^2 = 6(4\sqrt{27})^2 = 6\cdot 16\cdot 27 = 2592\,m^2$$
$$V = a^3 = (4\sqrt{27})^3 = 4^3\cdot(\sqrt{27})^3 = 64\sqrt{27^3}$$
$$= 64\sqrt{3^9} = 64\cdot 81\sqrt{3} = 5184\sqrt{3}$$

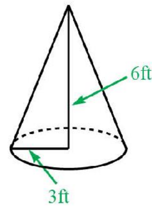
:2

$$\left.\begin{array}{l} r = 6cm \\ h = 13cm \\ A = ? \\ B = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} A = 2\pi r(r+h) \\ A = 2(3.14)\cdot 6(6+12) \Rightarrow 6.28\cdot 6\cdot 18 = 678.24cm^2 \\ v = \pi r^2\cdot h = 3.14\cdot 6^2\cdot 12 = 1356.48cm^3 \end{array}$$

:3

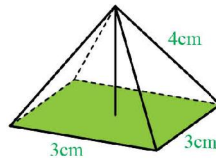
$$\left.\begin{array}{l} a = 5cm \\ h = 5cm \\ v = ? \\ B = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} B = 5\cdot 5 = 25cm^2 \\ v = \frac{1}{3}B\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 25\cdot 5 = \frac{125}{3}cm^3 = 41.66cm^3 \end{array}$$

:4 **شکل a**



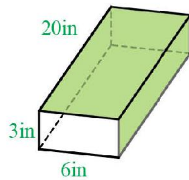
$$\left.\begin{array}{l} r = 3ft \\ h = 6ft \\ v = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} v = \frac{1}{3}\pi r^2\cdot h = \frac{1}{3}(3.14)\cdot 3^2\cdot 6 \\ v = 56.52ft^3 \end{array}$$

شکل b



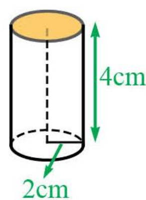
$$\left.\begin{array}{l} L = 3cm \\ w = 3cm \\ h = 4cm \\ B = ? \\ V = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} B = 3\cdot 3 = 9cm^2 \\ v = \frac{1}{3}B\cdot h = \frac{1}{3}(9)\cdot 4 = 12cm^3 \end{array}$$

شکل c



$$\left.\begin{array}{l} L = 20in \\ w = 6in \\ h = 3in \\ v = ? \end{array}\right\} V = L\cdot w\cdot h = 20\cdot 6\cdot 3 = 360inch^3$$

شکل d



$$\left.\begin{array}{l} r = 2cm \\ h = 4cm \\ v = ? \end{array}\right\} \begin{array}{l} v = \pi r^2 h = 3.14\cdot 2^2\cdot 4 \\ v = 50.24cm^3 \end{array}$$

5- حل

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= 1cm \\ r_2 &= 2cm \\ A_1 &= x \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} A_1 &= 4\pi r_1^2 = 12.56cm^2 \\ A_2 &= 4\pi_2^2 = 50.24cm^2 \\ V_1 &= \frac{4}{3}\pi r^3 = 4.186cm^3 \\ V_2 &= \frac{4}{3}\pi r^3 = 33.493cm^3 \end{aligned}$$

6- حل

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= 1cm \\ r_2 &= 2cm \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} A_1 &= 2\pi r_1^2 + 2\pi r_1 h_1 = 2\pi r_1(r_1 + h_1) = 2 \cdot 3.14 \cdot 1(1 + h_1) \\ &= 6.28(1 + h_1) \\ A_2 &= 2\pi r_2^2 + 2\pi r_2 h_2 = 2\pi r_2(r_2 + h_2) = 2 \cdot 3.14 \cdot 2(2 + h_2) \\ &= 12.56(2 + h_2) \end{aligned}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{6.28(1 + h_1)}{12.56(2 + h_2)} = \frac{1 + h_1}{2(2 + h_2)}$$

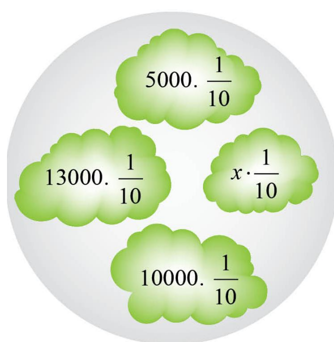
$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot h_1$$

$$V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2}$$

7 - حل

$$\left.\begin{aligned} r &= 6400km \\ A &= ? \\ V &= ? \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} A &= 4\pi r^2 = 514457600km^2 \\ v &= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(6400)^3 \end{aligned}$$



فصل هفتم: افاده های الجبری

7-1: مفهوم متحول

صفحۀ کتاب (159) **وقت تدریس (1ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم متحول را بدانند
- مهارتی	- شاگردان متحول را تشخیص و تفکیک کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان از مفهوم متحول به مسائل ریاضیکی در وقت ضرورت استفاده ولذت ببرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب و انفرای
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام، احوالپرسی وفعالیت های مقدماتی ضروری توجه شاگردان را به بخش ورودی درس جلب می نماید. در ورودی یک سؤال مطرح شده است. یک نفر $\frac{1}{10}$ حصۀ سرمایۀ خود را به مردم خیرات می دهد. این معلوم نیست که سرمایۀ شخص چقدر است؟ امکان دارد این سرمایه 5000، 13000، 10000، و یا هم یک مبلغ نا معلوم باشد که x گفته می شود. این قسم کمیت ها را متحولین می گویند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

طرح سؤال جهت شناخت یک متحول انگیزۀ خوب به شاگردان به بارمی آورد با تولیداین طور انگیزه از شاگردان بخواهید تا فعالیت مربوطه این صفحه رابه شکل انفرادی انجام دهند.

بدین ترتیب به شکل یک قاعده عمومی گفته می توانیم که برای بیان یک قانون ویا قاعده عمومی ویا برای ساختن افادۀ ریا ضیکی به عوض متحول از یک حرف نا معلوم استفاده می نماییم . پس می توانیم جهت بیان قاعده وياقانون از حروف کار بگیریم . طوریکه برای حروف قیمت های مختلف داده می توانیم که این حروف ،متحول نا میده می شوند یا به عبارۀ دیگر این نوع عدد یا کمیت ها که برای قیمت گرفتن آنها امکانات زیاد وجود دارد به نام متحول یاد می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

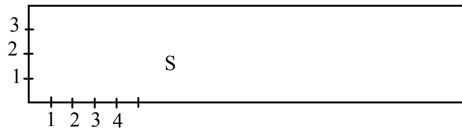
برای تحکیم درس معلم از شاگردان بخواهد که به قسم انفرادی مثال که بعد از فعالیت آمده به کتابچه های خود حل کنند و در اخیر یک نفر شاگرد را به مقابل تخته بخواهد تا بروی تخته مثال را حل کند. و شاگردان دیگر حل های خود را با حل روی تخته مقایسه کنند.

8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی معلم طورمثال فارمول مساحت مستطیل را به روی تخته بنوسیدبه شا گردان وظیفه دهید تا با در نظر داشت شکل به قیمت های مختلف طول که متحول است قمیت مساحت مستطیل را دریافت کنند.

$$S = L \cdot w$$

به طور مثال برای $l = 3$ مساحت مستطیل $S = L \cdot w = 3 \cdot 3 = 9$ می شود.



9- معلومات اضافی برای معلم

معلم می تواند برای شناخت متحول که شاگردان متحول را می شناسند یا نه؟ مسائل زیر را در صنف مثال داد:

1- طول عمر انسان یک متحول است این را نمی دانند که چقدر است؟

2- در طول روز درجهٔ حرارت یک متحول است.

3- فاصلهٔ منزل نظر به آدرس های مختلف یک متحول است.

4- هر عدد به توان صفر مساوی به یک است، اینجا هر عدد یک متحول است.

10- جواب سؤال های تمرین

برای هر سؤال 3 مثال عددی بیاورید.

1- هر عدد به توان یک مساوی به خود عدد است یعنی می توان نوشت $x^1 = x$ دراین مساوات x متحول است.

$$x = 1 \quad , \quad 1^1 = 1$$
$$x = 2 \quad , \quad 2^1 = 2$$
$$x = 3 \quad , \quad 3^1 = 3$$

2- یک به توان هر عدد مساوی به یک است؛ یعنی $1^x = 1$، x متحول است هر عدد شده می تواند.

$$1^x = 1$$
$$x = 1 \quad , \quad 1^1 = 1.$$
$$x = 2 \quad , \quad 1^2 = 1.$$
$$x = 10 \quad , \quad 1^{10} = 1$$

3- هر عدد به توان صفر مساوی است به یک؛ یعنی $x^0 = 1$، در این مساوات x متحول است.

$$x = 1 \qquad 1^0 = 1$$
$$x = 5 \qquad 5^0 = 1$$
$$x = a \qquad a^0 = 1$$

4- صفر به توان هر عدد بدون صفر مساوی به صفر است؛ یعنی $0^x = 0$ در این مساوات x متحول است

$$x = 2 \quad , \quad 0^2 = 0$$
$$x = 3 \quad , \quad 0^3 = 0$$
$$x = 11 \quad , \quad 0^{11} = 0$$

5- اندازه حجم یک مکعب مساوی به اندازهٔ ضلع آن به توان 3 می باشد. یعنی اگر a ضلع یک مکعب باشد، پس حجم آن $v = a^3$ است در این مساوات a متحول است.

$$a = 1 \quad , \quad v = 1^3 = 1$$
$$a = 2 \quad , \quad v = 2^3 = 8$$
$$a = 4 \quad , \quad v = 2^4 = 16$$

6- آیا می توانید مثال های دیگر روابط فوق را بنویسید، دو مثال بیآورید

1- اندازهٔ مساحت یک مربع مساوی است به اندازهٔ یک ضلع آن به توان 2، مثلاً اگر a ضلع یک مربع باشد، پس مساحت آن را می توان نوشت:

$$s = a^2$$

2- هر عدد اگر تقسیم (1) شود مساوی به خود همان عدد است.



2-7: افاده های الجبری

صفحهٔ کتاب درسی(161) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم افاده های الجبری را بدانند. - شاگردان بیان یک متن را به افادهٔ ریاضیکی نوشته کرده بتوانند. - شاگردان ضرورت و اهمیت افاده های الجبری را در حیات روزمره بفهمند.
2- روش های تدریس	انفرادی و سؤال وجواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی وسایر فعا لیت های ضروری نکات مهم درس گذشته را از شاگردان بپرسد بعدتوجه شاگردان را به بخش ورودی درس معطوف سازد. و سؤال های را که در ورودی آمده است از شاگردان بپرسدمثلا" نرخ سالانه بانک% 10 به چقدر سرمایه و چقدر وقت گذاشته شود تا سرمایه اش دو برابر شود. این مسأله به کمک یک افادهٔ الجبری بین مفاد و سرمایه چه نوع رابطه است؟ دریافت کنید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

بعد از توضیح ورودی معلم از شاگردان می خواهد که به قسم انفرادی هر کدام فعالیت اولی این درس به کتابچه های خود جزء به جزء انجام دهند. دیده می شود که مثال ورودی در مورد مفاد نرخ و سرمایه یک فارمول دارد. به همان قسم برای محیط مثلث و مساحت مستطیل به کمک طول اضلاع مثلث و مستطیل می توان، فارمولی را نوشت به همین ترتیب برای همان کمیت ها که به حروف l,b,a و یا w نشان داده شده است می توان به کمک عملیهٔ تفریق، توان، جذر، تقسیم و ضرب افاده های الجبری گوناگون را نوشت و چنانچه در مورد به کتاب مثال های مختلف آورده شده است.

به کمک عملیهٔ جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توان و جذر طور گوناگون افاده های الجبری بدست می آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس، مشابه به مثال های حل شده، سؤال بدهید مانند $x = 3,4,5$, $3x+5, \frac{6x-4}{x+2}$ سوال راتوسط شاگردان حل و در صورت بروز مشکلات آن ها را کمک و رهنمایی کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی معلم از شاگردان بخواهد که جدول زیر را تکمیل کنند. این ارزیابی به شکل انفرادی انجام یابد و معلم به شکل سؤال و جواب نتیجه را از شاگردان به دست آورد.

قیمت های مختلف x	-2	-1	0	1	2
قیمت افاده الجبری 3x					
قیمت افاده الجبری 3x-1					
قیمت های افاده الجبری $\frac{3x-1}{x^2+1}$					

8- معلومات اضافی برای معلم

هر افادهٔ الجبری برای تمام اعداد حقیقی جواب و معنی ندارد، از این سبب با در نظرداشت این مطلب اگر افادهٔ الجبری را می نویسید. حتماَ باید این شرط را در نظر بگیرید:

برای کدام قیمت های متحولین، افاده قابل معنی نیست، به طور مثال افادهٔ $\frac{x}{x^2-1}$ برای $x=+1$ و $x=-1$ قابل معنی و تعریف نیست و یا افادهٔ $x^2+\sqrt{x}$ برای تمام قیمت های منفی به ساحه اعداد حقیقی معنی و مفهوم ندارد. زیرا اعداد منفی در ست اعداد حقیقی جذر مربع ندارد.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- قیمت عددی هر افاده الجبری را به قیمت های داده شده حساب کنید.

a	2	-5	3
b	$\frac{-1}{2}$	9	5
$b(a+7)$	-4.5	18	50

x	1	6	-2
$x-\frac{1}{2}$	0.5	5.5	-2.5

2- پروین هر روز چند صفحه از کتاب تاریخ را می خواند. اگر تعداد صفحاتی که پروین در یک روز می خواند x باشد تعداد صفحاتی که پروین در یک هفته می خواند با یک افادهٔ الجبری نشان دهید.

حل: اگر تعداد صفحاتی که در یک روز خوانده می شود به x نشان دهیم چون یک هفته 7 روز است. پس تعداد صفحات خوانده شده توسط پروین در 7 روز عبارت از 7x است.

x : کتابچه
y : قلم

$2x + 3x = 5x$

$3x + 2y = ?$

3-7: ساده کردن افاده های الجبری

صفحهٔ کتاب درسی (163)　　　وقت تدریس(1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید طریق ساده کردن افاده های الجبری را بدانند. - شاگردان افاده های الجبری را ساده کرده بتوانند. - شاگردان افاده های مغلق ریاضیکی را در صورت امکان ساده ساخته و احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	سؤال جواب و انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام و احوالپرسی درس گذشته را طور مختصر تکرار کند، و بعد با نشان دادن تصویر ورودی توجه شاگردان را به آن معطوف سازد. سؤال کتاب را طرح نماید. و از شاگردان جواب به دست آورد در ورودی یک مرتبه دوشی همجنس و بار دیگر دو متحول مختلف با هم یکجا شده است در هر دو حالت توجه شاگردان را به آن معطوف سازد.

5- فعالیت جریان درس: (28) دقیقه

معلم باید اول به ضرورت و اهمیت ساده کردن افاده های الجبری صحبت کند و بعداً به قسم انفرادی هر شاگرد فعالیت اولی آن درس را به کتابچه های خود کار کند. درجریان فعالیت در صورت ضرورت شاگردان را کمک کنید. مشاهده کنید که شاگردان هنگامی ساده کردن افاده های الجبری از کدام خاصیت استفاده کرده می توانند آیا افاده را به قسم درست ساده کرده اند یا نه؟ همچنان مثال های برای شان حل نماید تا آن ها بدانند چه وقت افادهٔ الجبری را یک با دیگر جمع وتفریق کرده می توانند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس از شاگردان بخواهید که افاده های $5a + 4 - 4a = 6 + a$ و $6x^2 - 4x + 2 + x^2$ را طور انفرادی در کتابچه های خود ساده سازند و در صورت مشکلات معلم همرای شان کمک کند. همزمان یک نفر شاگرد را به مقابل تخته بخواهید تا به روی تخته شاگردان دیگر حل های خود را با آن مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

از طرف معلم سؤال های مختلف و کوتاه به شاگردان مطرح شود تا اینکه آنها جواب بگویند. معلم محترم مطمئن شود تا کدام سطح شاگردان موضوع را آموخته اند مثلاً توسط سؤال های زیر ارزیابی کنید.

$$\begin{array}{r} 2x - y \\ +5x - y \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2x - y \\ -5x - y \\ \hline \end{array}$$

$2a + 3a - a = ?$ $\quad 3a + b - y = ?$

8- معلومات اضافی برای معلم

معلم باید برای شاگردان دو نوع افادهٔ الجبری یکی به صورت عمودی و دیگری به شکل افقی (بالا و پائین) بنویسد و درمورد شاگردان بفهماند. به همین ترتیب اگر در یک افادهٔ الجبری قوس به کار برده شده باشد، اول قوس کوچک یعنی ( ) بعد در قوس متوسط یعنی { }و بالاخره قوس بزرگ [ ] به ترتیب یکی بعد دیگر رفع شود. بعد از رفع کردن قوس ها عملیهٔ ساده کردن افاده های الجبری به انجام برسد.

9- جواب به سؤال های تمرین

1 -

$a): \ 5a + 7d - 4a + 3d = 5a - 4a + 7d + 3d$
$= a(5-4) + d(7+3) = a + 10d$

$b): \ 8c + 3k + 5k - 8k = 8c + k \cdot (3 + 5 - 8) = 8c + 0 = 8c.$

$c): \ 3d + 2c + 4d + 3c - 5d = 3d + 4d - 5d + 2c + 3c$
$= d(3 + 4 - 5) + c(2 + 3) = 2d + 5c$

$d): 4b - 5 - 3b + 2 = 4b - 3b - 5 + 2 = b(4-3) + (2-5) = b - 3$

$e): 9xy - 7x + 5 - x^2 + 2xy + 2x^2 - 2 = 9xy + 2xy + 2x^2 - x^2 - 7x + 5 - 2$
$= xy(9+2) + x^2(2-1) - 7x + 3 = 11xy + x^2 - 7x + 3$

$f): 3a^2 - 7a - 2 - 5a^2 + 3a + 17 = 3a^2 - 5a^2 + 3a - 7a + 17 - 2$
$= a^2(3-5) + a(3-7) + 15 = -2a^2 - 4a + 15$

$$g): \begin{array}{l} 3x^2 + 6xy + 4y \\ -x^2 + 4xy + 9y \\ \hline 2x^2 + 10xy + 13y \end{array}$$

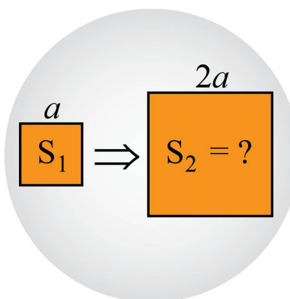
$$h): \begin{array}{l} 3xy - 2y^7 + 4zx \\ -2xy + y^7 + 32zx \\ \hline xy - y7 + 36zx \end{array}$$

2– کدام یک افاده های الجبر یکی با دیگر مشابه است.

a) $2x^3y^2$ و $-4x^2y$ این دو افاده با هم مشابه نیستند.

b) $8x^3y$ و $3xy^2$ این دو افاده یکی با دیگر مشابه نیستند

c) $3x^2$ و $9x^2$ این دو افاده الجبری یکی با دیگر مشابه اند.



4-7: ضرب افاده های الجبری یک حده

صفحهٔ کتاب درسی: (165) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم ضرب افاده های الجبری یک حده را بدانند. - شاگرد ان افاده های الجبری مختلف را ضرب کرده بتوانند. - شاگردان در حل مسائل ریاضیکی ضرب افاده های الجبری را بکار ببرند.
2- روش های تدریس	انفرادی و سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام ، احوالپرسی و سایر فعالیت های مقدماتی درس گذشته را تکرار و بعد توجه شاگردان را به شکل ورودی درس جلب می نماید. به شاگردان سؤال را قسمی طرح می نماید. که چطور دو افادهٔ الجبری ساده را ضرب کنند تا در نتیجه مساحت مربع دریافت شود؟ در افاده ها به کدام نسبت تغییر بین مساحت ها می آید چنانچه در شکل به ساده گی دیده می شود که مساحت مربع اولی 4 چند مساحت مربع دومی است. a^2 a^2 / a^2 a^2 a a^2

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

قابل توجه معلم محترم! ورودی که در فوق برای ضرب افاده های الجبری یک حده آورده شده است نمونهٔ خوب است به اساس قوانین طاقت که برای ضرب افاده های الجبری بکار برده می شود. بهتر است معلم به شکل سؤال وجواب قوانین طاقت را از شاگردان بپرسد. فعالیت صفحهٔ 165 توسط شاگردان کار شود تا آنها بدانند که برای ضرب از کدام خاصیت و کدام قاعده کار گرفته شود، علاوه بر آن استاد محترم هم تشریح کند که برای ضرب افاده های یک حده اول باید ضرایب یکی با دیگر ضرب شود. معلم به شکل انفرادی از شاگردان جواب فعالیت را بپرسد و در اخیر از یک شاگرد بخواهید که به بر روی تخته جواب مکمل آن را بنویسد.

مثال اول و دوم را شاگردان درگروپ ها حل نمایند و بعدکار شان یکی با دیگر مقایسه شود که کدام گروپ خوب کار کرده است.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس سؤال های متعدد برای شاگردان بدهید که روی تخته حل کنند در صورت مشکلات معلم محترم، کمک و رهنمایی کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

مثال 3 افادهٔ الجبری جز d,c,b,a داده شده است به تعداد (4 نفر) از شاگردان را بخواهید که هر کدام یـک جـزء را حل کند تا دیده شود به کدام اندازه موضوع درس را فهمیده اند.

8- جواب به سؤال های تمرین

حاصل ضرب یک حده های زیر را حساب کنید:

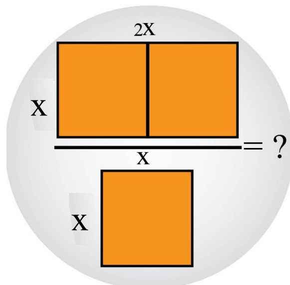
$$a):\ (-5x^2ay)\cdot(3ax)=(-5\cdot3)\cdot(x^2\cdot x)\cdot(a\cdot a)\cdot y=(-15)(x^3)(a^2)\cdot y=-15x^3a^2y$$

$$b):\ (-2xy^2z)\cdot(x^2z)=(-2)\cdot(x\cdot x^2)\cdot(y^2)\cdot(z\cdot z)=(-2)\cdot(x^3)\cdot(y^2)\cdot(z^2)=-2x^3y^2z^2$$

$$c):\ (-2xy^2)\cdot(-3a^2)=\big((-2)(-3)\big)\cdot(x)\cdot(y^2)\cdot(a^2)\cdot=(6)\cdot(x)(y^2)\cdot(a^2)=6xy^2a^2$$

$$d):(-3x^2)\cdot(-5xy^2)=\big((-3)\cdot(-5)\big)\cdot(x^2\cdot x)\cdot(y^2)=(15)\cdot(x^3)\cdot(y^2)=15x^3y^2$$

$$e):(-\frac{1}{3}x^2\cdot y)(-\frac{1}{2}xy^3)=[(-\frac{1}{3})(-\frac{1}{2})](x^2\cdot x)(y\cdot y^3)=(\frac{1}{6})(x^3)\cdot(y^4)=\frac{1}{6}x^3y^4$$



5-7: تقسیم افاده های الجبری یک حده

صفحهٔ کتاب درسی (167) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم تقسیم افاده های الجبری را بدانند. - شاگردان افاده های الجبری یک حده با یک حده را تقسیم کرده بتوانند. - شاگردان ارزش و اهمیت تقسیم افاده الجبری یک حده را در وقت ضرورت درک کنند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال وجواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و اجرای سایر فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذشته را طور مختصر تکرار و بعد به ارتباط شکل ورودی سؤال ها را مطرح و از شاگردان جواب به دست آرند و اگر جواب قناعت بخش نبود بار ها بگوید. از نگاه تقسیم افاده های الجبری جواب سؤال مطرح شده مساوی به مساحت مستطیل تقسیم مساحت مربع است که از رابطهٔ زیر بدست می آید: $\frac{s_1}{s_2}=\frac{2x^2}{x^2}=2$ قابل توجه : که شکل ورودی درس برای تقسیم افاده الجبری یک نمونه ساده است.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم محترم! به اجرای فعالیت شروع می کند، هر بند فعالیت صفحهٔ 167 کتاب را به کمک قوانین طاقت می توان بسیار به ساده گی انجام داد برای تقسیم افاده های الجبری از طریقهٔ ساده کردن کسرها کار گرفته می شود. شاگردان به قسم انفرادی سؤال های فعالیت را به کتابچه ها خود حل کنند.

یعنی اول ضریب های افادهٔ یک حده را یکی بالای دیگری تقسیم و بعد حدود باقیمانده را با استفاده از قوانین طاقت ساده کرد. معلم به طور شفاهی از هر نقطه فعالیت سؤال کند و جواب های قناعت بخش به دست آرد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس، معلم محترم سؤال های مشابه به کتاب روی تخته بنویسد و از شاگردان بخواهد که هر کدام شان به صورت انفرادی به کتابچه های خود حل کنند و در صورت مشکلات معلم کمک کند. همزمان یک نفر شاگرد را مقابل تخته بخواهید تا مثال های مذکور را حل کند. درختم کار شاگردان دیگر حل کتابچه را با حل تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای اینکه معلم اطمینان حاصل کند که آیا شاگردان موضوع درس جدید را فهمیده اند یا نه؟ تقسیم افاده های الجبری را توسط سؤال های زیر ارزیابی کند. $\frac{2xy^2}{6xy}, \frac{4ax^3}{2a}, \frac{xy^3}{xy^2}$

$\frac{15a^2-5a^2}{5^a}$

جواب ها:

$$\left[\frac{xy^3}{xy^2}=y\right],\left[\frac{4ax^3}{2a}=2x^3\right]\cdot\left[\frac{2xy^2}{6xy}=\frac{1}{3}y\right]$$

$$\frac{15a^2-5a^2}{5a}=\frac{\overset{3}{15}a^2}{\underset{1}{5}a}-\frac{5a^2}{5a}\Rightarrow 3a-a=2a$$

8- معلومات اضافی برای معلم

علمیهٔ های ضرب و تقسیم بر اساس قوانین طاقت یکی با دیگر فرق دارد. زیرا در قانون ضرب توان ها ی حروف را جمع کرده و در تقسیم توان حروف را یکی از دیگر تفریق می نماییم.

9- جواب به سؤال های تمرین

ساده کنید.

$$a):\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}=\frac{a^4}{a^4}\cdot\frac{b^8}{b^7}=-a^{4-4}\cdot b^{8-7}=-a^0\cdot b^1=-b$$

$$b):\frac{a^4\cdot b^2}{a^6\cdot b^2}=\frac{a^4}{a^6}\cdot\frac{b^2}{b^2}=a^{4-6}\cdot b^{2-2}=a^{-2}\cdot b^0=\frac{1}{a^2}\cdot 1=\frac{1}{a^2}$$

$$c):\frac{10m^4}{30m}=\frac{10}{30}\cdot\frac{m^4}{m}=\frac{1}{3}\cdot m^{4-1}=\frac{1}{3}\cdot m^3=\frac{m^3}{3}$$

$$d):\frac{-9c^4\cdot d^5}{-45\cdot c^3\cdot d^3}=\frac{-9}{-45}\cdot\frac{c^4}{c^3}\cdot\frac{d^5}{d^3}=\frac{1}{5}\cdot c^{4-3}\cdot d^{5-3}=\frac{1}{5}\cdot c\cdot d^2=\frac{cd^2}{5}$$

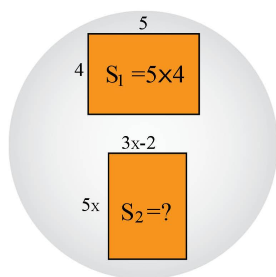
$$e):\frac{6xy^2-3xy+2x^2\cdot y}{xy}=\frac{6xy^2}{xy}-\frac{3xy}{xy}+\frac{2x^2y}{xy}=6\cdot\frac{x}{x}\cdot\frac{y^2}{y}-3\cdot\frac{x}{x}\cdot\frac{y}{y}+2\frac{x^2}{x}\cdot\frac{y}{y}$$

$$f):\frac{4y^2+6}{2}=\frac{4y^2}{2}+\frac{6}{2}=2y^2+3$$

$$g):\frac{8a^2b^4-14ab^3+6ab}{ab}=\frac{8a^2b^4}{ab}-\frac{14ab^3}{ab}+\frac{6ab}{ab}$$

$$=8\cdot\frac{a^2}{a}\cdot\frac{b^4}{b}-14\cdot\frac{a}{a}\cdot\frac{b^3}{b}+6\cdot\frac{a}{a}\cdot\frac{b}{b}=8ab^3-14b^2+6$$

6-7: ضرب افاده های الجبری یک حده با دو حده



صفحۀ کتاب درسی (169) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگران مفهوم ضرب افاده های الجبری یک حده با دو حده را بدانند. - شاگردان افاده های الجبری یک حده را با دو حده ضرب کرده بتوانند. - شاگردان عملیه ضرب افاده های الجبری را در وقت ضرورت در مسائل ریاضیکی بکار برده احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	انفرادی سؤال وجواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و انجام سایر فعالیت های مقدماتی ضروری به صورت مختصر درس گذشته را تکرار بعد شکل ورودی درس جدید را به شاگردان نشان داده و موضوعات مربوط ورودی را با شاگردان مطرح کند. مثلاً بتوانند برای دریافت مساحت یک مستطیل به قسم ساده دو افاده یعنی طول و عرض را با هم ضرب می کنیم که این کار انگیزۀ مفهوم ضرب دو افاده را به میان می آورد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

با بوجود آمدن انگیزه فوق معلم از شاگردان بخواهد طور انفرادی هر کدام به سؤالات فعالیت مربوط این درس فکر کرده و به کمک معلم محترم جواب های هر بند فعالیت را دریافت کنند بعد از یک نفر شاگرد بخواهد تا پیشروی تخته آمده جواب های فعالیت را روی تخته بنویسد.

به فعالیت توجه شود اگر یک حد الجبری را به یک افادۀ الجبری ضرب کنیم؛ پس برای جواب، از خاصیت توزیعی ضرب، نسبت به جمع، می توان استفاده کرد؛ مانند مثال:

$3x$	$4x$
$2x.3x$ $=6x^2$	$2x.4x$ $=8x^2$

$6x^2+8x^2=14x^2$

$$2x\cdot(3x+4x)=2x\cdot3x+2x\cdot4x=6x^2+8x^2=14x^2$$

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال های مربوط این درس که در کتاب موجود است. هر شاگرد به کتابچۀ خود حل و بعد یک نفر شاگرد را معلم به مقابل تخته بخواهد آنها را روی تخته حل کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

جهت اینکه معلم محترم مطمئن شود که شاگردان درس جدید را فهمیده اند یانه. مثال های مشابه به مثال کتاب روی تخته بنویسد و شاگردان را از سویه های مختلف می خواهد تا روی تخته حل کنند.

مثال ها:

- برای ضرب افادۀ الجبری یک حده در افادۀ الجبری دو حده از کدام خاصیت استفاده می کنیم ؟

(a $4a^3x(-3x+\frac{1}{2}ax^2)$

(b $-3by(2b^2y^3-\frac{3}{6}by^2)$

9- جواب به سؤال های تمرین

حاصل ضرب افاده های زیر را بدست آورید:

$$1):-3n(2n^4-6n^2)=-3n\cdot 2n^4+(-3n)\cdot(-6n^2)$$
$$=-6\cdot n\cdot n^4+18n\cdot n^2=-6\cdot n^5+18n^3$$
$$2):5ab(a^2-ab+b^2)=5ab\cdot a^2-5ab\cdot ab+5ab\cdot b^2$$
$$=5a\cdot a^2\cdot b-5\cdot a\cdot a\cdot b\cdot b+5a\cdot b\cdot b^2=5a^3b-5a^2b^2+5ab^3$$
$$3):-9k^3\cdot(2k^2-4k-7)=(-9k^3)\cdot 2k^2+(-9k^3)(-4k)+(-9k^3)\cdot(-7)$$
$$=-18\cdot k^3\cdot k^2+36\cdot k^3\cdot k+63k^3=-18k^5+36k^4+63k^3$$
$$4):(a+b)(x+y)=a(x+y)+b(x+y)=$$
$$=a\cdot x+a\cdot y+b\cdot x+b\cdot y=ax+bx+ay+by$$
$$5):(x-1)(x^2-x+1)=x(x^2-x+1)+1\cdot(x^2-x+1)$$
$$=x\cdot x^2-x\cdot x+x\cdot 1+1\cdot x^2-1\cdot x+1\cdot 1$$
$$=x^3-x^2+x+x^2-x+1=x^3+1$$
$$6):(2a+3b)(2a-\frac{3c}{2})=2a(2a-\frac{3c}{2})+3b(2a-\frac{3c}{2})$$
$$=2a\cdot 2a-2a\cdot\frac{3c}{2}+3b\cdot 2a-3b\cdot\frac{3c}{2}=4a^2-3ac+6ab-\frac{9bc}{2}$$

$(10002)(9998)=?$

$(10000+2)(10000-2)$

$=(10000)^2-2^2$

7-7: مطابقت ها

صفحهٔ کتاب درسی (171) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم مطابقت ها را بدانند. - شاگردان سؤال های مطابقت را حل کرده بتوانند. - شاگردان در وقت ضروت مسائل الجبری مطابقت ها بکار ببرند.
2- روش های تدریس	انفرادی، گروپی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام، احوالپرسی و اجرای سایر فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذشته را بصورت مختصر ارزیابی کند بعد توجه شاگردان را به شکل ورودی درس جدید معطوف سازد تا برای ضرب دوعدد حقیقی که در قوس نوشته شده یک راه محاسبه کوتاه را دریافت کنند. معلم به جوابات شاگران گوش داده بعد خود در مورد توضیحات دهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

برای تشریح درس جدید و تدریس مطابقت ها معلم اول از شاگردان می خواهد برای قیمت های مختلف x قیمت های A و B را به جدول دریافت و با هم مقایسه کنید. برای قیمت های اختیاری x نتیجه یک سان است. در اخیر فعالیت شاگردان این مطلب را قبول خواهم کرد که قیمت های افاده های الجبری که برای قیمت های مختلف متحول های الجبری یکسان به نام مطابقت یاد می شود. در فعالیت دوم به شاگردان وظیفه داده شود که به صورت گروپی حاصل ضرب ها را با استفاده از مثال ورودی به دست آورید.

$$102\cdot198=(100+2)(100-2)=(100^2-2^2)=10000-4$$
$$(a+b)(a-b)=(a^2-b^2)=19996$$

می بینیم که ما برای محاسبه مطابقت از فورمول $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ کار گرفتیم که طور ساده بدست آمده است. مطابقت فوق یک مطابقت مشهور است. قسمت دوم فعالیت دوم صفحهٔ 172 را شاگردان به کتابچه های خود بنویسند. بعد جاهای خالی فعالیت پر کنند. شاگردان را کمک و کنترول کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

بعد از انجام فعالیت مثال های که به کمک مطابقت $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ بدست می آید. برای تحکیم درس مثال های خوب شمرده می شود. با درنظر داشت وقت چند مثال حل کنید طوریکه شاگردان نیز سهم فعال داشته باشند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

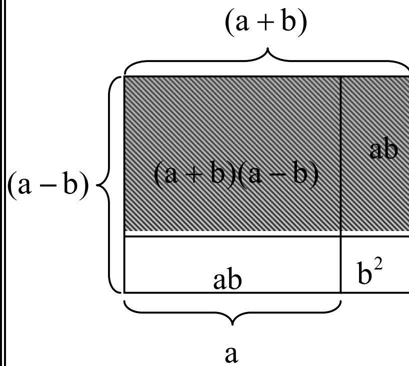
معلم مثال های زیرا روی تخته بنوسید و بعد به کمک مطابقت $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ از شاگردان جواب را به دست آرند.

$1):(1003)\cdot(997)=(1000+3)(1000-3)=1000^2-3^2=1000000-9=999991$

$2):(52)\cdot(48)=(50+2)(50-2)=50^2-2^2=2500-4=2496$

$3):(2a+x)(2a-x)=(2a)^2-(x)^2=4a^2-x^2$

8- معلومات اضافی برای معلم



ثبوت هندسی مطابقت $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

مربع را با ضلع a مد نظر می گیریم یک ضلع مربع را به اندازهٔ b زیاد می نماییم و از ضلع دیگر به اندازهٔ b کم می کنیم از شکل می دانیم مساحت قسمت مخطط شده مساوی است به $(a-b)(a+b)$ که این مساحت مساوی است به :

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

9- جواب به سؤال های تمرین

قوس های زیر را با هم ضرب و به شکل تفاضل مربعات افاده کنید.

$a):(p-7)(p+7)=p^2-7^2=p^2-49$

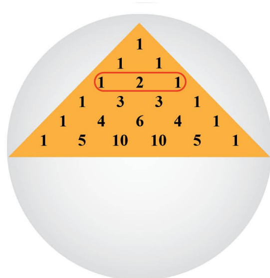
$b):(\frac{1}{x}+1)(\frac{1}{x}-1)=(\frac{1}{x})^2-(1)^2=\frac{1}{x2}-1=(\frac{1}{x})^2-(1)^2$

$c):(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

$d):(2x+5)\cdot(2x-5)=(2x)^2-(5)^2=4x^2-25$

$e):(49+1)(49-1)=49^2-1^2=2401-1=2400$

$f)(6x-y)(6x+y)=(6x)^2-y^2=36x^2-y^2$



8-7: مربع مجموع و تفاضل افاده های الجبری دو حده

صفحهٔ کتاب درسی: (173) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم مربع مجموع و تفاضل دو حده را بدانند. - شاگردان با استفاده از مطابقت های مربع مجموع و تفاضل ، مسائل عددی را تطبیق کرده بتوانند. - شاگردان در حل مسائل ریاضی در وقت ضرورت استفاده کنند و از کار برد آن در حیات روز مره لذت ببرند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت، چارت شکل ورودی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام ، احوالپرسی و اجرای سایر فعالیت های مقدماتی درس گذشته را طور مختصر تکرار بعد چارت را که از قبل تهیه نموده ایدپیشروی صنف آویزان و یک تعداد سؤال ها در مورد درس مطرح کند. سطر اول و دوم اعداد (مثلث پاسکال) را توضیح و بعداً برای سطر سوم سؤال مطرح کنید چنین بپرسید ، مساوات $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ با ضرب نمودن سه بار قوس $(a+b)$ چه فرق دارد؟ شاگردان جواب می دهند که با هم مساوی اند. به همین ترتیب معلم ضرایب مطابقت $(a+b)^4$ را بعد از انکشاف از روی مثلث پاسکال آن را تعیین کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم محترم ! فعالت مربوط این درس روی تخته بنویسید. بعداً مطابق به تعداد سؤال های این فعالیت شاگردان را به نوبت پیشروی تخته دعوت کند. تا هر یک به ارائه جواب یک سؤال بپردازد. در اخیر معلم خود توضیحات لازمه بدهد.

1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 3 1

مثال اول که بعد از فعالیت آمده توسط شاگردان به شکل انفرادی حل شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال های مشابه معلم روی تخته بنویسد قسم انفرادی به شاگردان وظیفه بدهد که آن را به کتابچه های خود حل کنند معلم محترم شاگردان را کنترول دو نفر شاگرد را همزمان روی تخته آن را حل کنند شاگردان دیگر حل خود را با تخته مقایسه می کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی معلم یک بار دیگر مثلث پاسکال را به تخته بنویسد از شاگردان بخواهید تا دو حده ها را از روی مثلث پاسکال ضرایب آن را بنویسد به طور مثال به شاگردان وظیفه دهید تا بعد از نکشاف دو حده های زیر ضرایب هر حد را بنویسید.

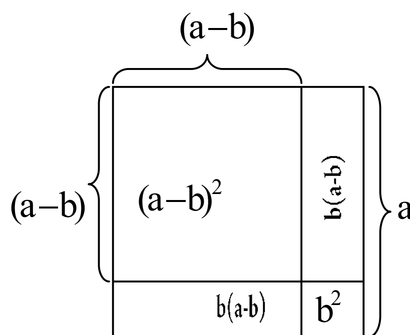
$$(a+b)^3 = a^3 + 2^2b + ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$$
$$(a+b)^5 = a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^4$$

1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

8- معلومات اضافی برای معلم

ثبوت مطابقت $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ به شکل هندسی: مربع به ضلعی a را در نظر می گیریم از اضلاع مربع به اندازه b کم می کینم از شکل دیده می شود که مساحت مربع که ضلع آن مساوی به $(a-b)$ است عبارت است از

$$(a-b)(a-b) = (a-b)^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - [b(a-b) + b(a-b) + b^2]$$
$$= a^2 - (ab - b^2 + ab - b^2 + b^2)$$
$$= a^2 - 2ab + 2^2$$



به طور مثال اگر یک ضلع مربع 8 سانتی متر باشد و از دو ضلع آن به اندازهٔ دو سانتی متر جدا کنیم یک مربع که ضلع آن $(8-2)$ یا 6 سانتی متر است بوجود می آید.

$$(8-2)^2 = 8^2 - 2\cdot 8\cdot 2 + 2^2$$
$$6^2 = 64 - 32 + 4 \Rightarrow 36 = 38 - 32 \Rightarrow 36cm^2 = 36cm^2$$

9- جواب به سؤال های تمرین

اقاده های زیر را از روی مطابقت انکشاف دهید.

$$a):(m+1)^2=m^2+2m+1$$

$$b):(x+7)^2=x^2+2\cdot x(7)+7^2=x^2+14x+49$$

$$c):(x+12)^2=x^2+2\cdot x\cdot(12)+(12)^2=x^2+24x+144$$

$$d):(x+\frac{3}{4})^2=x^2+2\cdot x\cdot(\frac{3}{4})+(\frac{3}{4})^2=x^2+\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}$$

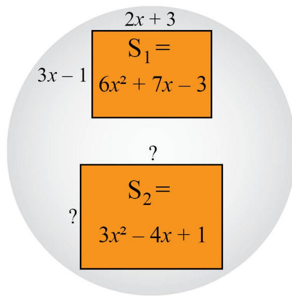
2- افاده های زیر را انکشاف دهید.

$$a):(\frac{1}{x}-3)^2=(\frac{1}{x})^2-2\cdot(\frac{1}{x})\cdot(3)+3^2=\frac{1}{x^2}-\frac{6}{x}+9$$

$$b):(12x-5y)^2=(12x)^2-2\cdot(12x)\cdot(5y)+(5y)^2=144x^2-120xy+25y^2$$

$$c):(6xy-\frac{1}{2})^2=(6xy)^2-2\cdot(6xy)\cdot(\frac{1}{2})+(\frac{1}{2})^2=36x^2y^2-6xy+\frac{1}{4}$$

$$d):(\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}y)^2=(\frac{1}{4}x)^2-2\cdot(\frac{1}{4}x)\cdot(\frac{1}{3}y)+(\frac{1}{3}y)^2=\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{9}y^2$$



9-7: تجزیۀ افاده های الجبری

صفحۀ کتاب درسی (175) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم تجزیۀ افاده های الجبری را بدانند. - شاگردان افاده های الجبری را تجزیه کرده بتوانند. - شاگردان از تجزیه افاده های الجبری در وقت ضرورت احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم محترم! بعد از سلام، احوالپرسی و انجام فعالیت های مقدماتی ضروری درس گذشته را طور مختصر تکرار و بعداً توجه شاگردان را به ورودی درس جدید معطوف سازید و با طرح سؤال ها به توضیح آن بپردازید. مثلاً قیمت مساحت یک مستطیل $3x^2-4x+1$ داده شده است طول و عرض مستطیل را دریافت کنید. شاید شاگردان جواب ندهند. تجزیۀ $3x^2-4x+1$ برای شان مشکل است. بناءً خود معلم توضیح دهد. که اگر مساحت مستطیل را تجربه کنیم طول آن $3x-1$ و عرض آن $x-1$ می شود. این مسأله انگیزۀ خوب برای درس جدید شده می تواند
5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه معلم از شاگردان می خواهد به قسم انفرادی سؤال های هر فعالیت را به دقت خوانده و بعد جواب های هر جزء (خانه های خالی) را به کتابچه های خود بنویسند از یک تن شاگرد بخواهید تا به مقابل تخته آمده به کمک معلم سؤال های فعالیت را حل و شاگردان دیگر جواب های خود را مقایسه کنند. هدف فعالیت عبارت از تجزیۀ یک افادۀ الجبری به حاصل ضرب دو یا سه افاده است. بدین ترتیب نوشتن یک افادۀ الجبری داده شده به شکل حاصل ضرب دو یا سه افاده نوشتن تجزیه است و هر عامل ضربی را فکتور هم می گویند. یک مثال بعد از فعالیت روی تخته بنویسد تا شاگردان طور انفرادی به کتابچه های خود حل کنند.	
6- تحکیم درس: (7) دقیقه برای تحکیم درس بعد از فعالیت از شاگردان بخواهید تا افاده های $(25-y^2)$ و x^2+4x+4 را طور انفرادی به کتابچه های خود حل و نتیجه ضرب فاکتور ها را با طرف دیگر مساوات امتحان و مقایسه کنند در اخیر اجرای این کار، شاگردان را تشویق کنید.	

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

جهت ارزیابی مطابقت $36x^2 - y^2$ را روی تخته بنویسد از شاگردان بخواهید به قسم انفرادی به کتابچه های خود به فکتور تجزیه نمایند. بعد کتابچه آنها را ملاحظه نماید.

8- معلومات اضافی برای معلم

برای تجربه یک افادهٔ الجبری به کمک مطابقت $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ شده یا افادهٔ شکل مربع را ندارد به کمک نوشتن جذر مربع حل شود. برای وضاحت موضوع مثال زیر را در نظر می گیریم:

1- مثال! افادهٔ $(x-1)-(3x+1)^2$ را به فکتور تجزیه کنید.

حل: با استفاده از مطابقت $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ می توان نوشت.

$$(x-1)-(3x+1)^2 = (\underbrace{\sqrt{x-1}}_{a})^2 - (\underbrace{3x+1}_{b})^2 = (\underbrace{\sqrt{x-1}}_{a} + \underbrace{3x+1}_{b})(\sqrt{\underbrace{x-1}_{a}} - \underbrace{3x-1}_{b})$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1 - افاده های الجبری زیر را تجربه کنند:

$$a): 49x-16 = (7\sqrt{x})^2 - 4^2 = (7\sqrt{x}+4)(7\sqrt{x}-4)$$
$$b): m^2 - 36 = m^2 - 6^2 = (m+6)(m-6)$$
$$c): 49 - y^2 = 7^2 - y^2 = (7+y)(7-y)$$
$$d): 25 - x^2 = 5^2 - x^2 = (5+x)(5-x)$$
$$e): x^2y^2 - 64 = (xy)^2 - 8^2 = (xy+8)(xy-8)$$
$$f): \frac{1}{64x^2} - y^2 = (\frac{1}{8x})^2 - y^2 = (\frac{1}{8x}+y)(\frac{1}{8x}-y)$$

2- افاده های زیر را به اساس مطابقت $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$ به دو قوس تجزیه نمایید:

$$a): x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = (x+y)(x+y)$$
$$b): x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2\cdot 3\cdot x + 3^2 = (x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$
$$c): (2a)^2 + 4ab + b^2 = (2a)^2 + 2\cdot(2a)\cdot b + b^2 = (2a+b)^2 = (2a+b)(2a+b)$$
$$d): 4x^2y^2 + 4xy + 1 = (2xy)^2 + 2\cdot(2xy) + 1^2 = (2xy+1)^2 = (2xy+1)(2xy+1)$$
$$e): b^2 - 12b + 36 = b^2 - 2\cdot b\cdot 6 + 6^2 = (b-6)^2 = (b-6)(b-6)$$
$$f): 4a^2 - 12a + 9 = (2a)^2 - 2\cdot(2a)\cdot 3 + 3^2 = (2a-3)^2 = (2a-3)(2a-3)$$

10-7: نکات مهم فصل

صفحۀ کتاب درسی: (177) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

<table>
<tr><td>2- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهنیتی</td><td>- شاگردان مفاهیم عملیه ضرب و تقسیم افاده های الجبری، مطابقت ها، و تجزیه افاده های الجبری را بدانند.
- شاگردان در افاده های الجبری عملیه ها و فارمول های مطابقت را تطبیق کرده بتوانند.
- شاگردان در مسائل ریاضی در وقت ضرورت از آن استفاده کنند.</td></tr>
<tr><td>3- روش های تدریس</td><td>انفرادی، سؤال و جواب</td></tr>
<tr><td>4- مواد ممد درسی</td><td>مواد کمکی درسی روزانه</td></tr>
<tr><td>5- توضیح ورودی
(5) دقیقه</td><td>معلم بعد ازسلام و احوالپرسی و ارزیابی کوتاه از درس گذشته توجه شاگردان را به نکات مهم فصل جلب می نماید</td></tr>
<tr><td colspan="2">6- فعالیت جریان درس (28) دقیقه
معلم محترم! نکات مهم فصل برای شاگردان توضیح کند طوریکه شاگردان نیز سهم فعال داشته باشند.</td></tr>
<tr><td colspan="2">7- تحکیم درس: (7) دقیقه
برای تحکیم درس نکات مهم فصل را از شاگردان بپرسید.</td></tr>
<tr><td colspan="2">8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه
برای این که بدانید آیا شاگردان مفهوم نکات مهم فصل را فهیمده اند یا نه؟ از شاگردان بعضی نکات مهم درس را بپرسید.</td></tr>
</table>

11-7: حل تمرین فصل هفتم

صفحهٔ کتاب درسی (179) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- سؤالات زیر را به دقت بخوانید برای هر سؤال چهار جواب داده شده است. جواب درست را انتخاب نموده و دور آن را حلقه بکشید.

- یک عدد ضرب در خودش جمع 6 عبارت است از :

$a)x^2-6$ $b):x+6$ $c)x^2+6$ $d)$: هیچکدام

جواب c درست است.

- حاصل ضرب $-5ab(-4bc)$ عبارت است از:

$a):-20a^2bc$ $b)20a^2bc$ $c)20ab^2c$ $d)20a^2bc^2$

جواب d درست است.

- حاصل تقسیم $\frac{-4m^2n^2}{4m^3n^2}$ عبارت است از:

$$-\frac{4m^2n^2}{4m^3n^2}=\frac{-1}{m}$$

$a)m^{-1}$ $b)\frac{-2}{m}$ $c)-m^{-1}$ $d)\frac{-t}{m2}$

جواب c درست است.

- قیمت عددی افادهٔ $6x^3-\frac{1}{2}$ در صورتی که $x=\frac{1}{2}$ باشد. عبارت است از:

$$6(\frac{1}{2})^3-\frac{1}{2}\Rightarrow 6\cdot\frac{1}{8}-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}$$

جواب c درست است. $a)-\frac{1}{4}$ $b)4$ $c)4^{-1}$ $d)\frac{1}{4}x$

- m^2-9n^2 مساوی است به

$a)(m-3n)(m+3n)$ $b)(m-3n)(m-3n)$

$c)(m+3n)(m+3n)$ $d)$ هیچکدام

جواب a درست است

2- جاهای خالی را با کلمات و اعداد مناسب پر کنید:

- حدود مشابه
- a^2
- متحول
- ضرب

3- افاده های زیر را ساده کنید.

$$a):2b(-3c)^2 = 2b\ \ 9\cdot c^2 = 18\quad bc^2$$
$$b):(-6xy^2)(-ax^2y^2) = 6ax^3y^4$$
$$c):-3b^2(-2ab)(6a^2b) = 36a^3b^4$$
$$d):-2a(-3ab)^2 = -2a\cdot 9\cdot a^2b^2 = -18a^3b^2.$$
$$e):4y^2\cdot(6xy) = 24\cdot xy^3$$
$$f):(-2a^3)(-5ab^2) = 10a^4b^2$$

4- کسر های زیر را ساده کنید:

$$a):\frac{12x^2y^4}{2xy^3} = 6xy \qquad b):\frac{3ab}{-3a} = -b.$$
$$c):\frac{16r^3\cdot s}{-2rs} = -8r^2. \qquad d):\frac{-15xyz}{-3xy} = 5z$$
$$e):\frac{-5a^2b+10ab^2}{-5ab} = \frac{5ab(-a+2b)}{-5ab} = -(-a+2b) = a-2b$$
$$f):\frac{6x^2-4x^2}{-2x^2} = \frac{2x^2}{-2x^2} = -1$$

5- ساده کنید:

$$a):7a^3b^4c^2 - 8a^3b^4c^2 = -a^3b^4c^2 \qquad b):\ 5x+y\ \ \frac{3x-2y}{8x-y} \qquad c):\ 4a+5b-2c\ \ \frac{4a-3b-2c}{8a+2b-4c}$$

6- دو حده های زیر را بدو قوس تجزیه کنید:

$$a):x^2-1 = x^2-1^2 = (x+1)(x-1)$$
$$b):x^2y^2-64 = (xy)^2-8^2 = (xy+8)(xy-8)$$
$$c):\frac{4a^2}{b^2}-25 = (\frac{2a}{b})^2-5^2 = (\frac{2a}{b}+5)(\frac{2a}{b}-5)$$
$$d):m^2-16a = m^2-(4\sqrt{a})^2 = (m+4\sqrt{a})(m-4\sqrt{a})$$
$$e):x^2-\frac{1}{4} = x^2-(\frac{1}{2})^2 = (x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{2})$$
$$f):\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2 = (\frac{1}{2}a)^2-(\frac{1}{3}b)^2 = (\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b)(\frac{1}{2}a-\frac{1}{3}b).$$
$$g):121-y^2 = (11)^2-y^2 = (11+y)(11-y)$$
$$h):\frac{25a^2}{b^2}-\frac{36a^2}{d^2} = \left(\frac{5a}{b}\right)^2-\left(\frac{6a}{d}\right)^2 = \left(\frac{5a}{b}+\frac{6a}{d}\right)\left(\frac{5a}{b}-\frac{6a}{d}\right)$$
$$i):\frac{81}{a^2}-\frac{b^2}{49} = \left(\frac{9}{a}\right)^2-\left(\frac{b}{7}\right)^2 = \left(\frac{9}{a}+\frac{b}{7}\right)\left(\frac{9}{a}-\frac{b}{7}\right)$$

7- افاده های الجبری زیر را با استفاده از مطابقت ساده کنید:

$$a):\left(\frac{1}{2}+z\right)\left(\frac{1}{2}-z\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-z^2=\frac{1}{4}-z^2$$

$$b):\left(\frac{a}{5}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{a}{5}-\frac{1}{b}\right)=\left(\frac{a}{5}\right)^2-\left(\frac{1}{b}\right)^2=\frac{a^2}{25}-\frac{1}{b^2}$$

$$c):(5a+2b)(5a-2b)=(5a)^2-(2b)^2=25a^2-4b^2$$

8- افاده های الجبری زیر را انکشاف دهید:

$$a):(m+1)^2=m^2+2m+1$$

$$b):(y-2)^2=y^2-4y+4$$

$$c):\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=x^2+2x\cdot\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=x^2+3x+\frac{9}{4}$$

$$d):\left(b-\frac{5}{2}\right)^2=b^2-2b\cdot\frac{5}{2}+\left(\frac{5}{2}\right)^2=b^2-5b+\frac{25}{4}$$

$$e):(a+7)^2=a^2+2a\cdot 7+7^2=a^2+14a+49.$$

$$f):\left(m+\frac{1}{4}\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2=m^2+\frac{1}{2}m+\frac{1}{16}$$

9- افاده های الجبری زیر را تجزیه کنید.

$$a):4x^2y^2-9z^4=(2xy)^2-(3z^2)^2=(2xy+3z^2)(2xy-3z^2)$$

$$b):x^2-8x+16=x^2-2\cdot 4\cdot x+4^2=(x-4)^2$$

$$c):a^2x^2+4axy+4y^2=(ax)^2+2ax\cdot 2y+(2y)^2=(ax+2y)^2$$



فصل هشتم: معادلات

8-1: مفهوم معادله

صفحهٔ کتاب:(183) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

<table>
<tr><td>1- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهنیتی</td><td>- شاگردان باید مفهوم معادله را بدانند.
- شاگردان در معادله مجهول را شناخته آن را در یافت کرده بتوانند.
- شاگردان در مسائل ریاضیکی روزمره معادله را استعمال و آنرا به کار ببرند.</td></tr>
<tr><td>2- روش های تدریس</td><td>سؤال و جواب، گروپی، تمثیلی و انفرادی</td></tr>
<tr><td>3- مواد ممد درسی</td><td>ترازو و اوزان 100 گرامه، 150 گرامه، 250 گرامه، نیم کیلو و 2 کیلو</td></tr>
<tr><td>4- توضیح ورودی
(5) دقیقه</td><td>معلم بعد از سلام ، احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته ارتباط بین درس جدید و گذشته توجه شاگردان را به سؤال ورودی جلب نماید.
بین مسکا و مینا، گفتگو در مورد شناخت مجهول و معادله است، به این ترتیب اگر پول مینا را x بگوییم. و اگر از دو چند پول مینا یعنی 2x، 2 افغانی کم شود. مساوی به 20 افغانی می شود که معادله آن عبارت است از $2x-2=20$ حل آن عبارت از $x=11$ می باشد. یعنی بدست مینا 11 افغانی است. بعد سؤال را امتحان کنید.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه
معلم باید درس را از روی ورودی شروع و فعالیت داده شده را به قسم تمثیلی که یک شاگرد نقش فروشنده و شاگرد دیگر نقش خرید ار را داشته باشند به مقابل صنف اجرا می کنند.
معلم محترم می تواند به عوض بوره از ریگ و یا خاک کار بگیرد. بعد معلم سؤالاتی را که به ارتباط فعالیت صورت گرفته از شاگردان سؤال می کند بعد از شنیدن جواب ها نتیجه را چنین برای شاگردان توضیح می دهد.
دیده می شود که در تمام مراحل فعالیت کتلهٔ که برای یک پله ترازو به کار رفته است برابر پله دیگر است.
به این قسم آن کتلهٔ که تعادل ترازو را برقرار می سازد عبارت از آن مقداری است که مساوات معادله در آن بر قرار می شود و هدف این است که حل معادله را بدست آورد یعنی چیز هایی که در معادله مجهول است و دریافت قیمت آن عبارت از حل معادله می باشد. برای این که بدانیم جواب را صحیح یافته ایم یاخیر ؟ قیمت به دست آمده را در اصل معادله قرار میدهیم که ا ین عملیه به نام میزان یا امتحان معادله یاد می شود و مثال بعد از تعریف توسط استاد روی تخته حل شود.</td></tr>
<tr><td colspan="2">6- تحکیم درس: (7) دقیقه
برای تحکیم بخشیدن درس، مانند مثال کتاب سوال توسط معلم به روی تخته نوشته شود و یک شاگرد را به روی تخته بخواهد تا که سؤال را حل و امتحان کند.</td></tr>
</table>

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

مانند مثال های کتاب، معلم محترم یک سؤال را به روی تخته بنویسد و به واسط آن شاگردان را ارزیابی کند که فهم آن ها به کدام سطح است. مثال را به قسم تحریری شاگردان به کتابچه های خود حل کنند و معلم کتابچه های هر شاگرد را ببیند.

8- معلومات اضافی برای معلم

هدف ما همان معادلهٔ خطی است، که به نام معادلهٔ یک مجهوله درجه یک یاد می شود این نوع معادله شکل $a_1x + a_0 = 0$ را دارد که $a_1 , a_0 \in IR$, $a_1 \neq 0$ است، به صورت عمومی حل آن عبارت از $x = -\frac{a_0}{a_1}$ است. در بسیاری کتاب ها حل معادله به نام ست های حل معادله نیز یاد می شود در معادله $a_1x + a_0 = 0$ ست حل آن عبارت است از $L = \left\{\frac{a_0}{a_1}\right\}$

مثال: ست حل های معادله $2x - 1 = 0$ را بدست آورید.

حل: ست حل معادله عبارت است از: $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

9: جواب به سؤال های تمرین

جواب اول اگر محیط یک مثلث متساوی الاضلاع مساوی به 9 باشد. پس اگر یک ضلع مثلث a و محیط آن را p بگوییم داریم که: $P = 3a$ چون $P = 9$ است. پس $3a = 9$ که $a = 3$ حل معادله است.

جواب سؤال دوم: اگر عدد را x بگوییم، پس سؤال این طور است که هرگاه با x عدد 9 جمع شود نتیجه آن مساوی به 14 می شود عدد کدام است؛ داریم که: $x + 9 = 14$ یعنی کدام عدد است که با عدد 9 جمع شود و نتیجه 14 بدست آید. این عدد عبارت از عدد 5 است.

امتحان: اگر به جای x عدد 5 وضع شود مساوات معادله بدست می آید.

$$x + 9 = 14$$
$$5 + 9 = 14$$
$$14 = 14$$

دیده می شود که مساوات عددی بر قرار است، پس $x = 5$ حل معادله است.

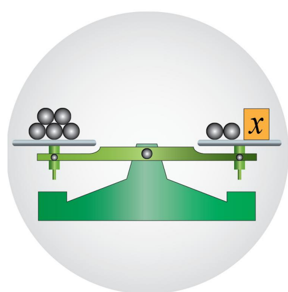
جواب سؤال سوم: هرگاه پول دست داشته فهیمه را x بگوییم و اگر از پول دست داشته مینا مبلغ دو چند یعنی 2x ، 2 کم شود، 20 بدست می آید معادله آن عبارت از $2x - 2 = 20$ است که چنین حل میشود.

$$2x = 20 + 2 \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = 11$$

قیمت بدست آمده را در معادلهٔ اصلی یعنی $2x - 2 = 20$ به جای x قرار داده معادله را امتحان می نماییم :

$$2x - 2 = 20$$
$$2(11) - 2 = 20$$
$$20 = 20$$

طوری که به قیمت $x = 11$ مساوات بر قرار است پس به این اساس $x = 11$ حل معادله است.



2-8: عملیه های جمع و تفریق در مساوات

صفحۀ کتاب (185) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید در یک معادله مفهوم عملیۀ جمع و تفریق را بدانند. - شاگردان به کمک عملیۀ جمع و تفریق معادلات را ساده سؤالات را حل کرده بتواند. - شاگردان در صورت ضرورت برای حل معادله از عملیۀ جمع و تفریق برای دریافت جواب استفاده کنند
2- روش های تدریس	انفرادی، گروپی، عملی
3- مواد ممد درسی	ترازو و 7 وزن مساوی
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد ازسلام ، احوالپرسی، ارزیابی درس گذشته و ارتباط آن به درس جدید توجه شاگردان را به ورودی درس جدید جلب می کند و می گوید. شما می بینید که ترازو در حالت تعادل به است طوری که به یک پله ترازو 5 گلوله مساوی و به پلۀ دیگر آن دو گلوله و یک وزن نا معلوم قرار دارند. چطور می توان این وزن نامعلوم را دریافت کرد؟ اگر از دو پله ترازو دو دو گلوله را کم کنیم آیا باز هم ترازو در حالت تعادل است؟ که این یک انگیزۀ خوبی برای آغاز درس جدید می باشد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم محترم می تواند فعالیت داده شده را به گروپ های تعیین شده بدهد و از گروپ ها بخواهد که مراحل فعالیت را از نظر گذشتانده در گروپ ها کار نمایند و بعد یک نفر شاگردان داؤطلب را به مقابل صنف بخواهید تا به طور عملی کار کرده برای دیگران نشان دهد اگر از دو طرف پله ترازو به عین اندازه چیزی را کم و یا به دو طرف عین چیز را زیاد کرد در تعادل ترازو کدام تغییر به میان نمی آید. به این معنا است، که اگر $a=b$ باشد پس $a+c=b+c$ ویا $a-c=b-c$ شده است. این عملیۀ جمع و تفریق در مساوات نامیده می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

در کتاب بعد از فعالیت 2 مثال و امتحان آن است به شکل انفرادی تمام شاگردان آن را در کتابچه های خود حل بعد از بین شان دو نفر شاگرد داوطلب را به مقابل تخته بخواهید که بر تخته حل کنند تاکه درس مستحکم و خوبتر ذهن نشین شاگردان شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

در اخیر درس، شاگردن توسط معادله های زیر ارزیابی شوند و توجه شود که برای حل معادله تنها از عملیهٔ جمع و تفریق استفاده شود مانند:

$a)\quad x+5=10$

$b)\quad x-3=7$

8- معلومات اضافی برای معلم

اگر وقت باشد معلم می تواند مثال های مشابه دیگر را هم در نظر بگیرد؛ مانند:

$1)\quad x+12=1$

$2)\quad x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$3)\quad 1-x=3$

- **در مرحله اول** به اطراف معادله (12-) را جمع کنید.

$$x+12+(-12)=1+(-12)\Rightarrow x+(\underbrace{12-12}_{0})=1-12\Rightarrow x=-11$$

2- **در مرحله دوم** به اطراف معادله $\frac{1}{2}$را جمع نمایید :

$$x-\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x+(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=(\frac{3}{2}+\frac{1}{2})\Rightarrow x=2$$

3- **در مرحله سوم** به اطراف معادله یک بارx و بار دیگر $(3-)$ جمع کنید.

$$1+x-x=3+x\Rightarrow 1-3=3-3+x\Rightarrow x=-2$$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- اگر به یک عدد 3 زیاد شود 15 بدست می آید عدد چند است؟

حل: اگر عدد را x بگوییم پس بیان فوق به شکل زیر نوشته می شود.

به اطراف معادله عدد $(3-)$را جمع می کنیم: $\quad x+3=15$

$$x+3+(-3)=15+(-3)\Rightarrow x=12$$

2: اگر از یک عدد 7 تفریق شود عدد 13 بدست می آید، عدد کدام است؟

اگر عدد را x بگوییم بیان فوق به شکل زیر نوشته می شود.

به اطراف معادله عدد 7 را جمع می کنیم. $\quad x-7=13$

$$x-7+7=13+7\Rightarrow x+(7-7)=20\Rightarrow x=20$$

قیمت بدست آمده را در معادله امتحان کنید.

$$x-7=13$$

$$x=20\rightarrow 20-7=13\Rightarrow 13=13$$

در حقیقت $x=20$ حل معادله است.

:3

$$a) \qquad x-6=2$$

$$x-\underbrace{6+6}_{0}=2+6 \Rightarrow x=8$$

از اطراف معادله عدد 4 را منفی می کنیم:

$$b) \qquad x+4=1$$

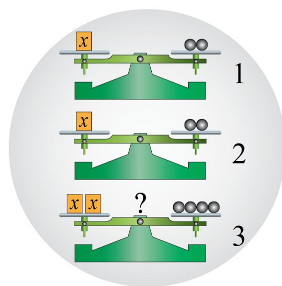
$$x+4-4=1-4 \Rightarrow x=-3$$

$$c) \qquad 2+x=3$$

از اطراف معادله عدد 2 را منفی می کنیم:

$$2+\mathrm{x}-2=3-2 \Rightarrow 2-2+\mathrm{x}=1$$

$$\mathrm{x}=1$$



3-8: عملیه های ضرب و تقسیم در مساوات

صفحهٔ کتاب (187) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

2- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید در مساوات (معادله) عملیهٔ ضرب و تقسیم را بدانند. - شاگردان اطراف معادله را به یک عدد ضرب و تقسیم و معادله را ساده و حل کرده بتوانند. - شاگردان در وقت ضرورت در حل معادله از عملیهٔ ضرب و تقسیم استفاده کرده بتوانند.
3- روش های تدریس	گروپی، انفرادی و عملی ، سؤال وجواب
4- مواد ممد درسی	ترازو و اوزان
5- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم پس از سلام ، احوالپرسی ارزیابی درس گذشته، توجه شاگردان را به شکل و سؤال های ورودی درس جدید جلب نموده این طور سؤال ها را طرح نماید. - در ترازو شماره یک ؟ قیمت x چقدر باشد تا این که تعادل ترازو برقرار شود؟ - در ترازو نمره سه چهار گلوله به یک پله ترازو است چند گلوله دیگر را به پله دیگر بگذاریم تا تعادل ترازو برقرار شود ؟

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

تشریح موضوع ورودی و یافتن جواب آن از شاگردان انگیزه خوبی شده می تواند به و. برای اجرای فعالیت، معلم شاگردان را به گروپ های کوچک تقسیم کند و برای شان بگوید که فعالیت به غور و دقت خوانده در صورت مشکلات معلم شاگردان را کمک کند. بعد از ختم کار گروپی از گروپ یک نفر را به مقابل صنف بخواهد که به شکل عملی با استفاده از ترازو کار کند. بدین ترتیب از فعالیت این طور نتیجه می گیرد.اگر در یک پلهٔ ترازو که به حالت تعادل است، به یک طرف اوزان معلوم به طرف دیگر ترازو مثلاً ریگ یا خاک قرار داده شود .جنس یک پله ترازو را به دو، یا حصه مساوی تقسیم کرده دیده می شود که هر حصهٔ تقسیم شده با حصه های تقسیم شده پله دیگر ترازو مساوی است. پس برای تمام قیمت های c طوریکه c خلاف صفر باشد می توان نوشت . $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$
به همین ترتیب برای هر c , $ac=bc$ است یعنی اگر هر دو طرف یک مساوات به عین عدد ضرب شود در مساوات تغییر به وجود نمی آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس معلم از شاگردان بخواهد به قسم انفرادی مثال کتاب درسی بعد از فعالیت، را به کتابچه های خود حل کنند معلم شاگردان را کمک و رهنمایی کند درختم فعالیت یک نفر را برای حل به روی تخته بخواهید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه:

برای ارزیابی مانند مثال کتاب سؤالات زیر را به روی تخته نوشته و حل آن را از شاگردان بخواهید که در کتابچه های خود حل نمایند. معلم از حل آنها مراقبت کرده در صورت مشکلات رهنمایی کند. به طور مثال:

1) $7x-14=0$

2) $\frac{x}{2}-1=4$

8- معلومات اضافی برای معلم

معلم محترم، متوجه باشد که اطراف مساوات هیچ وقت تقسیم عدد (0) شده نمی تواند. همیشه اطراف مساوات را به عدد یا متحولی تقسیم نماییم که خلاف صفر قبول شود.

9- جواب به سؤال های تمرین

1) $4x=2$

اطراف معادله را به عدد 4 تقسیم می کنیم

$$\frac{4x}{4}=\frac{2}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

2) $\frac{x}{5}=12$

اطراف معادله را به عدد 5 ضرب می کنیم

$$5\cdot\frac{x}{5}=5\cdot 12\Rightarrow x=60$$

3) $3x=-6$

اطراف معادله را به عدد 3 تقسیم می کنیم:

$$\frac{3x}{3}=-\frac{6}{3}\Rightarrow x=-2$$

4) $-\frac{2}{x}=-4$

اطراف معادله را به x ضرب می کنیم:

$$(-\frac{2}{x})\cdot x=-4(x)\Rightarrow -2=-4x$$

باز اطراف معادله را به عدد (-4) تقسیم می کنیم $\Rightarrow\frac{-2}{-4}=-\frac{4x}{-4}\Rightarrow x=\frac{1}{2}$

5) $\frac{x}{2}=4$

اطراف معادله را به عدد 2 ضرب می کنیم $2(\frac{x}{2})=4\cdot 2\Rightarrow x=8$

6) $\frac{4}{x}=-2$

اطراف به x ضرب می کنیم

$$x\left(\frac{4}{x}\right)=(-2)\cdot x \Rightarrow 4=-2x$$

اطراف تقسیم (-2) می کنیم:

$$\frac{4}{-2}=\frac{-2x}{-2} \Rightarrow -2=x \Rightarrow x=-2$$

7) $$\frac{x}{\frac{4}{3}}=\frac{2}{3}$$

اطراف به $\frac{4}{3}$ ضرب می کنیم:

$$\frac{x}{\frac{4}{3}}\cdot\frac{4}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3} \Rightarrow x=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 3}=\frac{8}{9}$$

$$x=\frac{8}{9}$$

$4x + 8 = 0$

$4x = -8$

$x = ?$

4-8: معادله عمومی درجه یک یک مجهوله

صفحهٔ کتاب(189) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم معادلهٔ یک مجهوله درجه یک، را بدانند. - شاگردان معادله درجه اول یک مجهوله را حل کرده بتوانند. - شاگردان در حیات روزمره این معادلات را تشکیل و مجهول آن را به دست آورند.
2- روش های تدریس	گروپی انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی، درس گذشته را از شاگردان بپرسد و نکات مهم درس را دوباره تکرار کرده بعد توجه شاگردان را به موضوع ورودی درس جلب و از آن ها سؤال های را که در ورودی مطرح شده، بپرسد. معلم به جوابات شاگردان گوش داده اگر شاگردان نتواستند معلم توضیحات دهد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

ورودی فوق برای حل معادلهٔ یک مجهوله درجه اول یک انگیزهٔ خوب شمرده می شود، توجه کنید که باید در قدم اول شاگردان را به گروپ های خورد تقسیم نمایید تا اینکه شاگردان به مشورت یکدیگر به نکات فعالیت بین خود فکر کرده و حل های آن را دریافت کنند. بعدطور انفرادی از هر شاگرد هر جزء فعالیت، پرسیده شود.

بعد معلم در مورد توضیحات دهد.در بیان ریاضیکی فوق، این مساوات مقدار نا معلوم را در معادله x گویند ودر یافت مجهول حل معادله نا میده می شود.

شکل عمومی معادلهٔ یک مجهوله درجه اول عبارت از: $ax + b = 0$، در این افاده b,a اعداد حقیقی و x مجهول معادله اند برای حل معادلهٔ درجه اول یک مجهوله گام های زیر در نظر گرفته شود. به کمک عملیهٔ جمع، تفریق، ضرب و تقسیم بدو طرف معادله طوری انجام شود که مجهول معادله به یک طرف مساوات و مقدار معلوم به طرف دیگر مساوات باقی بماند. بدین ترتیب حل معادله بدست می آید و درپایان مثال اول کتاب توسط معلم به میتود سؤال و جواب با سهم گیری فعال تمام شاگردان به روی تخته حل شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم بخشیدن درس بعد از انجام فعالیت مثال دوم کتاب را شاگردان به شکل انفرادی به کتابچه های خود حل کنند، معلم کمک و راهنمایی نموده و بعد یک شاگرد داوطلب را به مقابل تخته بخواهد مثال را روی تخته حل کند شاگردان دیگر حل های خود را با حل تخته مقایسه کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی درس معلم می تواند سؤال های زیر را به روی تخته نوشته و به شاگردان هدایت دهد به کتابچه های خود حل و معلم در صنف حل شاگردان را دیده و بعد از بین همه آنها دو شاگرد را پیشروی تخته بخواهد تا سوال را حل کنند و شاگردان دیگر حل های خود را با حل تخته مقایسه کنند.

1) $2x-1=3x-2$

2) $\frac{3x}{5}=x-1$

8- معلومات اضافی برای معلم

معلم محترم این را بداند که هر معادلهٔ یک مجهوله درجه اول یک حالت خاص تابع است. که مطلب از گراف تابع تقاطع با محور x است که این تقاطع به نام حل معادله یاد می شود. توجه کنید که گراف تابع خطی در سیستم کمیات وضعیه قایم به دو قسم ممکن است، یا گراف تابع با محور x متقاطع است و یا اینکه قطع نمی کند. به هر ترتیب در صورت تقاطع گراف تابع خطی محورx را تنها در یک نقطه قطع می کند. به این معنا است که تمام معادله یک مجهوله درجه اول با محور x موازی نیست تنها و تنها یک حل دارد.

و اگر گراف تابع خطی با محورx موازی و یا به عبارت دیگر محور x را قطع نکند معادله حل ندارد.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- معادله $x-1-3x=(3x+4)$ را برای $x=-1$ امتحان نمایید که $x=-1$ حل معادله است یا خیر ؟

حل: اگر قیمت نامبرده را به معادله اصلی و ضع کنیم بدست می آید:

$$x=-1$$
$$2(3x+4)=-1-3x$$
$$2[3(-1)+4]=-1-3(-1)$$
$$2(-3+4)=-1+3 \Rightarrow 2=2$$

قسمیکه برای قیمت فوق یعنی $x=-1$ مساوات عددی یعنی $2=2$ بر قرار است. بنا بر این $x=-1$ حل معادله است.

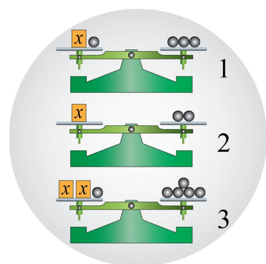
2- حل معادله $2(2x+3)=2x-2$ را بدست آورید؟

حل:

$$2(2x+3)=2x-2$$
$$4x+6=2x-2 \Rightarrow 4x-2x=-6-2$$
$$2x=-8 \Rightarrow x=-4$$

3- معادله $\frac{3}{2}(4x-2)=5x+2$ را حل کنید.

$$\frac{3}{2}4\text{x}-2\frac{3}{2}=5\text{x}+2 \Rightarrow 3\cdot 2\text{x}-3=5\text{x}+2$$
$$6\text{x}-3=5\text{x}+2 \Rightarrow 6\text{x}-5\text{x}=2+3 \Rightarrow \text{x}=5$$



5-8: معادلات معادل

صفحه کتاب(191) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید معادلات معادل را و بشناسند. - شاگردان معادلات معادل را حل و درستی آن را پیدا کرده بتوانند. - شاگردان از اهمیت معادلات معادل در مسائل ریاضیکی کار بگیرند.
2- روش های تدریس	انفرادی و گروپی ، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام، احوالپرسی ارزیابی درس گذشته، نکات مهم را به شکل مختصر تکرار کند. بعد توجه شاگردان را به ورودی درس جلب نماید. شاگردان سه ترازو را به دقت دیده و بگوید چه ارتباط بین آن ها وجود دارد؟ معلم محترم بگوید. دیده می شود که برای هر سه ترازو به وزن های مختلف حالت های تعادل یا مساوات را به وجود آورده است که این یک انگیزه برای شروع درس می باشد.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

شاگردان را به گروپ ها تقسیم نموده که جدو ل فعالیت را در بین خود به مشورت یکدیگر تکمیل کنند در پایان سه نفر از گروپ های مختلف کار خود را برای شاگردان دیگر بیان کنند بعد معلم به صورت مکمل توضیحات دهد. و بگوید از تکمیل جدول و فعالیت دیده می شود که به هر دو طرف معادله کمیت مساوی زیاد شده ویا از هر دو طرف کمیت های مساوی کم شده و به همین ترتیب چند بار عملیه کردن در مساوات کدام تغییر نمی آورد. می توان یک معادله را در اثر عملیهٔ جمع ، تفریق، ضرب و تقسیم به کمیت های مساوی به یک معادله ساده تبدیل کرد که در آن صورت حل آن به آسانی بدست می آید. و با تکمیل نمودن جدول این مطلب به قسم واضح دیده می شود که معادلات به شکل های مختلف معادل یکدیگر است. که حل های آنهای عین جز e بوده که باهم مساوی است.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

بر ای تحکیم درس بعد از فعالیت کتاب، مثال کتاب را شاگردان به شکل انفرادی کتابچه های خود حل کنند بعد توسط یک شاگرد به روی تخته به حل شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی درس معلم می تواند مانند مثال های کتابچه سؤال $3x-6=6$ تخته نوشته از شاگردان بخواهید در کتابچه های خود حل نمایند.

8- معلومات اضافی برای معلم

معلم محترم و قتی به دو طرف معادله یکی از عملیه های چهار گانه را انجام می یابد معادله شکل انجام داده شود. ساده را بخود گرفته درحل های این معادلات که معادل یکدیگر اند تغییر نمی آید.

1) $3x-8=1$ معادله را حل کنید؟ جواب $x=3$

2) $\frac{1}{2}t-1=3$ معادله را حل کنید؟ جواب $t=8$

3) $2w+8=4$ معادله را حل کنید؟ جواب $w=-2$

حل تمرین را به معادله امتحان و میزان کنید.

9- جواب به سؤال های تمرین

حل معادلات زیر را دریافت نموده و امتحان کنید؟

1- $\frac{a-2}{3}=3$

اطراف معادله را ضرب عدد 3 کنید:

(3) $\frac{a-2}{3}=3\cdot 3\Rightarrow a-2=9$

به اطراف معادله عدد 2 را جمع کنید.

$$(a-2)+2=9+2\Rightarrow a+(2-2)=11\Rightarrow a+0=11$$
$$\Rightarrow a=11$$

قیمت بدست آمده را در معادله اصلی وضع کنید:

$$\frac{a-2}{3}=3\Rightarrow a=11, \frac{11-2}{3}=\frac{9}{3}\Rightarrow 3=3$$

چون امتحان معادله درست است پس حل معادله $a=11$ درست است.

2) $2(2x-1)=4\Rightarrow 4x-2=4$

به اطراف معادله 2 را جمع می نماییم $4x-2+2=4+2\Rightarrow 4x=6$

هر دو طرف معادله را تقسیم 4 می نماییم: $x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

در نتیجه حل معادله $x=\frac{3}{2}$ است.

امتحان: در معادله $x=\frac{3}{2}$ را وضع کنید

$$2(2x-1)=4\Longrightarrow 2(2\cdot\frac{3}{2}-1)=2(3-1)\Rightarrow 4=4$$

3) $\frac{2}{5}+x=1$

حل: اطراف معادله را ضرب عدد 5 می نماییم.

$$\frac{2}{5}+x=1 \quad 5\cdot(\frac{2}{5}+x)=5\cdot 1\Rightarrow 2+5x=5$$

از اطراف 2 را کم می کنیم $2+5x-2=5-2 \Rightarrow 5x=3$

$$\frac{5x}{5}=\frac{3}{5} \Rightarrow x=\frac{3}{5}$$

4) $$16-3t=0 \Rightarrow 16-16-3t=0-16 \Rightarrow -3t=-16 \Rightarrow -\frac{3t}{-3}=\frac{-16}{-3}$$

$$t=\frac{16}{3}$$

امتحان

$$16-3\frac{16}{3}=0 \Rightarrow 0=0$$

5) $$3-4y=2-6y$$

به اطراف معادله 6y+ را علاوه می کنیم.

$$3-4y+6y=2-6y+6y$$

$$3+2y=2$$

به اطراف معادله (3 -) را علاوه می کنیم

$$3+(-3)+2y=2+(-3) \Rightarrow 2y=2-3$$

راطراف معادله را تقسیم عدد 2 می کنیم

$$2y=-1$$

$$\frac{2y}{2}=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$$

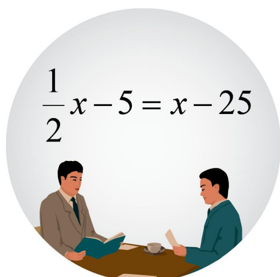
$$\Rightarrow (1-1)+2y=-1 \Rightarrow 2y=-1 \Rightarrow y=-\frac{1}{2}$$

$$3-4y=2-6y \quad y=-\frac{1}{2} \Rightarrow (3-4(-\frac{1}{2}))=(2-6(-\frac{1}{2}))$$

$$\Rightarrow 3+2=2+3 \Rightarrow 5=5$$

حل سؤال2: معادلات جزء a معادل است

معادلات جزء b معادل نیست



6-8: تشکیل معادلات

صفحه کتاب (193) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم تشکیل معادله را از روی یک متن بدانند.
- مهارتی	- از روی متن معادله را تشکیل کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- در وقت ضرورت برای حل مسائل ریاضی معادله را تشکیل و از آن کار بگیرند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی ، نکات مهم درس گذشته را به شکل مختصر تکرار کند. سؤال ورودی تشکیل معادله را از شاگردان بپرسد. اگر شاگردان جواب ندادند معلم محترم توضیح دهد که با تولید این انگیزه درس جدید را شروع کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم محترم تمام نکات فعالیت را به شکل سؤال و جواب از شاگردان بپرسد و هم توضیحات زیر را برای شاگردان بدهد. قابل یاد آوری است که برای تشکیل یک معادله وبرای دریافت حل معادله گام های زیر اساسی و مهم شمرده می شود.

1- اول باید متن یا بیان به بسیار دقت خوانده شود ودر آن مجهول نشانی شود.

2- بعد از انتخاب مجهول تشکیل معادله صورت می گیرد. که در حقیقت تشکیل معادله یک گام مهم و اساسی ریاضیکی است.

3- وقتیکه معادله ریاضیکی تشکیل شد بعد برای دریافت قیمت مجهول به حل معادله می پردازیم.

4- بالآخره وقتیکه ما حل را دریافت کردیم بعد از آن امتحان و یا میزان شود در نتیجه معادله تشکیل و حل معادله را به دست آورد. مثلاً اگر دربیان زیر مجهول را x بگویم حل آن چنین دریافت می شود. اگر با دو چند یک عدد، عدد 4 جمع شود 16 بدست می آید. این یک بیان ریاضیکی است که مجهول x می باشد. $2x+4=16$

حل معادله عبارت از $x=6$ است که می توان معادله را امتحان کرد. یعنی اگر دو چند عدد 6 با عدد 4 جمع شود عدد 16 بدست می آید. حل معادله را صدق می کند بعداز فعالیت فوق معلم مثال کتاب را به طور نمونه با سهم گیری شاگردان روی تخته حل کند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس پس از فعالیت، یک سؤال مانند مثال در کتاب به شاگردان داده شود. به شکل انفرادی شاگردان

به طور تحریری درکتابچه خود حل کنند. معلم کار شـــاگردان را ملاحظه مـی کنـد و یـک نفـر شـــاگرد را بـه روی تخته می خواهد تا سؤال را به مشارکت هم حل کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

معلم مانند مثال فوق یک سؤال دیگر به شاگردان داده که شاگردان به شکل انفرادی درکتابچه های خود حل کنـد در اخیر فعالیت یک شاگرد داوطلب را به روی تخته بخواهد تا سؤال را برای دیگران حل کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

برای ازدیاد معلومات از یک متن یا بیان برای تشکیل معادله باید قدم به قدم مراحل زیر را در نظر بگیرید:

1- متن باید به آواز بلند خوانده شود.

2- مجهول انتخاب شود.

3- معادله ریاضیکی را از روی مجهول که در نظر گرفته اید، تشکیل کنید.

4- معادله حل شود و قیمت مجهول را بدست بیآورد.

5- قیمت به دست آمدۀ مجهول را در معادله امتحان کیند.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- اگر از 3 چند عدد 5 تفریق گردد مساوی به 4 می شود عدد کدام است:

حل: اگر مجهول را x بگوییم و از 3 چند آن یعنی $3x$ عدد5 کم شود عدد 4 بدسـت مـی آیـد کـه معادلـه ریاضـیکی آن چنین تشکیل می شود. $3x-5=4$

اکنون به اطراف عدد 5 را جمع می کنیم $3x-5+5=4+5 \Rightarrow 3x=9$

اطراف معادله را تقسیم عدد 3 می نماییم $\frac{3x}{3}=\frac{9}{3} \Rightarrow x=3$

$$3x-5=4$$
$$3\cdot 3-5=4 \Rightarrow 9-5=4$$

امتحان : قیمت مجهول یا x در معادله صدق کرد.

2- حاصل جمع سن لیمه و نیلوفر مساوی به 30 سال است، لیمه 2 سال بزرگتر از نیلوفر است، لیمه و نیلوفر هـر کـدام چند سال عمر دارند؟

حل: بادر نظر داشت متن اگر بگوییم پس عمر لیمه $2+x$ می شود. از روی متن معادله زیر تشکیل میشود که: $x+x+2=30$

$$2x=30-2 \Rightarrow 2x=28$$

امتحان: دیده می شود که مجموع عمر لیمه و نیلوفر 30 سال می شود که عمـر نیلـوفر 16 سـال و عمـر لیمـه 14 سـال است که

7-8: نکات مهم فصل

صفحۀ کتاب(195) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم معادلۀ یک مجهوله درجه یک را بدانند. - شاگردان معادله های مختلف یک مجهوله درجه یک را حل و تشکیل کرده بتوانند. - به کمک معادله یک مجهوله درجه یک مسائل ریاضی را در وقت ضرروت حل نمایند.
2- روش های تدریس	انفرادی ، گروپی وسوال وجواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از احوالپرسی نکات مهم فصل را به نوبت از شاگردان به شکل انفرادی بپرسند، هر کدام به شکل جداگانه با استفاده از معلو مات قبلی جواب بگویند .

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

نکات مهم فصل را قدم به قدم توسط شاگردان تکرار کنید در صورت مشکلات آنها را کمک کنید.
معادلۀ درجه اول یک مجهوله به شکل عمومی $ax + b = 0$ می باشد. که x مجهول و a ، b اعداد اختیاری و $a \neq 0$ است به شاگردان تکرار کنید. این نوع معادله به نام معادلۀ خطی یاد می شود.که گراف آن در دستگاه سیستم مختصات قایم یک خط است. قابل یاد آوری است که این معادلات تنها یک حل داشته می تواند. در قسمت اخیر معادلات معادل یا مساوات های معادل را به آوردن یک مثال برای شاگردان تشریح کنید و در اخیر برای تشکیل معادلات خطی یک مجهوله یک بار دیگر قدم های مهم تشکیل معادله را برای شاگردان تکرار کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

نکات مهم تمام فصل را برای تحکیم ،از شاگردان تحریری امتحان گرفته شود.متوجه باشید
که برای تکرار فصل 1 ساعت درسی در نظر گرفته شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی درس، به شکل تحریری چند دقیقۀ ساعت درسی در نظر گرفته شود طوریکه : با پرسیدن چهار مراحل زیر ارزیابی گردد.

1- حل یک معادله ساده
2- انجام دادن عملیات الجبری در معادله
3- حل معادلات معادل
4- قدم های تشکیل معادله و حل آن

8-8: حل تمرین فصل هشتم

صفحه کتاب (198) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- حل معادله $10 + x = 18$ عبارت است از:

a) -8 b) 8 c) 2 d) 4

حل جزء b درست است.

2- حل معادله $12x + 2(5x + 22) = 0$ عبارت است از:

a) 0 b) 1 c) 2 d) -2

حل جزء d درست است.

3- قدم های حل معادله عبارت است از:

a) درک و فهمیدن

b) انتخاب مجهول و تشکیل معادله

c) دریافت مجهول و امتحان آن

d) همه آن ها

حل جزء d درست است.

4- حل جزء c درست است.

جا های خالی را با کلیمات مناسب پر کنید:

1- قیمت های ، معادله

2- حل های مساوی ، معادلات معادل

3- مجهول

کدام یک از جمله های زیر صحیح و کدام آن غلط است در مقابل جمله صحیح علامه (ص) و در مقابل جمله غلط علامه (غ) بگذارید.

1-ص

2-غ

3-ص

4-ص

سوالات زیر را حل کنید.

1- اجزای حل های سؤال اول:

a) $t + 5 = 2 \Rightarrow t + 5 - 5 = 2 - 5 \Rightarrow t = -3$

b) $x - 9 = -5 \Rightarrow x - 9 + 9 = -5 + 9 \Rightarrow x = 4$

c) $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \Rightarrow x = 1$

$$d)\quad x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow x-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\rightarrow x=2$$

2- حل معادلات سوال دوم:

$$a)\quad 6y=2\Rightarrow \frac{6y}{6}=\frac{2}{6}\Rightarrow y=\frac{1}{3}$$

$$b)\quad -3x=-4\Rightarrow -\frac{3x}{-3}=\frac{-4}{-3}\Rightarrow x=\frac{4}{3}$$

$$c)\quad \frac{x}{2}+1=2\Rightarrow \frac{x}{2}+1-1=2-1\Rightarrow \frac{x}{2}=1\Rightarrow 2\cdot\frac{x}{2}=2\cdot 1\Rightarrow x=2$$

$$d)\quad \frac{3}{t}+1=2$$

برای $t\neq 0$ دو طرف معادله را ضرب t می کنیم:

$$t(\frac{3}{t}+1)=2t\Rightarrow t\cdot\frac{3}{t}+t\cdot 1=2t\Rightarrow t+3=2t\Rightarrow t-t+3=2t-t\Rightarrow t=3$$

$$e)\quad 3(2x-1)=x\Rightarrow 6x-3=x$$

$$6x-3+(3-x)=x+3-x\Rightarrow 6x-x=3\Rightarrow 5x=3$$

$$\frac{5x}{5}=\frac{3}{5}\Rightarrow x=\frac{3}{5}$$

$$f)\quad \frac{1}{2}(4x-1)=\frac{3}{2}\Rightarrow \frac{1}{2}4x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Rightarrow 2x-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\Rightarrow 2x=2\Rightarrow \frac{2x}{2}=\frac{2}{2}\Rightarrow x=1$$

3- اگر از پنج چند یک عدد دو کم شود مساوی به 3 می شود عدد کدام است؟

حل: بیان ریاضیکی به قسم زیر است:

(یعنی اگر از 5 چند عددکم 2 شود 3با قی میماند) $5x-2=3$

که حل معادله فوق به شکل زیر است:

$$5x-2=3\Rightarrow 5x-2+2=3+2$$

$$\Rightarrow 5x=5\Rightarrow \frac{5x}{5}=\frac{5}{5}\rightarrow x=1$$

4- اگر با نصف یک عدد، 4 اضافه گردد مساوی به 8 می شود، عدد کدام است؟

حل: اگر عدد نا معلوم را x بگوییم پس بیان فوق عبارت است از:

$$\frac{1}{2}x+4=8$$

حل معادله به قسم زیر است:

$$\frac{1}{2}x+4=8\Rightarrow \frac{1}{2}x+4-4=8-4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x=4\Rightarrow 2\cdot\frac{1}{2}x=4\cdot 2\Rightarrow x=8$$

میزان: دیده می شود اگر به نصف عدد 8 یعنی 4 ، عدد 4زیاد شود مساوی به 8 می شود.

5- ارتفاع یک مثلث متساوی الساقین مساوی 6 واحد است، طول قاعدهٔ مثلث مذکور چند واحد باشد که مساحت مثلث مساوی به 9 واحد گردد؟

حل: اگر طول قاعده مثلث متساوی الساقین را x بگوییم می توان از روی فورمول مساحت مثلث معادله ریاضیکی آن را به شکل زیر نوشت:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}\ \text{قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$9 = \frac{1}{2}x \cdot 6 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$$

6- محمود 100 افغانی داشت 6 عدد کتابچه خرید، هر گاه از مقدار پول 25 افغانی هنوز باقی مانده باشد، معلوم کنید که محمود هر کتابچه را به چند افغانی خریده است؟

حل: اگر از 100 افغانی 25 افغانی باقیمانده باشد در حقیقت 75 افغانی را 6 کتابچه خریده است اگر قیمت هر کتابچه را به x نشان دهیم داریم:

$$6x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{6}$$

$$x = 12.5$$

7- مجموع دو عدد 30 است اگر یکی آن ها 20 باشد عدد دومی چند خواهد بود؟

حل: عدد دومی را x می نامیم یعنی

$$x + 20 = 30$$

$$x = 30 - 20 \Rightarrow x = 10$$

8- عدد3 با کدام عددی ضرب شود تا حاصل ضرب مساوی به a شود؟

حل: یعنی عددی را دریافت می کنیم که به عدد 3 ضرب شود آن عدد مساوی به عدد a شود. عدد نا معلوم راx می نامیم یعنی

$$x \cdot 3 = a \Rightarrow 3x = a \Rightarrow x = \frac{a}{3}$$

9- اگر فرق بین دو عدد 3 و مجموع آن ها37 باشد اعداد را پیدا کنید؟

عدد بزرگ x

عدد کوچک $37 - x$

$$x - (37 - x) = 3$$

$$x - 37 + x = 3$$

$$2x = 3 + 37 \Rightarrow 2x = 40$$

عدد بزرگ $x = 20$

$\text{عدد کوچک} = 37 - x = 37 - 20 = 17$



فصل نهم: رابطه و تابع

9-1: نقطه در مستوی کمیات وضعیهٔ قایم

صفحهٔ کتاب (201) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم نقطه در مستوی را بدانند. - شاگردان یک نقطه را در مستوی کمیات وضعیه مشخص کرده بتوانند. - شاگردان به هر جورهٔ مرتب در سیستم مخصتات قایم یک نقطه و برعکس به هر نقطه سیستم مختصات یک جوره مرتب را بسازد.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب گروپی و انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته با باز نمودن کتاب توجه شاگران را به ورودی درس جلب نماید و از شاگردان سؤال های زیر را طرح کنید: -آیا هر ستاره برای خود در آسمان جا دارد؟ - آیا شده می تواند به چهار اطراف مهتاب ستاره ها را انتخاب کرد؟ این انتخاب مشابه را در مستوی سیستم مختصات قایم دیده می توانیم برای رسیدن به این هدف فعالیت زیر را انجام دهید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ ها تقسیم و بعد از شاگردان می خواهد که بند بند فعالیت کتاب را انجام دهند. هر بند سطر فعالیت را به دقت بخواند و برای آنها وقت داده شود بعد از ختم کار گروپی نمایندهٔ هر گروپ نتیجه کار خود را برای دیگران بیان می کند در اخیر معلم محترم هم توضیحات دهد. رفتن کودیگک را از نقطهٔ O به B فکر کنید و دوباره از یکنفر شاگرد به شکل انفرادی سؤال شود همین فعالیت برای نکات دیگر هم داده شود. تا شاگردان به محور عمودی و افقی ارتباط راست و چپ بالا و پایین محور فکر کنند تا شاگردان مختصات یک نقطه را که جوره های مرتب اعداد، (فاصله محور x و ترتیب محور y) را نشان بدهند.

در نتیجه از طرف معلم تعریف سیستم مختصات قایم به آواز بلند گفته شده توجه شاگردان را جلب نماید. مختصات تعریف و چند نقطه در آن مشخص کند. به شاگردان گفته شود هر جورهٔ مرتب (x,y) در سیستم مختصات قایم یک نقطه و بر عکس هر نقطهٔ سیستم مختصات یک جورهٔ مرتب مانند (x,y) را می سازد که x فاصله و y را ترتیب نامیده می شود. در اخیر مثال صفحهٔ 203 کتاب توسط معلم به میتود سؤال جواب به روی تخته حل و طریقهٔ دریافت نقطه را در آن واضح سازد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس به شکل انفرادی از شاگردان خواسته شود که سؤال تمرین را اول به کتابچه های خود حل نموده و بعد یک نفر شاگرد عینی مثال را به روی تخته حل کند. معلم در هر دو صورت شاگردان را کمک و رهنمایی کند.

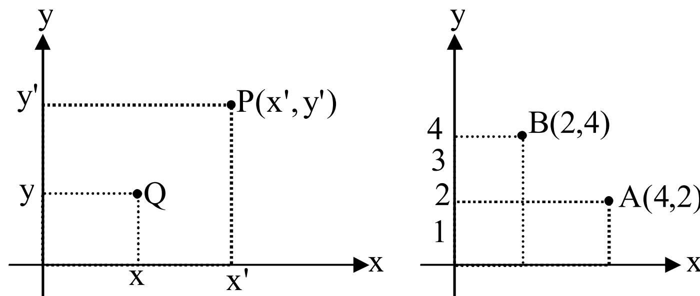
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

معلم به روی تخته سیستم مختصات قایم را رسم و با سؤال های شفاهی شاگردان را ارزیابی کند. نقطه که در مستوی نشان داده شده و یا بر عکس مختصات یک نقطه در سیستم مختصات قایم داده شده باشد آیا در سیستم مخصات قایم دریافت شده می تواند یا نه؟

8- معلومات اضافی برای معلم

توجه کنید هر نقطهٔ $P(x',y')$ در مستوی یک نقطه است اگر از هر نقطه مستوی به محور x عمود رسم کنیم نقطه تقاطع با محور x مختصهٔ اول و اگر به محور y عمود رسم نماییم که نقطه تقاطع با محور y که مختصه دوم جورهٔ مرتب را می دهد.

مثلاً نقطه $B(2,4), A(4,2)$



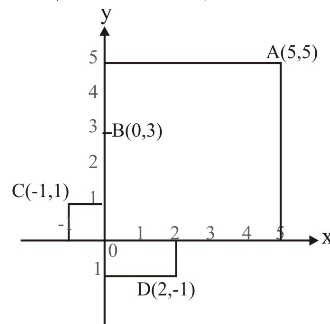
9- جواب به سؤال های تمرین

جوره های مرتب جدول زیر را در گراف نشان دهید.

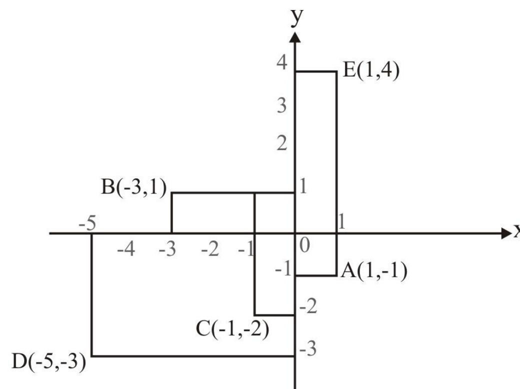
D	C	B	A	نقطه
2	-1	0	5	x
-1	1	3	5	y

$A(5,5)\quad B(0,3)\quad C(-1,1)\quad D(2,-1)$

می توان نقاط نامبرده را در سیستم مختصات قایم به شکل زیر نشان داد:

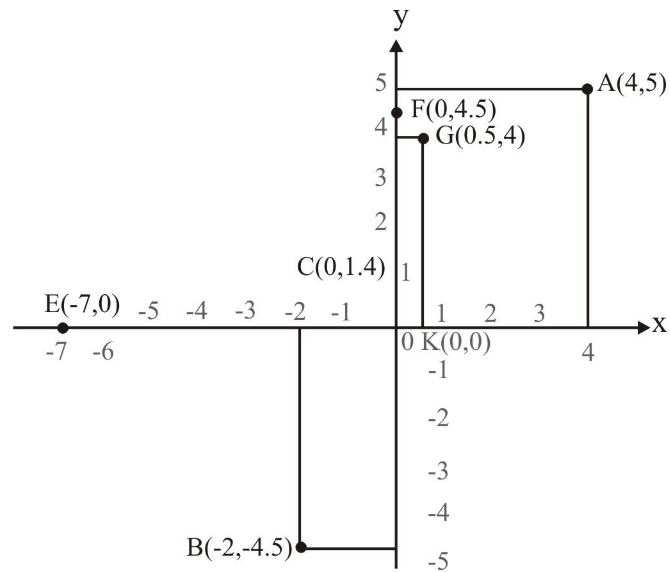


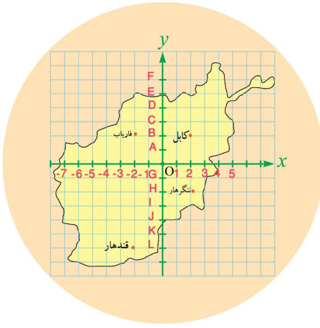
مثال دوم: جا های نقاط $E(1,4)$ $D(-5,-3)$ $C(-1,-2)$ $B(-3,1)$ $A(1,-1)$ را در سیستم مختصات قایم تعیین کنید



جواب سؤال سوم: نقاط زیر را در سیستم مختصات قایم تعیین کنید.

$A(4,5)$ $B(-2,-4.5)$ $G(0.5,4)$ $E(-7,0)$ $F(0,4.5)$ و $k(0,0)$





2-9: مختصات یک نقطه در مستوی

صفحهٔ کتاب:(205)   وقت تدریس: (1 ساعت)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مختصات یک نقطه را درمستوی بدانند.
- مهارتی	- شاگردان مختصات هر نقطه را به روی مستوی انتخاب کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- شاگردان در وقت ضروت از سیستم مختصات قایم استفاده کرده بتوانند.
2- روش های تدریس	سؤال جواب و انفرادی
3- مواد ممد درسی	فلش چارت (تصویر ورودی)
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته توجه شاگردان را به موضوع ورودی جلب نماید. نقشه افغانستان را که قبلاً تهیه شده به روی آن به اعداد و حروف به طرف غرب، شرق ، شمال و جنوب نشانی شده باشد. به تخته آویزان و یک ولایت را نشانی کنید و از شاگردان سؤال کنید که به کدام اندازه به طرف شمال و یا به طرف غرب واقع است، سه با چهار ولایت دیگر را هم از شاگردان سؤال کنید که شمال، جنوب، شرق و غرب به کدام تقاطع واقع است؟ از تقاطع حرف و نقطه یک نقطه افغانستان به وجود می آید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

برای اجرای فعالیت معلم شاگردان را به گروپ های خورد تقسیم نموده و خود شان هر بند فعالیت کتاب را بخواند طوری که همه بشنوند. شاگردان برای اجرای فعالیت و حل آن به شکل دسته جمعی کار می کنند. قبل از شروع بند دیگر جواب درست قبلی بند را به طور انفرادی از یک شاگرد بپرسد.

معلم باید به نتیجهٔ فعالیت تاکید کند. هر نقطه مستوی یک جورهٔ مرتب و هر جورهٔ مرتب به یک نقطه مستوی مطابقت دارد.

در پایان معلم نتیجهٔ فعالیت تمام فعالیت یک بار دیگر توسط یک شاگرد تکراری شود و مثال فعالیت را معلم محترم حل نماید.

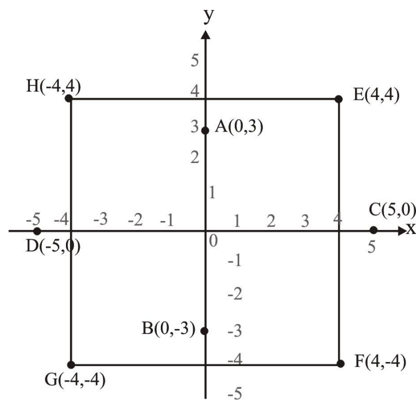
6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مانند مثال کتاب یک سؤال به روی تخته بنویسد. به شکل انفرادی هر شاگرد در کتابچه های خود حل و بعد از طرف یک شاگرد به کمک معلم به روی تخته حل شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

مختصات نقاط $A(3,2)$ $B(4,-5)$ $C(-1,2)$ را به روی تخته بنویسد از شاگردان بخواهید که در کتابچه های خویش حل در ختم فعالیت کتابچه را ملاحظه نماید. در صورت مشکلات کمک و رهنمایی کنید.

8- معلومات اضافی برای معلم



نقاط زیر را در سیستم مختصات قایم نشان دهید:

1- نقطه A که فاصله آن صفر و ترتیب آن 3+ است.

2- نقطه B که فاصله آن صفر و ترتیب آن 3- است.

3- نقطه C که فاصله آ ن 5+ و ترتیب آن 0 است.

4- نقطه D که فاصله آن 5- و ترتیب آن هم 0 است.

5- نقطه E که فاصله آن 4+ و ترتیب آن 4+ است.

6- نقطه F که فاصله آن 4+ و ترتیب آن 4- است.

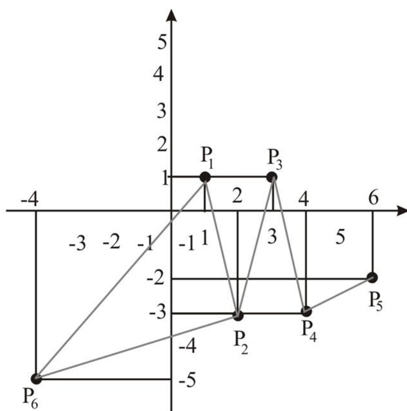
7- نقطه G که فاصله آن 4- و ترتیب آن 4- است.

8- نقطه H که فاصله آن 4- و ترتیب آن 4+ است.

9- جواب به سؤال های تمرین

جواب سؤال اول : نقاط زیر را در سیستم مختصات قایم مشخص و با هم وصل کنید.

$P_1(1,1)\quad P_2(2,-3)\quad P_3(3,1)\quad P_4(4,-3)\quad P_5(6,-2)\quad P_6(-4,-5)$

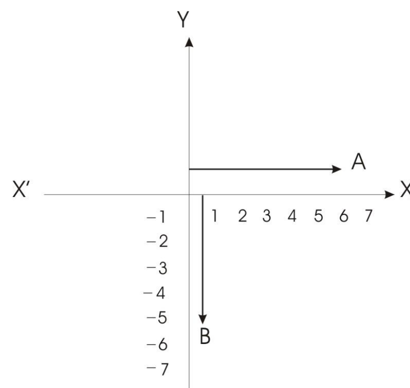


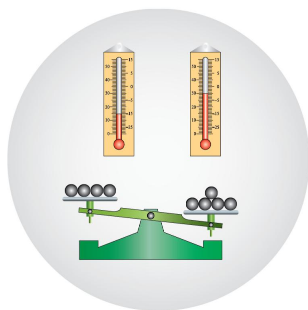
جواب سؤال دوم :

مختصات نقاط زیر را دریافت کنید:

A) نقطه روی محور x از مبدا به طرف راست 6 واحد فاصله داشته باشد.

B) نقطه روی محور y ازمبدا به طرف پایین 5 واحد فاصله داشته باشد.





9-3: مجهول و متحول

صفحۀ کتاب(207) **وقت تدریس (1 ساعت)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم مجهول و متحول را بدانند. - شاگردان در یک معادله و مساوات مجهول و متحول را فرق کرده و نشان داده بتوانند. - شاگردان در مسائل روزانه از مجهول و متحول کار بگیرند.
2- روش های تدریس	انفرادی و گروپی، سؤال جواب
3- مواد ممد درسی	فلش چارت (تصویر ورودی)
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی ارزیابی درس گذشته و ارتباط درس گذشته با درس جدید با نشان دادن تصویر ورودی درس جدید چنین آغاز نماید. ببینید یک ترمامیتر که درجه حرارت را ثبت می کند ممثل یک متحول است و ترازو که وزن شي را تعیین می کند یک معادله و یا مساوات را ارائه می نماید طوری که قیمت نامعلوم در آن دریافت می شود، که این دو مطلب برای انجام فعالیت زیر انگیزۀ خوب شده می تواند

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

برای اجرای فعالیت، شاگردان را به گروپ های خورد تقسیم نماید و معلم برعلاوه به کمک و کنترول هر بند فعالیت را اول به آواز بلند می خواند و به اجرای فعالیت شاگردان را رهنمایی میکند.

$$2\cdot\square+\square=9$$

بعد از انجام کار گروپی نمایندۀ هر گروپ کار گروپ خود را برای دیگران توضیح می دهد در اخیر معلم هم برای شاگردان به میتود سؤال جواب چنین توضیح دهد در خانه اول برای انتخاب قیمت خانه خالی امکانات زیاد وجود دارد؛ یعنی می توان هر قیمت را انتخاب کرد که در این صورت برای تعیین عدد اول درست اعداد حقیقی امکانات زیاد وجود دارد. یا به عبارۀ دیگر کدام عدد را ضرب 2 و با این حاصل ضرب 2 جمع کنیم که مساوی به 9 شود به دادن قیمت به خانه اول می توانیم قیمت مجهول یا خانه دوم را دریافت کرد . در اخیر مثال صفحۀ 106 کتاب، که تکمیل جدول است توسط شاگردان به نوبت پر شده و آن ها را در اثنای کار شان کمک و رهنمای کنید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس، مثا ل کتاب مانند $3x-y=4$ را به روی تخته بنویسید.

از شاگردان دعوت نمائید ، که به قسم انفرادی حل سؤال را در کتابچه های خود انجام دهند در این حالت معلم کار شاگردان را کنترول و رهنمایی می کند. درختم فعالت از یک شاگرد می خواهید که آن را به روی تخته حل کند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

مانند مثال کتاب دو سؤال را به روی تخته بنوسید. از آنها بخواهید که درکتابچه های خویش حل کنند. در ختم فعالت حل کتابچه ها را به بینید. که درست اند یا خیر ؟

8- معلومات اضافی برای معلم

اگر در یک معادله و یا در یک افاده الجبری برای یک حرف امکان انتخاب اعداد حقیقی زیاد موجود باشد دراین صورت حرف به نام متحول یاد می شود.

اگر در یک معادله یا مساوات برای دریافت قیمت حرف که در مساوات توازن عددی را به وجود بیاورد به نام مجهول یاد می شود. در هر تابع $y = f(x)$ معمولاً x متحول و y برای قیمت های جداگانه یا مختلف x در تابع به نام مجهول یاد می شود.

به طور مثال: در معادله $y = 2x + 1$ ، x متحول است زیرا که امکان گرفتن هر قیمت را دارد. اما y تابع است که برای قیمت های مختلف x ، y قیمت می گیرد. به طور مثا ل اگر $x=0$ باشد پس $y = 1$ می شود.

9- جواب به سؤال های تمرین

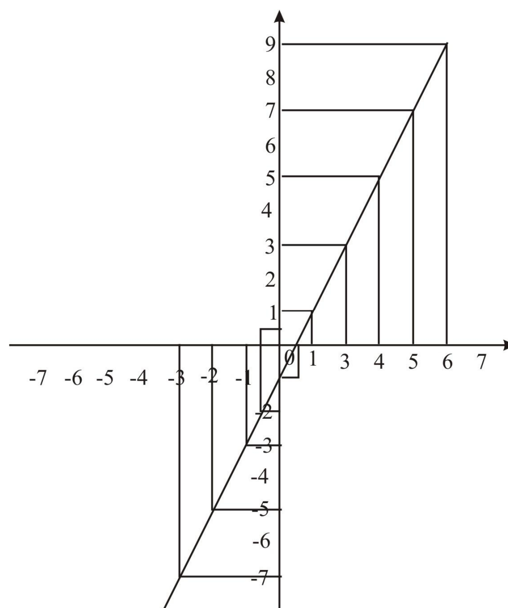
جواب سؤال: فرق یک متحول و مجهول در این است که متحول در یک افادۀ الجبری و یا در یک معادله امکان گرفتن قیمت ها زیاد را دارد به نام متحول یاد می شود. مگر مجهول برای یک معادله یا مساوات تنها یک قیمت دارد.

به طور مثال: برای تابع $y = -2x + 1$ ، x هر را گرفته می تواند پس بدین ترتیب در این حالت x یک متحول اما در صورتی که $y=0$ را در نظر بگیریم در این صورت در معادله $-2x + 1 = 0$ ، x مجهول است که قیمت یا حل آن $x = \frac{1}{2}$ می شود.

جواب سؤال دوم:

حل: در مساوات $2x - y = 1$ جدول را در نظر گرفته گراف آن را رسم کنید.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
y	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	0	-2



جواب سؤال سوم: در معادله $2x - y = 7$ برای متحول x در جدول زیر قیمت های مختلف داده شده مجهول y را بـه دست آورید.

$$2x - y = 7$$

$$x = -3 \Rightarrow 2(-3) - y = 7 \Rightarrow y = -13$$

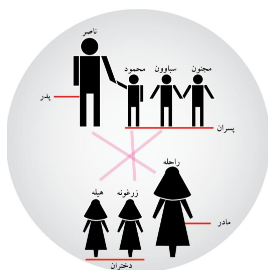
$$x = -2 \Rightarrow 2(-2) - y = 7 \Rightarrow y = -11$$

$$x = -1 \Rightarrow 2(-1) - y = 7 \Rightarrow y = -9$$

$$x = 1 \Rightarrow 2(1) - y = 7 \Rightarrow y = -5$$

$$x = 2 \Rightarrow 2(2) - y = 7 \Rightarrow y = -3$$

x	−3	−2	−1	1	2
y	−13	−11	−9	−5	−3



4-9: رابطه

صفحۀ کتاب:(209) **وقت تدریس: (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم و معنی رابطه را بدانند. - شاگردان رابطه بین اعضا دو ستون را دریافت و آن را نشان داده بتوانند. - شاگردان مفهوم رابطه را در مسائل حیات روزمره تطبیق کنند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی نکات مهم درس گذشته را از شاگردان بپرسد. بعد درس جدید را طوری شروع کند. که توجه شاگردان را به موضوع ورودی صفحۀ 209 کتاب جلب نماید و از شاگردان بپرسد چه نوع ارتباط یا رابطه وجود دارد. در تصویر اعضای فامیل را می بینید و در بین آن ها بدین ترتیب این طور رابطه یک انگیزۀ خوب درس بوده و درس را آغاز نماید.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ های که تعداد آن از 5 نفر زیاد نباشد تقسیم و ظیفه می دهد که فعالیت را در گروپ ها کار کنند.

- در ختم فعالیت نمایندۀ هر گروپ به روی تخته از فعالیت گروپ خویش به دیگران معلومات دهد.

- بعد از ختم کارگروپی یک شاگرد را روی تخته بخواهد و قدم به قدم به میتود سؤال و جواب فعالیت را تشریح کند.

درختم فعالیت، معلم به صورت عمومی نتیجه را تشریح کند و بگوید رابطه که بین عناصر دو ، ست به کمک عملیه ریاضی و یا کدام رابطه دیگر اجتماعی به وجود می آید رابطه نامیده می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس معلم مثال های بعد از فعالیت را به روی تخته نوشته به میتود سؤال و جواب ، آنها را حل کند. درصورت مشکلات معلم شاگردان را کمک می کند در هر دو مثال که عناصر یک ست به عناصر ست دیگر رابطه د ارد اول توسط دیاگرام و بعد به سیستم مختصات قایم رسم شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی درس به کمک یک رابطه به طور مثال $y = 2x + 1$ که ست اعداد حقیقی دو باره به ست اعداد حقیقی یک رابطه خطی دارد.

مثلاً اگر $x = 1$ شود $y = 3$ به دست می آید به همین ترتیب به قیمت های $x = 3,4,5,6$ قیمت های رابطه توسط شاگردان دریافت شود.

8- معلومات اضافی برای معلم:

رابطه به سه شکل زیر تقسیم شده:

1- رابطه انعکاسی: آن رابطه را می گویند که عین رابطهٔ یک عنصر است با خود داشته باشند مثلاً موضوع رابطهٔ برادری انعکاسی نیست از خاطری که هیچکس برادر خود شده نمی تواند و مشابهت رابطه انعکاسی است از خاطریکه هر مثلث مشابه خود است.

2- رابطه تناظری: اگر یک رابطهٔ معین بین x و y ترتیب عین رابطه بین y و x رابطه موجود باشد رابطه تناظری است؛ مثلاً رابطهٔ برادری تناظر نیست از خاطری که زلمی برادر مسکا ا ست. اما مسکا برادر زلمی نیست. یا مشابست رابطه تناظری است از خاطری که شکل A مشابه به 'A است و'A مشابه به A است.

3- رابطه انتقالی: اگر یک ارتباط از x و y و از y و z موجود باشد از آن قسمی نتیجه گرفته می شود که بین x و z هم عین رابطه موجود می باشد، کمه این یک رابطه انتفالی است مثلاً برادری رابطه انتقالی است.

9- جواب به سؤال های تمرین

یک ست 5 عنصره از نام های همصنفان تان و یک ست 5 عنصره از میوه های مختلف به شکل زیر است:

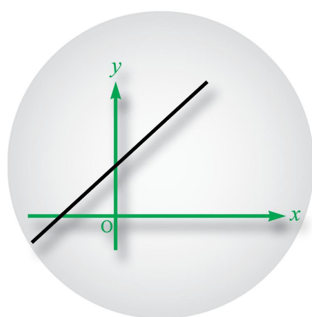
A= { فاطمه، مسکا، هیله، نیلوفر، لیمه }

B= { زردآلو، سیب، آلوبالو، شفتالو، گیلاس }

اسم کسی که میوه مورد علاقه را خوش دارد مانند یک رابطه به شکل زیر است (گیلاس، لیمه) ، (شفتالو، نیلوفر)، (آلوبالو، هیله)، (سیب، مسکا)، (زرد آلو، فاطمه)

جواب سؤال دوم: جذرالمربع اعداد 1,2,3,4,5,6,8 عبارت است از:

$$\sqrt{1} = \pm 1$$
$$\sqrt{4} = \pm 2$$
$$\sqrt{9} = \pm 3$$
$$\sqrt{16} = \pm 4$$
$$\sqrt{25} = \pm 5$$
$$\sqrt{36} = \pm 6$$
$$\sqrt{64} = \pm 8$$



5-9: رابطۀ خطی

صفحۀ کتاب:(211) **وقت درس: (1 ساعت)**

2- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم رابطه خطی را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان ارتباطی که بین رابطه و متحول وجود دارد نشان داده وگراف آن را رسم کرده بتوانند.
- ذهنیتی	-شاگردان مسائل روزمره زنده گی را به ارتباط رابطۀ خطی شناخته و تطبیق کنند.
3- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی، گروپی
4- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
5- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم صاحب بعد از سلام و احوالپرسی شاگردان را با پرسیدن چند سؤالات کوتاه درس گذشته ارزیابی نموده بعد شاگردان را متوجه ورودی درس جدید سازید و سؤا لات را به ارتباط گراف مطرح نمایید. بعد نتیجه آن را چنین توضیح کنید : تمام آن رابطه هایی که بین x و y وجود دارد گراف آن عبارت از خط مستقیم است که به نام رابطۀ خطی یاد می شود این سؤال در درس رابطه خطی برای شاگردان یک انگیزۀ خوب شده می تواند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ ها تقسیم می کند و از شاگردان می خواهد که فعالیت را در بین گروپ های خود به مشورت یکدیگر تحقیق وکار کنند. بعد از چند دقیقه که شاگردان بین خود مشوره و فعالیت را انجام دارند فعالیت معلم هر بند فعالیت را جداجدا به آواز بلند می خواند و به شکل انفرادی به طوری سؤال و جواب برای هر بند فعالیت جواب درست را از شاگردان دریافت می کند. بعد یک شاگرد را به روی تخته بخواهد تا تمام قعالیت را به شکل انفرادی به کمک معلم انجام دهد.

مثال اول صفحۀ 210 کتاب توسط شاگردان روی تخته حل شود در وقت حل کردن مثال معلم یک بار از روی جدول گراف را رسم کند و به شاگردان نشان دهد که گراف آن رابطه یک خط مستقیم است. که بدین مناسبت به نام رابطۀ خطی یاد می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال دوم که بعد از فعالیت کتاب، به ارتباط رابطه غیر خطی است در صنف به قسم انفرادی توسط یک شاگرد روی تخته حل شود در صورت مشکلات در حل مثال شاگرد را کمک کنید.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی معلم مانند مثال ارتباط بین x و y را از رابطه $y = 2x - 1$ که باهم چه ارتباط دارد سؤال می کند؟

جواب این سؤال را از شاگردان می پرسید درباره جدول وترسیم گراف آن از شاگردان سؤال نمایید.

8- معلومات اضافی برای معلم

معلم باید بدانند برای رسم گراف رابطۀ خطی اگر دو نقطۀ سیستم مختصات قایم را هم داشته باشیم می توانیم رسم نماییم و همچنان اگر با زیاد شدن متحول قیمت های رابطه خطی هم زیاد شود، این رابطه یک رابطۀ متزاید و با ازدیاد قیمت های متحول قیمت های رابطه خطی کم شود رابطه متناقص نامیده می شود هرگاه با ازدیاد قیمت های متحول به قیمت های رابطه باهم مساوی شود. رابطه ثابت نامیده می شود.

9- جواب به سؤال های تمرین

سؤال اول: طول یک فنر در حالی که وزن به آن آویزان نشده است 10cm است هرگاه وزن m کیلو گرام را به آن بیاویزیم طول فنر توسط رابطه $L = 10 + 0.5xm$ افزایش می یابد.

a- برای وزن 4 کیلو گرام طول فنر چند است؟

b- چه مقدار وزن در فنر آویزان نماییم تا طول فنر به 15 سانتی متر برسد.

حل جز a:

$$L = 10 + (0.5) \cdot m$$
$$m = 4kg$$
$$L = ?$$
$$L = 10 + (0.5).4 = 10 + 2 = 12cm \Rightarrow L = 12cm$$

یعنی به وزن 4kg طول فنر به 12cm می رسد.

حل جز b:

$$L = 10 + (0.5).m \qquad 15 = 10 + (0.5)m \Rightarrow 15 - 10 = 0.5m \Rightarrow \frac{5}{0.5} = 10kg$$
$$L = 15cm \qquad m = 10\,kg$$
$$m = ?$$
$$L = 10 + (0.5)m$$

یعنی اگر طول به 15cm برسد در این صورت به فنر مذکور وزن 10kg به آن آویزان شده است.

سؤال دوم: طول یک سوسمار نوزاد 30cm است هرگاه سالانه به طور وسطی 22cm به طول نوزاد اضافه شود پس درچه زمانی طول سوسمار به 96cm می رسد؟

حل:

طول سوسمار نوزاد = 30cm

بعد از یک سال = $(30 + 22)cm = 52cm$

می دانیم طول قد سوسمار به شکل زیر است:

سال	پس از یک سال	پس از دو سال	پس از سه سال
طول سوسمار	$30 + 22 = 52$	$52 + 22 = 74$	$74 + 22 = 96$

از جدول دیده می شود که طول سوسمار بعد از سه سال به 96cm می رسد.

$$L = 30 + 22t$$

$$96 = 30 + 22t \Rightarrow 22t = 96 - 30$$

$$t = \frac{96 - 30}{22} = \frac{66}{22} = 3$$

بدین ترتیب طول سوسمار بعد از 3 سال به 96 سانتی متر می رسد.



6-9: تشکیل رابطه های خطی

صفحهٔ کتاب:(211) **وقت درس: (1 ساعت)**

2- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم تشکیل رابطه خطی ر ا بدانند. - شاگردان از روی متن رابطه خطی گراف رابطه خطی را رسم کرده بتوانند. - شاگردان از روی گراف روابط خطی را به سیستم مختصات قایم در حیات روزمره تحلیل کرده بتوانند.
3- روش های تدریس	انفرادی ، گروپی، سؤال و جواب
4- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
5- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام ، احوالپرسی، و ارزیابی درس گذشته شاگران را به موضوع ورودی درس متوجه می سازد که رابطه بین فروش و مفاد پوقانه ها را تحقیق کنند و بگویند که رابطه نامبرده چی نوع رابطه است؟ معلوم است که رابطه فوق یک رابطه خطی بوده نظر به تعداد پوقانه ها بین تعداد پوقانه های خریده شده و فروخته شده یک نسبت وجود دارد که از مقایسه آن مفاد و نقص محاسبه شده می توانند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم شاگردان را به گروپ ها تقسیم مینماید و از آن ها می خواهید فعالیت را طوری انجام دهند که در سیستم مختصات قایم به ارتباط تعداد پوقانه ها درباره فروش و مفاد آن در یک سیستم گراف را جدا جدا رسم کنند.

برای انجام این کار برای هر گراف در کتاب جدول ها به قسم فعالیت داده شده شاگردان را به گروپ ها تقسیم نمایید. که اول آن را تکمیل و بعد گراف ها را بصورت جداگانه رسم کنند دو شاگرد را به مقابل تخته بخواهند تا این که یک شاگرد گراف فروش و دیگری آن گراف خرید را رسم کند و هم چنان از روی جدول فعالیت داده شده گراف فایده و فروش را هم رسم کند. در نتیجه از روی گراف معادله می توان مفاد و ضرر را به خوبی بررسی کرد.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس یک سؤال مانند تمرین داده شود. جدول را در کتابچه های خویش تکمیل و بعد گراف آن را رسم کنند معلم کمک و رهنمایی نماید .

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی مثال را که بعد از فعالیت آمده به شکل انفرادی به روی تخته توسط شاگردان حل و ارزیابی شوند.

8- معلومات اضافی برای معلم

که به کمک رابطهٔ خطی معادله را ترتیب و حل آن را دریافت کرد.

مثال: نسرین 20 افغانی زیادتر نظر به انجیلا دارد هرگاه مجموع دارایی هر دوی آنها 400 افغانی باشد هر کدام چند افغانی دارد.

حل: از متن می دانیم که رابطه ذیل وجود دارد.

$x =$ نسرین

$y =$ انجیلا

$$x = y + 20 \ldots\ldots\ldots\ldots I$$

$$x + y = 400 \ldots\ldots\ldots\ldots II$$

قیمت x را در رابطه II وضع می کنیم:

$$y + 20 + y = 400 \Rightarrow 2y = 400 - 20 \Rightarrow 2y = 380$$

$$y = \frac{380}{2} = 190$$

قیمت y را در رابطه I وضع می کنیم قیمت x به دست می آید:

$$x = 190 + 20$$

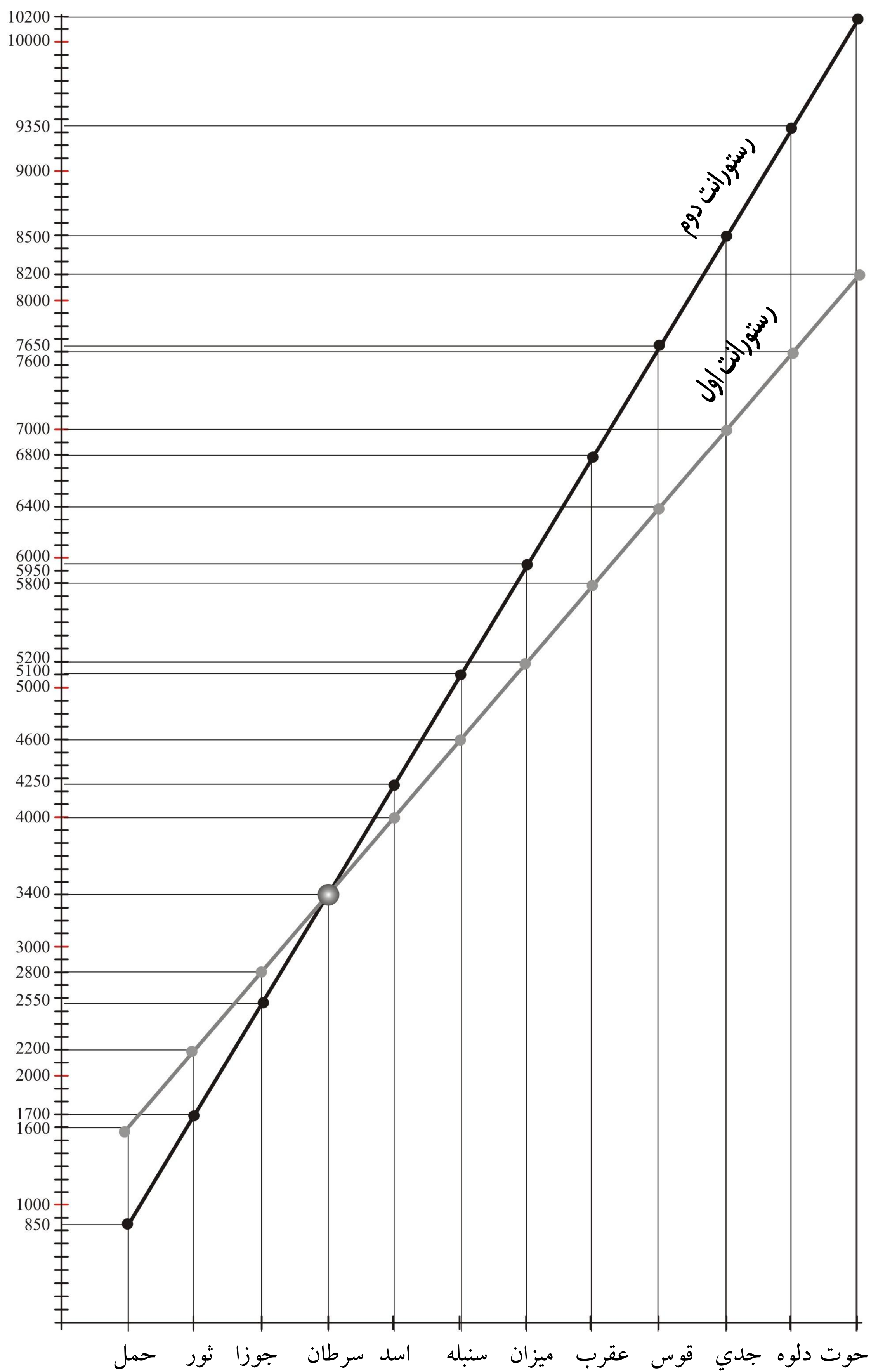
$$x = 210$$

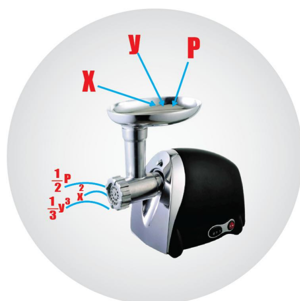
این قیمت ها از روی تقاطع گراف ها نیز به دست می آید.

9- جواب به سؤال های تمرین

ماه	حمل	ثور	جوزا	سرطان	اسد	سنبله	میزان	عقرب	قوس	جدی	دلوه	حوت
رستورانت اول	1600	2200	2800	3400	4000	4600	5200	5800	6400	7000	7600	8200
رستورانت دوم	850	1700	2550	3400	4250	5100	5950	6800	7650	8500	9350	10200

رستورانت اول به مفاد شرکت است. زیرا از گراف زیر دیده می شود که بعدا از ماه سرطان مصرف رستورانت دوم نسبت به اول زیادتر است.


10200
10000
9350
9000
8500
8200
8000
7650
7600
7000
6800
6400
6000
5950
5800
5200
5100
5000
4600
4250
4000
3400
3000
2800
2550
2200
2000
1700
1600
1000
850
رستورانت دوم
رستورانت اول
حمل
ثور
جوزا
سرطان
اسد
سنبله
میزان
عقرب
قوس
جدي
دلوه
حوت



7-9: تابع

صفحهٔ کتاب(213) **وقت درس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید مفهوم و تعریف تابع را بدانند.
- مهارتی	-شاگردان فرق بین رابطه و تابع را در سؤالات کرده بتوانند.
ذهنیتی	- شاگردان تشکیل تابع را به اساس ریاضیکی در حیات روزمره به کار به برند.
2- روش های تدریس	انفرادی، گروپی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی (5) دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته توجه شاگردان را به تصویر ورودی جلب نموده و از شاگردان به شکل سؤال و جواب بپرسد، بعد بگوید طوریکه به تصویر چی می بینید ؟ که از ماشین، گوشت به شکل کوفته تیر برآید و شکل آن را تغییر می دهد به همین ترتیب در ریاضی هم تابع شکل حروف و متحولین به تغییر نمی کند.این مسأله برای تابع مثال خوب و انگیره برای درس شده می تواند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم درمرحله اول شاگردان را به گروپ های خورد تقسیم نموده. فعالیت را به دقت خوانده و شاگردان به جواب های آن فکر کنند. بعد به طور انفرادی برای حل هر جزء فعالیت، شاگردان را به روی تخته بخواهد تا این که به کمک معلم بند بند فعالیت را حل کنند و معلم به میتود سؤال و جواب توضیحات دهد. بعد توجه شاگردان را به جدول جلب نموده بگوید دیده می شود که وقت یا زمان به حرف t نشان داده شده است یعنی محور y و متحول دیگر یعنی x فاصله را به محور افقی در نظر گرفته شده در گراف دیده می شود که با گذشت زمان یک فاصله طی می شود t به حیث متحول مستقل x فاصلهٔ تابع شمرده می شود. در پایان فعالیت به این نتیجه می رسیم رابطه بین عناصر دو ست را وقتی تابع می گویند که به هر قیمت متحول یک قیمت جداگانه ارتباط داشته باشد.

ساحه را که متحول قیمت می گیرد، ناحیهٔ تعریف تابع یا Domain و آن قیمت های تابع، که بعد از عملیه ریاضی متحول از ناحیه تعریف قیمت می گیرد. به نام قیمت های تابع یا کودومین Codomain یاد می شود.

هر گاه D ناحیهٔ تعریف و C ساحهٔ قیمت های تابع باشد در این صورت y تابع x نامیده می شود. چنین نوشته می شود:

$$D \longrightarrow B$$
$$F: \quad x \longrightarrow y = f(x)$$

$y = f(x)$ هم نوشته می شود که y تابع x است. در این صورت هر رابطه خطی که برای هر قیمت متحول به ساحه قیمت های تابع یک تصویر داشته باشد به نام تابع خطی یاد می شود.

درپایان مثال های صفحهٔ 214 کتاب توسط شاگردان داؤطلب به روی تخته به کمک معلم به میتود سؤال و جواب کار شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس معلم سؤال های مانند مثال کتاب یعنی : $f(x) = 3x - 1$ به روی تخته می نویسد و از شاگردان می خواهد به شکل انفرادی به کتابچه های خود حل، ناحیه تعریف تابع و ناحیه قیمت ها یا کودمین را دریافت کنند.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

معلم محترم به ارتباط فرق بین رابطه و تابع و به همین ترتیب برای دریافت ناحیه تعریف و ناحیه قیمت های تابع از شاگردان سؤالات را مطرح و به روی تخته بنوسید و به شکل انفرادی جواب سؤالات را بر روی تخته توسط شاگردان دریافت نمایید.

8- معلومات اضافی برای معلم:

رابطه که از ناحیهٔ تعریف D نقطه هرگاه ناحیه D به یک عنصر ناحیه قیمت های C رابطه داشته باشد. یک قیمت یا عنصر از ناحیهٔ قیمت ها c را ترتیب کند به نام تابع (f) یاد می شود و چنین نوشته می شود:

$$F : x \to f(x) , \quad x \in D \ , \ f(x) \in C$$

و $y = f(x)$ به نام رابطه تابع یاد می شود.

مثال 1: هر موتر تنها و تنها یک نمبرپلیت دارد بدین ترتیب این قسم رابطه یک تابع است.

2- $f : x \to x^2$ و یا $y = f(x) = x^2$ یک تابع است از خاطری که به هرعدد حقیقی یک عددی که مربع آن عدد است مانند: $1 \to 1$, $2 \to 4$, $-2 \to 4$,... رابط دارد. این رابطه یک تابع شده می تواند

3- بر عکس مثال دوم مربع هر عدد به یک عدد نقش می شود یعنی $f : x^2 \to x$ یک تابع نیست زیرا که هم 3 و هم 3- به عدد 9 ارتباط دارد پس این یک رابطه شده می تواند.

9- جواب به سؤال های تمرین

آیا تابع $f(x) = \frac{4}{3}x$ برای قیمت های داده شده $D = \{0,1,2,3,-3\}$ یک تابع است؟

حل: دیده می شود که:

$$f(0) = \frac{4}{3} \cdot 0 = 0 \qquad f(1) = \frac{4}{3} \cdot 1 = \frac{4}{3}$$

$$f(2) = \frac{4}{3} \cdot 2 = \frac{8}{3} \qquad f(3) = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4$$

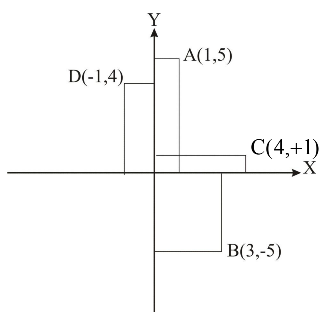
$$f(-3) = \frac{4}{3} \cdot (-3) = -4$$

یک تابع است زیرا که برای هر قیمت متحول یک تصویر وجود دارد و در این حالت ست قیمت های تابع $C = \{0, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, 4, -4\}$ است طوری که $D = \{0,1,2,3,-3\}$ ناحیه تعریف یا دومین تابع است.

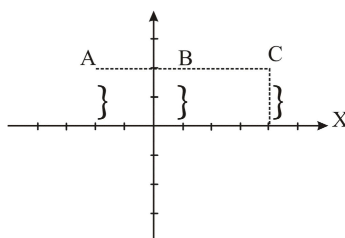
جواب سؤال اول: نقاط زیرا را در سیستم مختصات قایم تعیین کنید:

$A(1,5)$, $B(3,-5)$, $C(4,+1)$, $D(-1,4)$

حل:

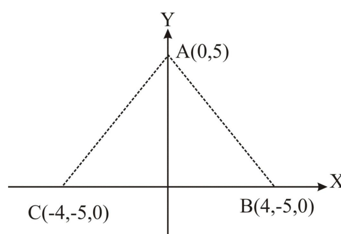


جواب سؤال دوم: سه نقطه مختصات قایم را قسمی دریافت کیند که ترتیب های آنها مساوی باشند و یکی بالای دیگر واقع نه باشد.



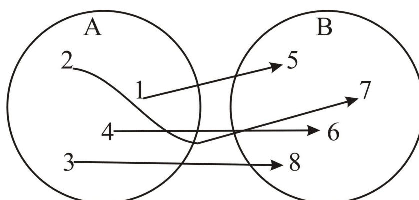
که ترتیب هر سه نقطه B , A و C باهم مساوی است.

جواب سؤال سوم: مثلث متساوی الساقن که یک رأس آن $(0,5)$ و رأس های دیگر آن به محور x قسمی واقع است که قاعده شان 9 واحد باشد.



جواب سؤال چهارم: یک رابطه بین عناصر ست ها را توسط گراف وین رسم کنید.

ست های دادشده.



جواب سؤال پنجم: برای هر عنصر x ست A هر عنصر y ست B عبارت است از $x < y$

$$\{x < y : x \in A \wedge y \in B\}$$

جواب سؤال ششم: معادله زیر را حل کنید:

a) $5x - 5 = 5$

$$5x \underbrace{-5+5}_{0} = 5+5 \Rightarrow 5x = 10$$

هر دو طرف معادلۀ فوق به عدد 5 تقسیم شود:

$$\frac{5x}{x}=\frac{10}{5}\Rightarrow x=2$$

b)

$$3x+8=23$$

$$3x+8-8=23-8\Rightarrow 3x=15$$

اطراف معادله فوق را به عدد 3 تقسیم نموده به دست می آید:

$$3x=15\Rightarrow \frac{3x}{3}=\frac{15}{3}\Rightarrow x=5$$

c)

$$7x-2=19$$

$$7x-2+2=19+2\Rightarrow 7x=21$$

اطراف معادله فوق را تقسیم عدد 7 می کنیم:

$$7x=21\Rightarrow \frac{7x}{7}=\frac{21}{7}\Rightarrow x=3$$

d)

$$x+\frac{1}{2}=4$$

به اطراف عدد $(-\frac{1}{2})$ را جمع می کنیم:

$$x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=4-\frac{1}{2}\Rightarrow x=\frac{7}{2}$$

جواب سؤال هفتم: نرگس از مادر خود 25 سال خورد است مجموعۀ عمر نرگس و مادرش 41 سال است نرگس چند ساله است؟

حل: اگر عمر نرگس را به x بگوییم ، پس عمر مادرش x+25 است.

$$x+(x+25)=41$$

$$x+(x+25)=41\Rightarrow 2x+25=41$$

به اطراف عدد (25−) را جمع می کنیم:

$$2x+\underbrace{25-25}_{0}=41-25$$

$$2x=16$$

اطراف معادله را تقسیم عدد 2 نموده به دست می آید:

$$\frac{2x}{2}=\frac{16}{2}\Rightarrow x=8$$

حالا اگر به معادله اول به جای x قیمت آن را بگذاریم به دست می آید:

عمر مادر $8+25=33$

جواب سؤال هشتم: زلمی و نصیر 36 جلد کتاب مطالعه کرده اگر زلمی از نصیر 6 جلد کتاب زیادتر مطالعه کرده باشد معلوم کنید هر کدام چند جلد کتاب خوانده اند؟

حل: هرگاه تعداد کتاب های خوانده شده را به x و تعداد کتاب های خوانده شده نصیر را $x-6$ بگوییم پس معادله آن را به شکل زیر نوشت:

$$x+(x-6)=36$$

$$x + x - 6 = 36$$

یا :

$$2x - 6 = 36$$

$$2x = 42 \quad \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{42}{2} \Rightarrow x = 21$$

$x = 21$ تعداد کتاب های که زلمی مطالعه کرده است

$15 = 21 - 6 =$ تعداد کتاب های که نصیر مطالعه کرده است

جواب سؤال نهم: از یک توپ تکه 30 متره، 7 جوره لباس ساخته شده و 2 متر تکه آن باقیمانده است دریافت کنید که به هر جوره لباس چند متر تکه مصرف شده است.

حل: هرگاه تکه مصرف شده یک جوره لباس را x متر بگویم پس برای یک توپ تکه می توان نوشت:

$$7x + 2 = 30$$

اطراف معادله عدد 2- را جمع می کنیم:

$$7x + \underbrace{2 - 2}_{0} = 30 - 2$$

$$7x = 28$$

اطراف معادله را تقسیم 7 می کنیم:

$$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7} \Rightarrow x = 4$$

یعنی برای هر جوره لباس 4 متر تکه ضرورت است.

جواب سؤال دهم: اگر به 3 چند یک عدد 4 جمع شود. عدد 10 به دست می اید عدد چند است؟

حل: هرگاه عدد مذکور را x بگوییم پس می توان معادله ذیل را تشکیل داد.

$$3 \cdot x + 4 = 10$$

به طراف معادله (4-) جمع می نماییم:

$$3x + 4 - 4 = 10 - 4$$

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

عدد مذکور عبارت از 2 است

جواب سؤال یازدهم: اگر از دو چند عدد 5 کم شود نتیجه مساوی به خود عدد می شود عدد چند است؟

حل: هرگاه عدد را x بگوییم پس می توان برای بیان فوق معادله ذیل را تشکیل کرد.

$$2x - 5 = x$$

به دو طرف معادله $(x-)$ جمع کرده به دست می آیید:

$$2x - 5 - x = x - x$$

$$\Rightarrow (2x - x) - 5 = 0 \Rightarrow x - 5 = 0$$

به دو طرف معادله عدد 5 جمع می کنیم:

$$x - 5 + 5 = 0 \Rightarrow x = +5$$

یعنی عدد نامبرده که از دو جند آن عدد 5 کم شود مساوی به 5 است.



فصل دهم: احصائیه

10-1: جدول کثرت Data منفصل (مجزا) یا غیر پیوسته

صفحهٔ کتاب (221)　　　وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم Data منفصل یا مجزا را از هم بدانند. - جدول کثرت Data مجزا را ترتیب کرده بتوانند. - دسته بندی جدول کثرت Data مجزا را با مثال ها تطبیق کنند.
3- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی
4- مواد ممد درسی	فلش چارت
5- توضیح ورودی 5 دقیقه	معلم محترم بعد از سلام و احوالپرسی از شاگردان در طول راه کابل، مزار شهر ها و قریه های که واقع است. سؤال می کند هر قدر مناطق که در طول راه واقع است فهرست کنید به همان اندازه به جزئیات میروید. به همان اندازه شاگردان در طول راه به نام های نا شناخته خوش می شوند. هر قدر که به نام شهر های بزرگ و مناطق معلومات جمع آوری شود مطلب آسان و زود قابل فهم می شود این قسم Data برای ترتیب و تنظیم رول مهم دارد که در فعالیت زیر میبینند.

6- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

برای اجرای فعالیت معلم Data را که از یک صنف ریاضی 40 نفر داده شده بر روی تخته نوشته قابل توجه برای شاگردان که نمره از 5-100 است. دیده می شود که بین هر دو نمره یا Data عدد های دیگر هم است که دو Data را از هم جدا می سازد. بدین ترتیب دیده می شود که Data غیر پیوسته است. هرگاه معلومات Data طوری باشد که در بین هر عدد عددی دیگر قرار نداشته باشد، مانند مثال که در مضمون ریاضی نمره گرفته اند این قسم Data را جدا شده یا یاد می کند. این موضوع را معلم محترم باید به روی تخته تشریح کند.

بعداً از شاگردان انفرادی سؤال شود که از 9 -0 یا 19-10 به همین ترتیب چند شاگرد قرار دارد. معلم محترم از شاگردان میخواهد جدولی را که در کتاب داده شده به شکل انفرادی تکمیل کنند. معلم در این اثنا شاگردان راکنترول و به سؤال شاگردان در قسمت خانه های خالی جدول کمک و رهنمایی کند بعداً معلم در مورد توضیحات همه جانبه ارایه کند.

بدین ترتیب از جدول دیده می شود که در هر دسته چند Data واقع است این قسم کار را دسته بندی یا طبقه بندی Data می گویند. دسته بندی یا طبقه بندی Dataها برای به دست آوردن معلومات و مقایسه Data، کثرت مطلق رول بسیار مهم دارد که در درس های بعدی می بینید. کثرت مطلق عبارت از آن تعداد Data است که در هر طبقه یا دسته وجود دارد.

7- تحکیم درس: (7) دقیقه

به قسم مثال ها سؤال کنید مثال کتاب را معلم حل و قدم به قدم برای جواب درست از شاگردان سؤال و جواب می کند. تا آنکه موضوع مستحکم شود. علاوه بر آن از Data جداگانه مثال کار شود. تا وقتی که خوب بفهمند به همین ترتیب دسته بندی و تعداد Data که در بین هر دسته قرار دارد بنام کثرت مطلق یاد میشود در نظر بگیرند.

8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

مشابه به مثال فوق از شاگردان دسته بندی Data مجزا مفهوم جدول کثرت، تعداد کثرت مطلق در یک دسته، از شاگردان سؤال شود.

9- معلومات اضافی برای معلم

این موضوع قابل توجه است، که Data یا معلومات جمع آوری شده در مورد یک موضوع به دو قسم است. یکی Data مجزا یا منفصل و دیگر آن به نام Data پیوسته یا متصل یاد می شود.

مثال های Data مجزا (منفصل): تعداد شاگردان، نمرات شاگردان، تعداد معلمین.

مثال های Data پیوسته: درجه حرارت در طول روز که تغییر می کند، اندازه قد و غیره. که در یک فاصله و یا هر عدد حقیقی قیمت گرفته می توانند، موضوع مورد بحث ما آن Data است که منفصل یا جدا شده از هم باشد.

10- جواب به سؤال های تمرین

جدول Data زیر راتکمیل کنید.

10	40	30	20	8	10
18	30	35	25	14	12
37	29	28	17	15	14

در این جدول برای Data ها چهار دسته 16 -18، 24-16، 32-24 و بالاخره 40-32 داده شده است. کثرت Data در جدول به ترتیب زیراست.

دسته ها	8 − 16	16 − 24	24 − 32	32 − 40
کثرت Data	7	4	4	3



10-2: خواص و اجزای جدول کثرت

صفحهٔ کتاب(223) وقت تدریس (1 ساعت درسی)

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگرد باید خواص و اجزای جدول کثرت را بدانند.
- مهارتی	- شاگردان باید جدول کثرت را ترتیب کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- از خواص جدول کثرت در مثال ها کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی: 5 دقیقه	تصویر سؤال ورودی نشان می دهد که دو نفر به تحلیل ارقام مشغول و از آن سؤال شده اگر شاگردان یک صنف به سه گروپ خوب، متوسط و ضعیف تقسیم شوند. چی خوبی و خواص را دارا است. بدین ترتیب در یک طبقه یا دسته بین دو Data واقع است. از روی خواص هم نام باشد این موضوع در فعالیت زیر در نظر گرفته شده است.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

معلم بار دیگر Data نمرات ریاضی یک صنف را بر روی تخته می نویسد.

جدولی که در کتاب است از روی آن شاگردان را به سه طبقه (دسته) بادر نظر داشت نمره از روی دسته تعداد آن را بنویسید.

- معلم باید به این توجه کند که هر طبقه یا دسته بالا و پایین را که به نام سرحد بالایی و پایینی یاد می شود. به همین ترتیب فاصله بین سرحد بالایی و پایینی را به نام وسعت یا تفاوت دسته یا طبقه یاد می شود برای دریافت وسعت طبقه یا دسته تفاوت بین سرحد بالایی و پایینی را دریافت نموده که در نتیجه کلانی طبقه یا وسعت بدست می آید تعداد Data که در دسته قرار دارد عبارت از طول دسته است.

این قسم تقسیم طبقات را که در آن Data قرار دارد می توان یک سان در نظر گرفت. اگر چه در این جا برای شاگردان ناکام طبقه را از 0-40 در نظر گرفتیم پس بی تفاوت است که یک شاگرد نمرهٔ 35 یا 18 را دارد بخاطریکه هر دو ناکام و در یک طبقه یا دسته تعلق دارد. پس از این سبب برای تمام Data وسط حسابی را که قیمت از مجموع سرحد بالایی و پایینی تقسیم 2 بدست می آید استفاده کرد.

مفاهیم فوق به قسم بسیار خوب بادر نظر داشت فعالیت در نظر گرفته شد که هر کدام به صورت جداگانه از طرف معلم با توجه به فعالیت و مثال قابل توضیح است. شاگردان را به گروپ های مناسب تقسیم تا هر گروپ مثال کتاب را حل کنند. نماینده هر گروپ فعالیت خود را بالای تخته تشریح کنند.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

بخاطر پختگی و تحکیم درس مثال مانند کتاب که در آن Data یک جامعه، طبقه یادسته بندی گردیده، سرحد بالایی و پایینی و وسط یا مرکز دسته به شکل خوب تشریح شده است. از طرف معلم صاحب به روی تخته حل و به قسم سؤال و جواب از شاگردان نکات مهم سؤال شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی معلم نکات مهم را در نظر بگیرد.

- طبقه بندی یا دسته کردن Data را بیان کند.
- سرحد بالایی و پایینی هر طبقه یا دسته را توضیح کنند.
- وسعت و مرکز دسته یا وسط هر دسته را دریافت کنند.

8- معلومات اضافی برای معلم

بخاطر توضیح بهتر یک مثال دیگر را در نظر می گیریم.

مثال 1: در یک صنف اندازه قد شاگردان که تعداد آن 30 نفر می باشد به شکل زیر داده شده است.

158 161 155 158 165 174 180 161 155 151

187 172 157 162 157 180 161 176 182 162

188 160 168 168 172 181 177 175 155 161

شاگردان قد بلند (از 174cm بلند تر) قد متوسط (از 160 تا به 174) و قد کوتاه (از 160 پایین تر) جدول کثرت به شکل زیر داده شده است این مهم نیست که وسعت دسته برابر باشد.

مرکز یا وسط طبقه	وسعت طبقه جدول	تعداد	نام	طبقه
154.5	9	8	قد کوتاه	150-159
167	14	13	قد متوسط	160-174
184.5	19	9	قد بلند	175-194

9- جواب به سؤال های تمرین

برای تکمیل جدول داریم:

وسط یا مرکز دسته	طول دسته	طبقه (دسته)	Data های هر دسته
17	2	16-18	16، 16.5 ،17 ،17.5
19	2	18-20	18 ، 18.5 19.5 ،20

به دسته اول Data 4 و به دسته دوم Data 4 واقع است.

یعنی به هر دسته کثرت مطلق همه Data ها مساوی به 4 است.



3-10: کثرت تجمعی

صفحۀ کتاب(225) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

<table>
<tr><td>1- اهداف آموزشی
- دانشی
- مهارتی
- ذهنیتی</td><td>- شاگردان مفهوم کثرت تجمعی را بدانند.
- شاگردان از Data داده شده کثرت مطلق وکثرت تجمعی را بدست آورده بتوانند.
- از کثرت تجمعی در حیات روزمره و در حل مثال ها کار بگیرند.</td></tr>
<tr><td>2- روش های تدریس</td><td>سؤال و جواب، انفرادی</td></tr>
<tr><td>3- مواد ممد درسی</td><td>جنتری</td></tr>
<tr><td>4- توضیح ورودی
5 دقیقه</td><td>معلم بعد از سؤال و احوالپرسی، در عکس ورودی یک شاگرد را با جنتری می بیند. معلم باید این طور سؤال را به شاگردان مطرح کند که از شروع سال تا اخیر ماه اسد چند روز رخصتی دارد. برای دریافت جواب سؤال شاگردان مجبور هستند. که رخصتی های هر ماه را تا اخیر اسد جمع و بدین ترتیب تا وقت معین تمام رخصتی ها بدست می آید. به همین ترتیب در اثر دسته بندی Data کثرت تجمعی بدست می آید که در فعالیت زیر خوب توضیح شده است.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه
معلم درس خود را به کمک یک جنتری شروع می کند که در آن تمام روزهای رخصتی به یک علامه داده شده است. به شکل انفرادی از شاگردان خواسته می شود جدول را به کتابچه های خود نقل و حل را شروع کنند. توجه کنید اگر هر ماه یک روز رخصتی به شکل Data باشد اگر یک ماه را به قسم یک دسته و یا یک طبقه در نظر بگیریم. کار ما را به شکل آسان نشان می دهد که در پلان تخمینی چند روز رخصتی است. بدین ترتیب مجموع رخصتی تمام طبقه یا دسته تقسیم کثرت کل Data به نام کثرت نسبی یاد می شود.
اگر کثرت مطلق یک طبقه را با طبقه ماقبل آن جمع کنیم از نتیجه حاصل جمع Data مذکور کثرت تجمعی بدست می آید.</td></tr>
<tr><td colspan="2">7- تحکیم درس: (7) دقیقه
بخاطر پختگی و تحکیم درس مثال های داده شده کتاب را مشاهده می توانید یک شاگرد را برای حل به تخته بخواهید و از دیگر شاگردان به قسم سؤال و جواب سؤال شود.</td></tr>
<tr><td colspan="2">8- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه
به قسم شفاهی در یک جدول کثرت که در آن کثرت مطلق داده شده کثرت تجمعی پرسان شود.</td></tr>
</table>

9- معلومات اضافی برای معلم

بطور مثال جدول کثرت را که در زیر داده شده در نظر بگیرید.

دسته ها	5-10	11-15	16-20	21-25
کثرت مطلق	2	6	7	5

در جدول فوق با در نظر داشت کثرت مطلق، کثرت تجمعی به شکل زیر بدست آمده:

طبقات	5-10	11-15	16-20	21-25
کثرت مطلق	2	6	7	5
کثرت تجمعی	2	8	15	20

10- جواب به سؤال های تمرین

از روی جدول داده شده با در نظر داشت کثرت مطلق کثرت تجمعی بدست می آید.

کثرت تجمعی	کثرت مطلق	طبقه (دسته)
3	3	10-15
5	2	15-20
9	4	20-25
16	7	25-30
22	6	30-35
27	5	35-40



4-10: کثرت نسبی

صفحهٔ کتاب(227) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم کثرت نسبی را بدانند. - از روی کثرت مطلق کثرت نسبی را بدست آورده بتوانند. - کثرت مطلق، کثرت نسبی و فیصدی کثرت نسبی را فهمیده و در مثال ها آن ها را به دست آورند.
2- روش های تدریس:	سؤال و جواب، انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی: 5 دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته، گفتگو که در ورودی بین ملالی و درخانی آورده شده توسط یک شاگرد به آواز بلند خوانده شود. در صنف درخانی 37 نفر و در صنف ملالی 30 نفر کامیاب شده است اگر نتیجه همین باشد که کدام صنف خوب است؟ همین قدر معلومات کافی است؟ نه خیر برای این که نمی دانیم تعداد داخله هر صنف چند نفر است. یعنی رقم های فوق به کدام نسبت، یا کدام رقم مقایسه شود این موضوع برای درس کثرت نسبی انگیزهٔ خوب است.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

- برای بر آورده شدن انگیزهٔ فوق وا جرای فعالیت به قسم سؤال و جواب و به شکل انفرادی برای مقایسهٔ صنف که تعداد شان معلوم است. فعالیت را شاگردان حل می کنند.

ببینید اگر این بار کثرت مطلق به تعداد عمومی تقسیم شود مقایسهٔ شاگردان هر دو صنف نتیجه خوب است حتی از این قسم نسبت های داده شده می توان به ارتباط فیصدی Data تمام جامعه را بدست آورد.

- بدین ترتیب مادیدیم که تنها به فهمیدن کثرت مطلق نمی توانیم Data دو یا چند طبقه را مقایسه کنیم.از این سبب برای حل سؤال از فارمول $\frac{\text{کثرت مطلق}}{\text{کثرت کل Data}}$ که به نام کثرت نسبی یاد می شود برای مقایسهٔ Data استفاده می کنیم.

- این نوع نسبت به نام کثرت نسبی Data ها یا ارتباط دسته یا طبقه یاد می شود که مورد استعمال زیاد دارد.

- قیمت کثرت نسبی یا احتمال یک حادثه با هم برابر است، به کمک کثرت نسبی تعریف احتمال هم بدست می آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

بخاطر تحکیم درس، مثال کتاب به شکل انفرادی تحت رهنمایی معلم حل شود. فرق بین کثرت نسبی، تجمعی و مطلق از شاگردان سؤال شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

به شکل شفاهی از شاگردان مفهوم کثرت نسبی کثرت مطلق و ارتباط بین آن ها را برای این که معلم مطئین شود که شاگردان واقعاً مفهوم را درک کرده اند یا نه از شاگردان سؤال شود.

8- معلومات اضافی برای معلم

از روی Data کثرت نسبی، احتمال یک حادثه بدست می آید.

- به هر دسته (طبقه) مجموع تمام کثرت نسبی در یک دسته یا طبقه مساوی به 1 است.

- قیمت کثرت نسبی یک طبقه همیشه مساوی به یک عدد مثبت که از 1 کوچک است.

- آن دسته که Data معلوم نمی شود و یا هم کثرت مطلق ندارد قیمت کثرت نسبی مساوی به صفر است.

از گفتار بالا قواعد اساسی احتمالات بدست می آید.

9- جواب به سؤال های تمرین:

جدول را به شکل زیر تکمیل می کنیم:

دسته ها یا صنوف	کثرت مطلق	کثرت نسبی	فیصدی کثرت نسبی
5-10	2	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}\cdot 100 = 12.5\%$
10-15	3	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{16}\cdot 100 = 18.75\%$
15-20	1	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}\cdot 100 = 6.25\%$
20-25	4	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}\cdot 100 = 25\%$
25-30	6	$\frac{6}{16}$	$\frac{6}{16}\cdot 100 = 37.5\%$
مجموع	16 مجموع تمام Data	1 مجموع کثرت نسبی	100 مجموع تمام کثرت نسبی



10-5: گراف میله یی

صفحه کتاب(229) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان مفهوم گراف میله یی را بدانند - Data هر طبقه یا دسته را به شکل گرافیک نشان داده بتوانند. - به کمک گراف میله یی مثال های احصائیه را ترسیم و نشان دهند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	مواد کمکی تدریس
4- توضیح ورودی 5 دقیقه	معلم پس از احوال پرسی از شاگردان و ارزیابی کوتاه درس گذشته تصویر ورودی را که در آن درخت ها با طول های متفاوت است نشان دهید. همین مطلب انگیزه خوب برای گراف میله یی شده می تواند معلم برای حل فعالیت شروع می کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

در فعالیت به شکل واضح دیده می شود که رنگ مورد علاقه شاگردان جمع آوری شده هر شاگرد که رنگ مورد علاقهٔ خود را می گوید معلم توسط یک مربع در جای رنگ قرار می دهد. بدین ترتیب می دانیم مربع ها یکی به سر دیگر گذاشته شده است که یاد آوری یا نوشته مطلب ضروری است. و به این ترتیب ما در ورودی بلندی و پایینی درخت ها را با هم مقایسه کردیم. این Data با در نظرداشت کثرت مطلق که از همه بلند و یا از همه کوچک است به شکل میله نشان داده می شود.

در این قسم گراف ها برای هر دسته، Data مشخص یا جداگانه داده شده، رسم شود برای این که بلندی و پایینی خوب مقایسه شود پس معمولاً از سیستم مختصات قایم، محور x در نظر گرفته شود و به روی محور y یا از روی آن اندازه یا ارتفاع معلوم می شود؛ یعنی هرگاه جدول کثرت را در نظر بگیریم اندازهٔ Data هر دسته یکی بالای دیگر به فاصله مساوی یکی بالای دیگر مربع ها را که دسته یا میله رابه صورت جداگانه مشخص می کند در رسم دیده می شود.

هر قدر که تمرین ما به این کار زیاد شود. می توان از روی محور y بدون اینکه از گراف مربعی یا امثال آن را در نظر بگیریم رسم می کنیم. متوجه باشید که این گراف ها به نام گراف مستطیلی یاد می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

به شکل گروپی حل مثال های کتاب از شاگردان خواسته شود و به قسم میله یی یک بار به شکل مربع و باز بدون مربع رسم کنید تا این که شاگردان به این بفهمند که هر دو گراف ها یک قسم است وکدام فرق در آن نیست.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

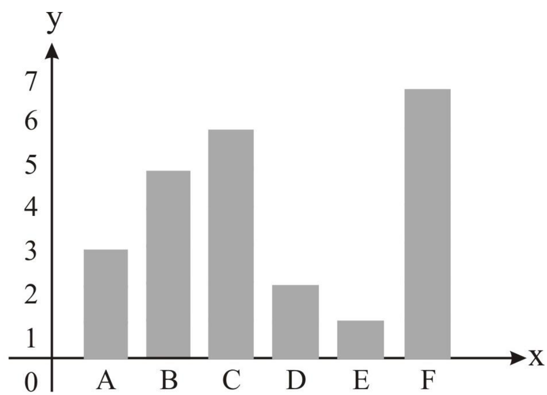
از چندین شاگرد به شکل انفرادی بروی تخته مشابه به مثال سؤال کنید کوشش کنید از شاگردان مختلف ضعیف متوسط و قوی سؤال کنید برای تمام شاگردان سهم داده شود.

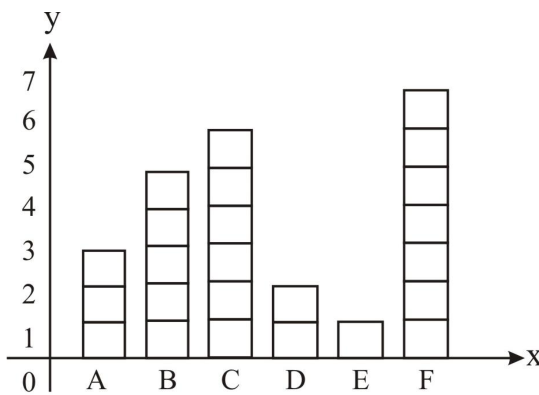
8- معلومات اضافی برای معلم

برای معلومات اضافی معلم، جدول زیر را در نظر می گیریم.

مثال: 7 نفر باغدار میوه تازه تولید و به حساب تن به شکل زیر داده شده است گراف میله یی را رسم کنید

باغ دار	A	B	C	D	E	F
تولید به حساب تن	3	5	6	2	1	7



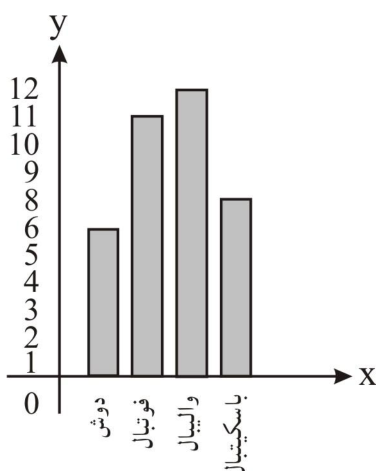


9- جواب به سؤال های تمرین

1- برای ترسیم گراف میله یی یا استوانی ضرورت به معلومات زیر است.

1- عنوان 2- مقیاس 3- مشخصهٔ محور

2- در یک مکتب گراف میله یی تیم ورزشی به شکل زیر داده شده است:



یادداشت: فاصله بین هر نوار به اندازهٔ نصف عرض نوار (میله) باشد.



6-10: گراف خط منکسر

صفحهٔ کتاب(231) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان باید گراف خط منکسر را بدانند.
- مهارتی	- معلومات جمع آوری شده را به گراف خط منکسر نشان داده بتوانند.
- ذهنیتی	- برای توضیح مسائل روزانه از گراف خط منکسر کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، گروپی
3- مواد ممد درسی	خط کش
4- توضیح ورودی 5 دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته با باز نمودن کتاب درسی به نشان دادن تصویر که نشان می دهد یک مریض در بستر و یک داکتر دیده می شود که در دست آن یک کاغذ و در دیوار یک تخته نصب است. که در آن گراف قلب مریض دیده می شود این گراف چه قسم است؟ چرا خط منکسر کار شده است. از خاطر این که فعالیت قلب و اندازه خون به قسمت بلند و پایین بدن را نشان می دهد. و بدین ترتیب در نقاط نادرست باعث بند شدن خون میگردد که برای تداوی مریض کمک می کند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

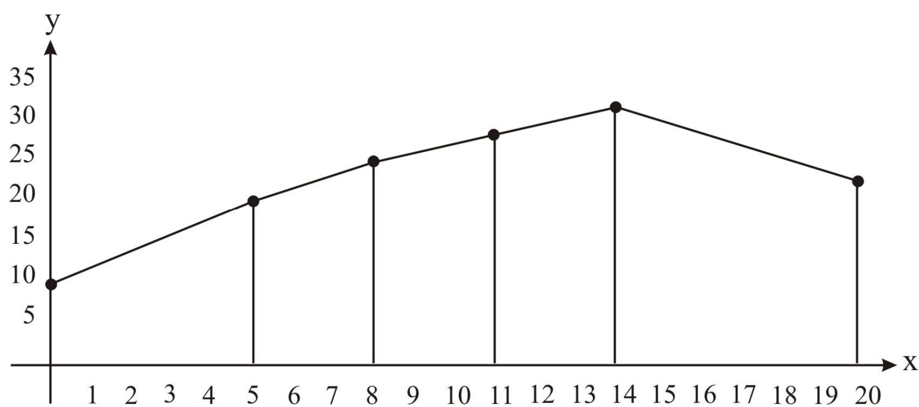
فعالیت ورودی فوق برای مفهوم اهمیت و شناخت بار اول گراف خط منکسر انگیزهٔ بسیار خوب شمرده می شود به همین ترتیب گراف خط منکسر در مسائل روزانه تطبیق بسیار زیاد دارد. به قسم مثال کتاب یک مثال دیگر داده شود برای اجرای فعالیت شاگردان را به گروپ های خورد که از پنج نفر زیاد نباشد تقسیم کنید که تمام مراحل فعالیت را بین خود اجرا کنند.

در اثنای فعالیت معلم از گروپ ها نظارت نموده و برای پیشرفت کار شاگردان را کمک و رهنمایی کند.

اگر درجهٔ حرارت نقاط مختلف در جدول داده شده باشد. در سیستم مختصات محور افقی عبارت از قیمت های مختلف وقت و محور y درجهٔ حرارت را نشان می دهد.

وقتی نقاطی نامبرده را با هم وصل کنیم دیده می شود یک خط منکسر است و از روی آن به شکل بسیار خوب در طول روز قیمت های بلند و پایین درجهٔ حرارت را نشان می دهد و هم چنان از گراف درجهٔ گرمی و سردی به بسیار خوبی دیده می شود نقاط گراف داده شده در زیر است:

وقت	شب	5 صبح	8 صبح	11 ساعت	2 پشین	8 شب
درجه حرارت	15	20	25	28	32	23



6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال های کتاب را به شکل انفرادی شاگردان در کتابچه های خود حل و بعداً یک شاگرد را مقابل تخته خواسته مثال را بروی تخته حل کند از روی گراف به قسم سؤال و جواب به ارتباط گراف از شاگردان سؤال شود.

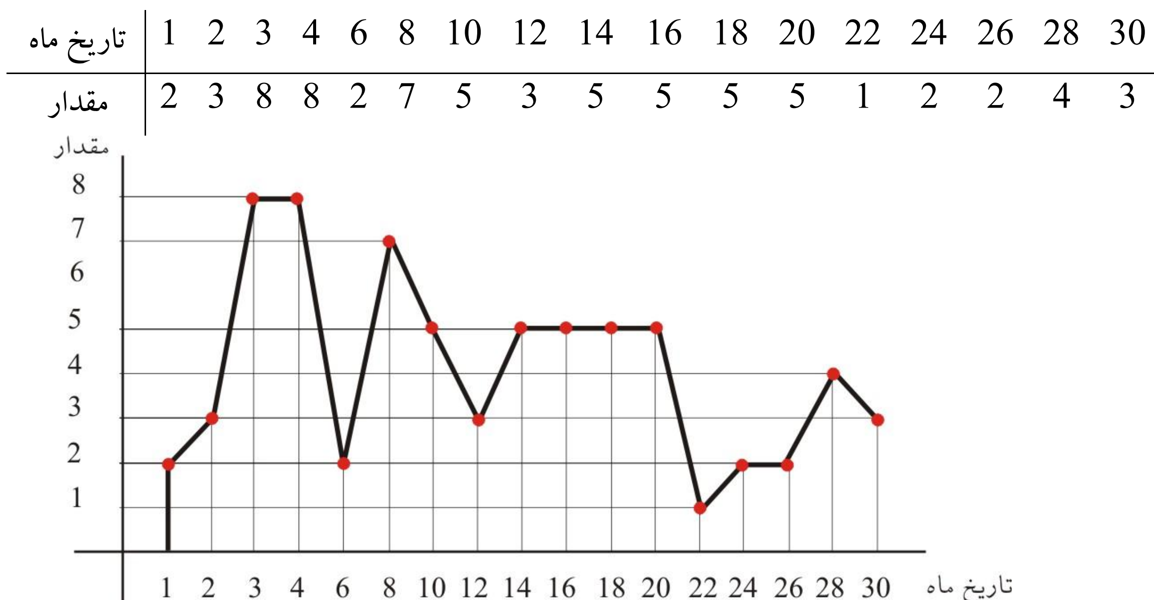
7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

به قسم تحریری برای قیمت های مختلف که در جدول فوق داده شده از طرف معلم برروی تخته داده شود. برای ارزیابی قابل توضیح است.

8- معلومات اضافی برای معلم

مثال: تولیدات یک فابریکه در طول یک ماه به شکل زیر فروخته شد، گراف خط منکسر فروش را تحلیل کنید.

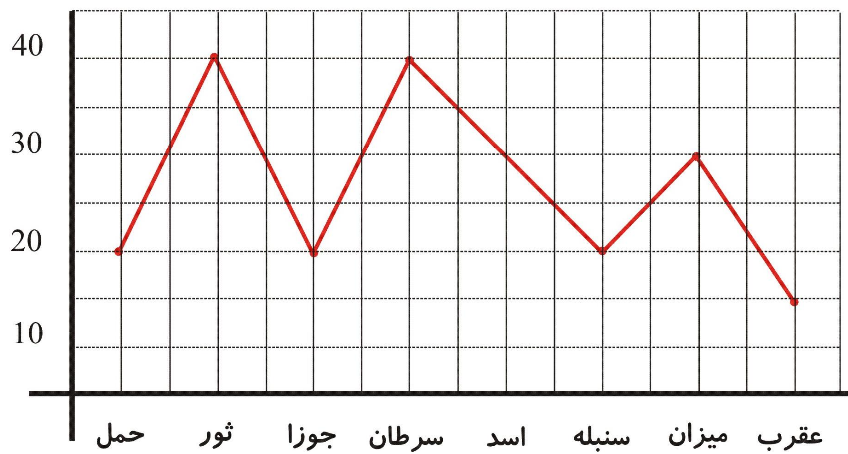
تاریخ ماه	1	2	3	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
مقدار	2	3	8	8	2	7	5	3	5	5	5	5	1	2	2	4	3



از گراف دیده می شود که فروش به تاریخ 4 و 3 بسیار بلند و به تاریخ 22 بسیار کم است به همین ترتیب در قسمت ما بینی از تاریخ 14 الی 20 ثابت است.

9- جواب به سؤال های تمرین

نمرات امتحان درخانی در طول سال به شکل زیر است.



- از گراف دیده می شود که درخانی در ماه ثور و سرطان از تمام ماه ها کرده بشترین نمره را گرفته است.
- در ماه عقرب از تمام ماه کرده نمرهٔ کمتر گرفته است.
- در ماه ثور و سرطان نمره درخانی از 35 بالا است.

نوت: استاد محترم: برای بهتر فمیدن شما اشکال در کاغذ گراف رسم شده است می توانید بدون کاغذ گراف رسم کنید.



10-7: اوسط Data منفصل (مجزا) با کثرت معین

صفحهٔ کتاب(233) **وقت تدریس: (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم Data منفصل (مجزا) و اوسط آن را بدانند. - اوسط Data منفصل (مجزا) را در یک کثرت معین دریافت کرده بتوانند. - از دریافت اوسط Data در مسائل مختلف کار گرفته بتوانند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب، انفرادی
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرورت
4- توضیح ورودی 5 دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته و باز نمودن کتاب ها از شاگردان به ارتباط مسائل اوسط ساده ریاضی سؤال می کند. مانند مثال کتاب اوسط بین درجهٔ حرارت سرد و گرم، اوسط بین اعداد و به همین ترتیب مثال های دیگر طریقهٔ دریافت اوسط برای Data منفصل (مجزا) یا جدا شده از هم که چطور می توانیم آن را بدست آورد برای این مطلب به حل فعالیت کتاب شروع می کنیم.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه

برای اجرای فعالیت از شاگردان به شکل انفرادی می خواهیم در کتابچه های خود سؤالات فعالیت را حل کنند از این سبب اجرای فعالیت برای بسیاری شاگردان قابل فهم است می دانید اگر تمام نمرات را جمع و به تعداد آن تقسیم کنیم اوسط نمرات بدست می آید به همین ترتیب اگر جدول برای کثرت Data را ترتیب به جای حاصل جمع Data از ضرب کثرت در Data ها استفاده نمود در حالت کلی Data را x و کثرت آن را به f نشان می دهیم این حاصل ضرب برابر $f \cdot x$ خواهد بود اگر وسط دستهٔ اول Data x_1 و کثرت آن را به f_1 وسط Data دوم و کثرت آن را به x_2, f_2 و به همین ترتیب تا اخیر ادامه داده و باهم جمع و بر مجموع کثرت تقسیم شود اوسط $\overline{x}$ به دست می آید.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای پختگی و تحکیم درس آن مثال های که بعد از فعالیت در کتاب حل شده از طرف معلم بروی تخته حل و برای توضیح هر قسمت به شکل انفرادی از شاگردان سؤال شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

برای ارزیابی یک مثال حسابی در صنف از طرف معلم بر روی تخته مطرح شود و از چند تن شاگردان به شکل شفاهی و یا بر روی تخته به قسم تحریری سؤال می شود.

8- معلومات اضافی برای معلم:

یک باغبان در یک باغ که رنگ رنگ درخت های میوه، در آن است دو نوع درخت سیب به تعداد 300، 400 درخت شفتالو، دو نوع درخت چنار به تعداد 300 و 200 درخت زرد آلو دارد. اوسط تمام درخت های باغ را دریافت کنید.

حل: اولاً جدول کثرت را ترتیب می دهید

زردآلو	چنار	شفتاآلو	سیب	انواع درخت
$200 = x_4$	$300 = x_3$	$400 = x_2$	$300 = x_1$	تعداد
$1 = f_4$	$2 = f_3$	$1 = f_2$	$2 = f_1$	کثرت

$$x = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + f_4x_4}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4}$$

از روی فورمول اوسط درخت ها به شکل زیر به دست می آید:

$$\text{اوسط درخت ها } \bar{x} = \frac{2\cdot 300 + 1\cdot 400 + 2\cdot 300 + 200\cdot 1}{6} = \frac{1800}{6} = 300$$

9- جواب به سؤال های تمرین

احمد در هفته 2 روز هر روز 12 صفحه و در سه روز دیگر هر روز ده صفحه و در روز جمعه 16 صفحه کتاب می خواند. با تشکیل جدول کثرت اوسط صفحات خوانده شده کتاب را در هر روز پیدا کنید.

16 صفحه	10 صفحه	12 صفحه	تعداد صفحات
1	3	2	کثرت

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3}{f_1 + f_2 + f_3} = \frac{2\cdot 12 + 3\cdot 10 + 1\cdot 16}{2+3+1} = \frac{24+30+16}{6}$$

$$\bar{x} = \frac{70}{6} = 11.67 \approx 12$$

یعنی به طور اوسط احمد هر روز تقریباً 12 صفحه می خواند.



10-8: اوسط Data پیوسته با استفاده از جدول

صفحهٔ کتاب(235) **وقت درس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم Data پیوسته را بدانند.
- مهارتی	- از جدول کثرت اوسط Data پوسته را بدست آورده بتوانند.
- ذهنیتی	- از دریافت اوسط Data پیوسته در مسایل روزمره کار بگیرند.
2- روش های تدریس	سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	فلش چارت (تصویر ورودی)
4- توضیح ورودی 5 دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی از شاگردان و ارزیابی مختصر درس گذشته عکس جالب ورودی را که در چارت رسم شده یک مغازه میوه است و برای جلب توجه یک عکس هم است و در پهلوی آن اعلان وزارت تجارت برای صادرات ده هزار تن! که این اندازه شده می تواند قیمت اندازهٔ صادرات را در گذشته و یا آینده زیاد و یا کم بسازد. این عدد گفته نمی تواند که چقدر زیاد باشد. به شکل نمونه به قسم دقیق هر عدد کوچک شده می تواند.

5- فعالیت جریان درس (28) دقیقه:

معلم برای اجرای فعالیت شاگردان را به گروپ های خورد که هر گروپ از 4 نفر زیاد نباشد تقسیم از شاگردان خواسته شود با در نظر داشت جدول سؤال های فعالیت را جواب دهند. برای اجرای این کار 14 دقیقه برای شاگردان وقت داده شود تا در بین خود برای دریافت جواب مشغول شوند یک نفر شاگرد را معلم بروی تخته بخواهد تا به کمک معلم سؤال را حل کند.

توجه کنید برای 7 و 6.5 سیر بوجی که در طبقه یا دسته قرار دارد چه گفته می توانید؟ وزن آن بوجی چقدر می باشد؟ هیچکس این را گفته نمی تواند که وزن بوجی در بین دوعدد داده شده چند شده می تواند؟ که در بین هر عدد حقیقی عدد دیگر است. Data بین 7 و 6.5 هر عدد حقیقی را به خود گرفته می تواند. از این سبب این Data پیوسته شمرده می شود وسط هر طبقه را چطور دریافت می کنید؟ به کمک وزن بالایی و پایینی دسته کدام قیمت به خود می گیرد بدین ترتیب اول اوسط هر دسته را پیدا می کنیم که هر کدام آن را ضرب کثرت نموده بعداً جمع نموده تقسیم تعداد کثرت می نماییم. قیمت اوسط بدست می آید.

$$\bar{x} = \frac{f_1x_2 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n} = \frac{11 \cdot 6.25 + 14 \cdot 6.75 + 12 \cdot 7.25 + 8 \cdot 7.75}{11 + 14 + 12 + 8}$$

$$= \frac{68.75 + 94,5 + 87 + 62}{45} = \frac{312.25}{45} = 6.938 \Rightarrow \bar{x} = 6.938$$

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای پختگی و تحکیم درس پس از فعالیت، معلم سؤال کتاب را برای شاگردان بروی تخته تشریح کند. و اوسط را بدست آورد در جریان حل مثال باید به قسم سؤال و جواب مراحل دریافت اوسط که در مثال کار گرفته شده سؤال شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

به قسم شفاهی یک مثال را معلم محترم باید بر روی تخته بنویسد و برای دریافت اوسط آن راه ها و قدم های را که جواب سؤال دریافت می گردد تعقیب کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

برای دریافت اوسط Data پیوسته به کمک جدول کثرت نقاط زیر قابل توجه است:

- Data را دسته بندی یا طبقه بندی کنید.
- کثرت Data را تعیین کنید.
- وسط دسته را پیدا کنید.
- وسط هر دسته را به کثرت مربوطه ضرب کنید.
- وسط دسته ها را به کثرت مربوطه ضرب، تمام حاصل ضرب را جمع و بعداً حاصل جمع را تقسیم کثرت تجمعی Data کنید.

اگر $x_1, x_2, x_3, ... x_n$ وسط دسته ها و $f_1, f_2, ... f_n$ کثرت هر دسته مربوط باشد پس در این صورت:

$$\text{Data اوسط } \overline{x} = \frac{x_1f_1 + x_2f_2 + ... + x_nf_n}{f_1 + f_2 + f_2 + ... + f_n}$$

9- جواب به سؤال های تمرین

اطلاعات راجع به اندازهٔ قد 20 شاگرد یک مکتب به صورت زیر داده شده است:

174-178	170-174	166-170	162-166	158-162	قدت یا دسته
3	5	4	6	2	کثرت

حل: در قدم اول وسط دسته ها را باید دریافت کرد.

$$\text{وسط دستهٔ اول} = \frac{158+162}{2} = \frac{320}{2} = 160$$

$$\text{وسط دستهٔ دوم} = \frac{162+166}{2} = \frac{328}{2} = 164$$

$$\text{وسط دستهٔ سوم} = \frac{166+170}{2} = \frac{336}{2} = 168$$

$$\text{وسط دستهٔ چهارم} = \frac{170+174}{2} = \frac{344}{2} = 172$$

$$\text{وسط دستهٔ پنجم} = \frac{174+178}{2} = \frac{\overset{176}{352}}{\underset{1}{2}} = 176$$

$$\overline{x} = \frac{2\cdot160 + 6\cdot164 + 4\cdot168 + 5\cdot172 + 3\cdot176}{20} = \frac{320+984+672+860+528}{20}$$

$$\overline{x} = \frac{3364}{20} = 168.2$$

بدین ترتیب قیمت اوسط درخت $\overline{x} = 168.2cm$ می شود.

استاد محترم، مشابه به فصل های قبلی می توانید یک ساعت درسی را برای نکات مهم فصل پلان کنید.

9-10: حل تمرین فصل دهم:

صفحه کتاب(237) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

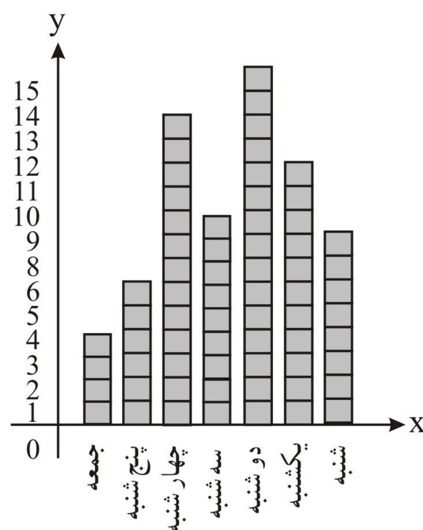
جواب 1: Dataها را به چهار دسته تقسیم و از هر دسته (طبقه) کثرت را بدست آورده سپس از هر دسته کثرت تجمعی، کثرت نسبی و فیصدی کثرت و بالآخره مجموع کثرت نسبی را می توان به دست آورد که تمام مطالب را در جدول زیر جمع آوری نمودیم:

فیصدی کثرت	کثرت نسبی	کثرت تجمعی	مرکز طبقه یا وسط طبقه	کثرت	طبقات (دسته ها)
20,8%	$\frac{5}{24}=0.208$	5	32.5	5	30-35
62.5%	$\frac{15}{24}=0.625$	15	37.5	10	35-40
12.5%	$\frac{3}{24}=0.125$	18	42.5	3	40-45
25%	$\frac{6}{24}=0.25$	24	47.5	6	45-50

دیده می شود مجموع کثرت تمام Data ها به تعداد شاگردان صنف برابر و مساوی است.

جواب سؤال دوم:

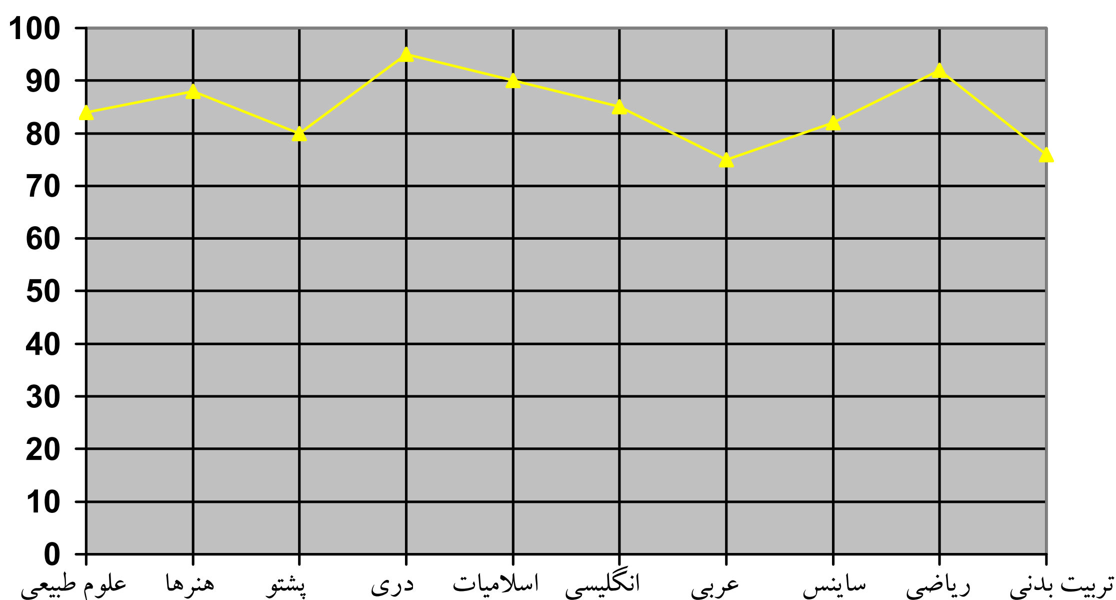
پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه
6	13	9	15	11	8	4



جواب سؤال دوم: نمرات امتحان سالانه مریم در جدول زیر داده شده است:

تربیت بدنی	ریاضی	ساینس	عربی	انگلیسی	تعلیمات اسلامی	دری	پشتو	هنرها	علوم طبیعی
76	92	82	75	85	90	95	80	88	84

گراف خط منکسر نمرات به شکل زیر است.



از همه نمرات، نمرهٔ 95 در مضمون دری و از همه نمرات، نمرهٔ 75 در مضمون عربی کم است.

جواب سؤال چهارم: اوسط میزان درآمد به شکل زیر دریافت می شود:

$f \cdot x$	کثرت	وظیفه	عاید
$1 \cdot 10000 = 10000$	1	مدیر	10000
$1 \cdot 8000 = 8000$	1	سر معلم	8000
$4 \cdot 4000 = 16000$	4	مامور	4000
$25 \cdot 5000 = 125000$	25	معلم	5000
$2 \cdot 3500 = 7000$	2	تحویلدار	3500
$5 \cdot 3000 = 15000$	5	ملازم	3000

$$\bar{x} = \frac{10000 + 8000 + 16000 + 125000 + 7000 + 15000}{38} \quad , \quad \bar{x} = \frac{181000}{38} = 4763.157$$

جواب سؤال پنجم:

40	50	51	47	34	35	45	45
60	45	50	67	54	35	43	40
58	57	54	51	38	30	47	43
62	65	64	60	30	35		

یادداشت: استادان محترم برای تألیف کتاب درسی ریاضی صنف 8 از کتاب های آلمانی و انگلیسی استفاده گردیده بنابر این جمعآوری اطلاعات در زبان آلمانی به نام داتا و در زبان انگلیسی به نام Data یاد میگردد که معنی هر دوی آن همان اطلاعات می باشد.

جدول کثرت به شکل زیر است.

دسته ها	کثرت =f	x وسط هر دسته	f · x
30-38	4	34	136
38-46	8	42	336
46-54	6	50	300
54-62	7	58	406
62-70	5	66	330

$$\overline{x} = \frac{136+336+300+406+330}{4+8+6+7+5} = \frac{1508}{30} = 50.26$$

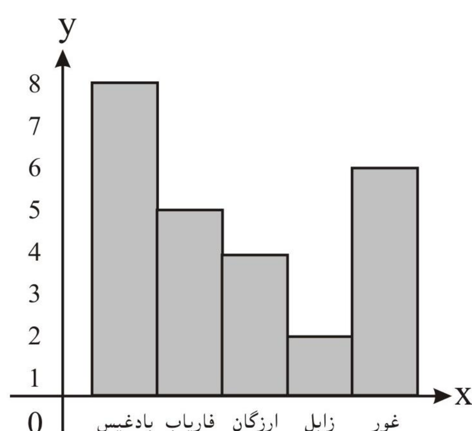
جواب سؤال ششم: تعداد شاگردان یک صنف 35 نفر است. بادغیس (1) فاریاب(2) ارزگان(3) زابل(4) و غـور(5) Data شاگردان صنف به اساس جای به شکل زیر است:

5	5	3	1	5	4	3	5	12	13	52
1	5	1	2	4	1	2	1	3	2	1

جدول کثرت و گراف میله یی را رسم کنید.

جدول کثرت و دسته Dataرا در یک جدول جمع آوری و باز از روی آن گراف میله یی را رسم کنید.

دسته ها	Data	کثرت = F	کثرت تجمعی	کثرت نسبی
بادغیس	1	8	8	$\frac{8}{25} = 0.32$
فاریاب	2	5	13	$\frac{5}{25} = 0.20$
ارزگان	3	4	17	$\frac{4}{25} = 0.16$
زابل	4	2	19	$\frac{2}{25} = 0.08$
غور	5	6	25	$\frac{6}{25} = 0.24$
		25		1





فصل یازدهم: احتمالات

11-1: کثرت نسبی و احتمال

صفحۀ کتاب (243) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	• شاگردان باید مفهوم کثرت مطلق و نسبی را بدانند. • کثرت نسبی و احتمال را فرق کرده بتوانند. • در حیات روزمره به کمک کثرت نسبی حوادث احتمال را در یافت کنند.
2- روش های تدریس	انفرادی
3- مواد ممد درسی	دانه های رمل
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی درس گذشته درس جدید را شروع می کند شما درکتاب می بینید یکدانه رمل را چند مرتبه می اندازیم به اطمینان گفته می توانیم چند دانه رمل را انداختیم که 6 آمد. این را کثرت نسبی می گویند که در محاسبه احتمال همراه ما کمک زیاد می کند. بدین ترتیب دیده می شود قیمت های کثرت نسبی و احتمال یک قسم است. باید شاگردان بدانند که کثرت نسبی پس از انجام یک تجربه از روی ارقام به دست می آید در این حالت پیش از وقوع یک حادثه رقم احتمال یک محاسبه تصادفی است، شده می تواند زود تغییر بخورد مگر کثرت نسبی به اساس ارقام از روی ارقام به دست می آید. فعلاً حادثه در این جا به وقوع می پیوندد.

5- فعالیت جریان درس(28) دقیقه

- تعداد 35 نفر شاگردان را به چهار درجه (ناکام، خوب، بسیار خوب و عالی) تقسیم می کنیم که در هر درجه تعداد شاگردان را به نام کثرت مطلق یاد می کنند. به طور مثال کثرت مطلق شاگردان عالی 7 نفر کثرت مطلق شاگردان بسیار خوب 15 نفر و کثرت مطلق شاگردان خوب 8 نفر و کثرت مطلق شاگردان ناکام 5 نفر است. کثرت نسبی شاگردان را نظربه تعداد تمام شاگردان که 35 نفر است بدست می آوریم. بدین ترتیب با در نظر داشت اعداد کثرت نسبی شاگردان مذکور عبارت است از:

$$\frac{7}{35} = \text{عالی}، \quad \frac{15}{35} = \text{بسیار خوب}، \quad \frac{8}{35} = \text{خوب}، \quad \frac{5}{35} = \text{ناکام}$$

مجموعۀ تمام کثرت نسبی مانند یک فضای نمونه احتمال مساوی به 1 می شود. توجه کنید. احتمال برای یک حادثه قبلاً عدد تعیین شده است اما در این حالت کثرت نسبی به اساس تجربه اعداد بدست میآید، مجموع تمام حالات نسبی بر مجموع احتمالات مساوی به 1 است استاد باید از روی پلان درسی به وقت معین پلان خود را تطبیق و برای تحکیم و ارزیابی درس دقت شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

به مثال داده شده از شاگردان دربارهٔ کثرت مطلق و کثرت نسبی روز ابرو بارانی سؤال شده است و به همین ترتیب پیشگویی احتمالی روز برای شاگردان واضح شود. فرق بین احتمال پیشبینی شده و کثرت نسبی را واضح و توسط مثال های مشابه موضوع درس تحکیم شود.

7- ارزیابی ختم درس: (5) دقیقه

در اخیر در مورد مسأله احتمال و کثرت نسبی به شکل شفاهی پرسان شود از ارزیابی روشن می شود که شاگردان موضوع درسی را یادگرفته اند یا نه؟ اگر معلم در اثر ارزیابی به هدف نه رسیده باشد ذریعهٔ مثال های دیگر کثرت نسبی و احتمال را تشریح و توضیح کند.

8- معلومات اضافی برای معلم

اگر یک تجربهٔ اتفاقی را n دفعه تکرار کنیم و اگر در یک حادثه اتفاقی A را k مرتبه و هر $(k \le n)$ واقع شود.

پس در این صورت n دفعه تکرار حادثه اتفاقی A، k مرتبه ظاهر می شود. که به نام کثرت مطلق و نسبت $\frac{k}{n}$ به نام کثرت نسبی که به $h_n(A)$ نشان داده می شود.

مثلاً: یک سکه 30 بار انداخته شده ، 19 بار خط آمده پس در این صورت آمدن 19 بار خط کثرت مطلق و $\frac{19}{30} =$ (خط) h_{30} عبارت از کثرت نسبی است. بدین ترتیب با در نظر داشت تعریف کثرت نسبی خواص زیر برای کثرت نسبی وجود دارد. A ، B حادثه اتفاقی در یک فضا نمونه است.

1) $0 \le h_n(A) \le 1$ ، 2) $h_n(\emptyset) = 0$ ، 3) $h_n(s) = 1$

4) $h_n(A \cup B) = h_n(A) + h_n(B) = h_n(A \cap B)$

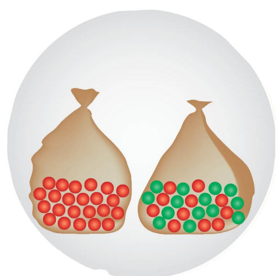
9- جواب سؤال های تمرین:

1- E تولد یک طفل است که کثرت نسبی $h(E_1) = 0{,}51$ و احتمال $p(E_1) = 0{,}51$ موجود است. ببیند که $p(E_1)$, $h(E_1)$ هر دو با هم مساوی است. یعنی حادثه کثرت نسبی و احتمال با هم مساوی است. تفاوت به این است که در حالت اول کثرت نسبی تولد یک طفل که مساوی به 0,51 است. به این معنی که در تولد 100 طفل 51 تن آن بچه است و $P(E_1) = 0{,}51$ این معنا را دارد اگر در آینده طفل تولد می شود. 51 تن بچه است یعنی مطلب اول اجرا شده است و مطلب دوم پیشبینی شده است.

2: رخصتی تابستانی شاگردان از تاریخ اول اسد ده روز است اگر این حادثه را E نام بگذاریم، پس می دانیم در سال گذشته در ماه اسد کثرت نسبی با در نظر داشت اینکه ماه اسد 30 روز باشد مساوی به $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ موجود است. یعنی به ده روز رخصتی ده روز دیگر هم زیاد شده است به ماه اسد روز های رخصتی کثرت نسبی مساوی است به:

$$\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

اگر کثرت نسبی هر سال را با هم مقایسه کنیم کثرت نسبی و مطلق آن زیاد به دست می آید.



2-11: چانس برابر و نا برابر در یک فضای نمونه

صفحهٔ کتاب درسی: (245) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان در یک حادثهٔ تصادفی چانس برابر و نا برابر را بدانند. - از روی چانس برابر احتمال آنرا بگویند. - در حیات روزمره از این یادگیری استفاده کنند.
2- روش های تدریس:	سؤال و جواب گروپی
3- مواد ممد درسی:	مهره و مرتبان و یا مواد محیطی دیگر
4- توضیح ورودی : (5)دقیقه	معلم بعد از سلام و احوالپرسی و ارزیابی از درس گذشته شاگردان را به ورودی درس متوجه می سازد. در ورودی کتاب می بینید که در دو مرتبان یک تعداد گلوله ها که در یک مرتبان تنها رنگ سرخ و در مرتبان دیگر رنگ سرخ و سبز موجود است. اگر یک شاگرد از هر مرتبان گلوله بگیرد پس چانس برآمدن گلوله سبز زیاد است. در اینجا شما چانس بر آمدن گلوله سبز را در کدام مرتبان زیاد می بینید؟ آیا در هر دو مرتبان تعداد شان یک قسم است؟ گلوله ها در آن برابر است؟ در این جا در هردو مرتبان چانس برآمدن گلوله سبز را زیاد می بینید؟ برای درس چانس برابر و نا برابر انگیزهٔ خوب می باشد.

5- فعالیت جریان درس(28) دقیقه

برای اجرای فعالیت، شاگردان را به گروپ ها تقسیم کنید بعد از انجام کار گروپی نمایندهٔ هر گروپ کار خود را برای دیگران تشریح دهد در اخیر معلم توضیحات مکمل می دهد. می دانیم نتیجه انداخت یکدانه رمل به تعداد 1 الی 6 تماماً چانس برابر دارد، در فضای نمونه به دست می آید این حادثه اولیه که تعداد فضای نمونه تا به 6 رسیده هر کدام $\frac{1}{6}$ احتمال دارد. تا حال تجربه های تصادفی یا اتفاقی را در نظر گرفتیم که فضای نمونه حادثه اولیه آن چانس برابر دارد. بدین ترتیب اگر S یک فضای نمونه که تعداد عناصر آن مساوی به $n(s)$ (حالات ممکنه) باشد پس حادثه اتفاقی عناصر آن مساوی به $n(A)$ (حالات مساعد) باشد. هر حادثه A احتمال $P(A)$ از ارتباط زیر بدست میآید:

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(s)}$$

احتمال هر عنصر اولیه فضای نمونه s اگر $S=\{e_1,e_2,e_3......,e_n\}$ موجود باشد به i نشان داد.

$$i=1,2,3,........n \quad p(ei)=\frac{1}{n}$$

6- تحکیم درس:(7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال کتاب باید بر روی تخته توسط معلم کار شود. اگر وقت باشد مثال مشابه دیگر هم آورده شود.

به طور مثال: فضای نمونهٔ انداختن یک رمل عبارت است از $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ می باشد هر عنصر اولیه چانس برابر مساوی به $\frac{1}{6}$ را دارد.

7- ارزیابی ختم درس:(5) دقیقه

برای ارزیابی معلم از شاگردان سؤالات ساده چانس برابر و نا برابر را در صنف مطرح می کند. تا اینکه معلم اطمینان حاصل کند که شاگردان در یک حادثه، چانس برابر و نا برابر را تحلیل کرده می توانند که این موضوع بسیار مهم است.

8- معلومات اضافی برای معلم

ما دیدیم اگر یک فضای نمونه $S=\{a_1,a_2,....a_n\}$ وجود داشته باشد، هر عنصر آن $\frac{1}{n}$ چانس یا احتمال دارد.

پس: $p(a_1)=P(a_2)=....=p(a_n)=\frac{1}{n}$ و A فضای نمونه یک حادثه تصادفی که k عنصر دارد. پس احتمال حادثه $P(A)=\underbrace{\frac{1}{n}+\frac{1}{n}+....+\frac{1}{n}}_{\text{مرتبه}k}=\frac{k}{n}$ می شود.

اگر احتمال حادثه اولیه برابر نباشد. پس در این صورت عناصر فضای نمونه مشابه به چانس نابرابر یاد می شود.

حادثه تفادقی حادثه است که وقوع و یا عدم وقوع آن قابل پیشگویی قطه یی نبوده و به عواملی مربوط می گردد که خارج از کنترول و نظارت ما باشد.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- از بین یک مرتبان که در آن 3 گلوله به رنگ سرخ، 4 عدد آبی یک عدد زرد قرار دارند. یک گلوله را به صورت اتفاقی می برداریم. مطلوب است احتمال آنکه:

a- رنگ گلوله سرخ باشد :

$$P(a)=P\,(\text{گلوله رنگ سرخ})=\frac{\text{تعداد گلوله های سرخ}}{\text{مجموع تمام گلوله ها}}=\frac{3}{8}=0.375=4=37.5\%$$

b- رنگ گلوله زرد باشد:

$$P(b)=P\,(\text{گلوله رنگ زرد})=\frac{\text{تعداد گلوله های زرد}}{\text{مجموع تمام گلوله ها}}=\frac{1}{8}=0.125=12.5\%$$

c- رنگ گلوله آبی باشد:

$$P(c)=P\,(\text{گلوله رنگ آبی})=\frac{\text{تعداد گلوله های آبی}}{\text{مجموع تمام گلوله ها}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}=50\%$$

d- به این جز قسمی خواسته شد، جسم گلوله سرخ دو چند گلوله های دیگر است تاثیر احتمال و چانس چه است.

طبیعی است در این حالت شده می تواند در صورت امکان به چانس تاثیر دارد. قسمیکه هر نتیجه باید بایکدیگر برابر و مساوی امکانات مشابه را داشته باشد.

پس در این حالت بزرگی جسم امکان چانس را متاثر می کند.

2: حرف اول نام 25 شاگرد یک صنف به جدول زیر داده شده است.

حرف اول نام	کثرت مطلق
م	9
ع	8
ف	5
ک	3
تمام شاگردان	25

a- کثرت نسبی شاگردان به گروپ های مختلف

به اساس حرف اول نام از روی جدول عبارت است از:

کثرت نسبی حرف (م) ، $h(م) = \frac{9}{25} = 0.36 = 36\%$

کثرت نسبی حرف(ع) $= h(ع) = \frac{8}{25} = 0.32 = 32\%$

کثرت نسبی حرف(ف) $= h(ف) = \frac{5}{25} = 0.2 = 20\%$

کثرت نسبی حرف(ک) $= h(ک) = \frac{3}{2} = 0.12 = 12\%$

b- اگر یک شاگرد از صنف خود به قسم اتفاقی نماینده انتخاب شود.پس احتمال اینکه شاگرد نامبرده نام آن به م شروع شود عبارت است از :

$P(\text{نام شاگرد به حرف م شروع شود}) = \frac{\text{نام آن به حرف م شروع شود}}{\text{مجموع تمام شاگردان}} = \frac{9}{25} = 0,36 = 36\%$

یعنی احتمال اینکه یک شاگرد صنف به شکل اتفاقی انتخاب شود 36% چانس یا احتمال دارد که نام آن به حرف (م) شروع شود.

احتمال اینکه اگر نام شاگرد به حرف ک شروع شود . مانند فوق به دست می آید.

$P(\text{نام شاگرد به حرف ک شروع شود}) = \frac{\text{تعداد مساعد (ک) برای}}{\text{مجموع تمام شاگردان}} = \frac{3}{25} = 0,12 = 12\%$

یعنی 12% امکان دارد به صورت اتفاقی یک تن شاگرد انتخاب گردد.

32٪ فیصد احتمال دارد که نام آن به حرف (ک) شروع شود.



3-11: حادثه اتفاقی یک فضای نمونه

صفحهٔ کتاب درسی (247) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید مفهوم حوادث اتفاقی فضای نمونه را بدانند. - شاگردان باید حادثه تصادفی و مطلق را که (حتماً پیش می شود) فرق کرده بتوانند. - شاگردان از حوادث اتفاقی در حیات روزمره استفاده کنند.
2- روش های تدریس	گروپی و تمثیلی
3- مواد ممد درسی	مواد تدریس نورمال
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم باید بعداز احوالپرسی به ارتباط رسم که در ورودی کتاب است سؤال کند آسمان ابر است. چه حادثه اتفاق خواهد افتاد آنها در جواب می گویند. شاید ببارد یا نبارد. یعنی پیش از پیش حکم کرده نمی توانیم که حتمی می بارد و یا شاید آسمان ابر باشد این قسم تجربه که برای آن از قبل نمی دانیم که نتیجه چه می شود یک حادثهٔ اتفاقی یا تجربهٔ تصادفی شمرده می شود که هر نتیجه با ترکیب های حادثهٔ تصادفی است به گفتار این موضوع معلم به همین انگیزه درس را شروع می کند.

5- فعالیت جریان درس(28) دقیقه:

برای ارائهٔ درس، سه شاگرد رول سه نفر مشکوک و متهمین را بازی کنند. سه نفر انتخاب شده را به Z,X,Y نشان می دهیم و به کمک تمثیل آن ها قسمی که در فعالیت خواسته شده بندهای فعالیت را قدم به قدم اجرا کنند. به همین ترتیب برای ست های فرعی ممکن به شکل تمثیل شاگردان حادثه اتفاقی یا تصادفی به شکل تمثیل برای شاگردان دیگر نشان دهند در نتیجه فعالیت باید شاگردان این را بدانند که در هر فضای نمونه یاد شده $\{x, y, z\}$, $2^3 = 8$ حالت ها امکان دارد که واقع شود بدین ترتیب این تجربه اتفاقی قسمی که تصادفی یا اتفاقی می گویند نتیجهٔ قبلی آن را پیش از پیش نمی دانیم. و آن ست های فرعی اتفاقی یا حادثهٔ تصادفی شمرده می شود.

از طرف دیگر در نتیجه باید این مطلب برای شاگردان آشکار شود که هر فضای نمونه که تعداد اعضای آن n عنصر دارد پس فضای نمونه نامبرده به 2^n حادثه اتفاقی دارد.

آن تجربه که اتفاقی یا تصادفی نباشد به نام تجربه قطعی که نتیجه آن پیش از پیش معلوم باشد یاد می شود.

6- تحکیم درس: (7) دقیقه

برای تحکیم درس مثال که به ارتباط فعالیت به زبان ریاضی به ست های مختلف نشان داده شده است. شاگردان اول به شکل انفرادی و بعداً از یک شاگرد خواسته شود که بروی تخته حل کند.

7- ارزیابی ختم درس:(5) دقیقه

معلم باید سه نکتهٔ زیر را در ارزیابی درس که بسیار مهم است در نظر بگیرد:

1- حادثهٔ اتفاقی یا تصادفی 2- تعداد حادثهٔ اتفاقی یا تصادفی 3- فهرست حوادث تصادفی فضای نمونه

مثال: در یک تجربهٔ اتفاقی که پیش از پیش نمی دانیم کـه نتیجهٔ آن a یـا b اسـت کـه حادثـه تـصادفی $S = \{a,b\}$ موجود باشد.

تعداد حوادث اتفاقی یا تصادفی 2^2 دانه است. و بالآخره فهرست حوادث تصادفی 4 عدد است. که عبـارت اسـت از

$\{a\}$, $\{b\}$, $\{a,b\}$,ϕ

8- معلومات اضافی برای معلم:

معلم باید این را بداند امکان احتمال یک حادثه تنها برای یک حادثهٔ اتفـاقی و تـصادفی قابـل تطبیـق اسـت، بـه یـک حادثه قطعی که نتیجهٔ آن قبلاً معلوم است. امکان احتمال معنا ندارد، بدین ترتیب هر تجربه تصادفی یک تعـداد نتیجـه دارد. که به نام حادثهٔ اولیه یاد می شود در یک حادثهٔ تصادفی نتیجهٔ تمام ست های ممکنه به نام فضای نمونـه یـاد مـی شود و باز هر حادثه تصادفی ست فرعی فضایی نمونه است که تعداد آن 2 به توان اعـضای فـضای نمونـه آن حـساب می شود. مثلاً اگر برای انداخت یک سکه تجربهٔ تصادفی را در نظر بگیریم، پس گفته می توانیم شـیر یـا خـط اسـت. این دو حالت به نام حادثهٔ اولیه یاد می شود و ست تمام حادثه اولیه یعنی {خط،شیر} فضای نمونـه حادثـه تـصادفی را می سازد.

ست فرعی هر فضای نمونه یک حادثه تصادفی است. قسمیکه فضای نمونه تنها 2 عنصر دارد پس تعداد حوادث تصادفی $4 = 2^2$ می شود که عبارت است از: {خط}، {شیر}، {خط،شیر}، ϕ.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- برای انداختن یک سکه می دانیم که فضای نمونه {خط،شیر}=S

و حادثه اتفاقی عبارت است از: E_1={شیر} E_2={خط}

$E_3 = \phi$ E_4={خط،شیر}

2- چهار حزب D،C،B،A ممکن اتحاد آن ها در انتخابات به شکل زیر باشند.

تمام حالات ممکن چهار حزب مثل یک فضای نمونهٔ $\{A,B,C,D\}$ عبارت است از $16 = 2^4$ حالت می شود.

قسمیکه ست بالایی 4 عنصر دارد. که فهرست انتخابات مستقل و مشترک 16 حالت زیر را دارا است.

$$\{A\},\{B\},\{C\},\{D\},\{A,B\},\{A,C\},\{A,D\}\{B,D\}\{C,D\}\{B,C\}$$
$$\{A,B,C\},\{A,C,D\},\{B,C,D\},\{A,B,D\},\{A,B,C,D\}$$ و ϕ

از روی اتحاد می دانیم که مطلب یا هدف سؤال کـم از کـم یکـی بـودن دو حـزب و یـا ممکـن اتحـاد آن هـا اسـت. اشتراک جداگانه یا ست خالی یا نکردن هیچ اشتراک یک قسم حادثه است.

3- در فضای نمونهٔ $S = \{A,B,C,D\}$ حادثهٔ ناممکن یا ϕ عبارت از آن حادثـه اسـت کـه بـرای آن مثـال زیـر را در نظر می گیریم این معنا را دارد که هیچ حزب در به انتخابات اشتراک نمی کنند.

از طرف دیگر حادثه ممکن برای فضای نمونه فوق آن حادثه است.

در مثـال فـوق تمـام احـزاب بـه شـکل مـشترک بـه انتخابـات یکجـای اشـتراک کـرده انـد. عبـارت اسـت از $S = \{A, B, C, D\}$ که یک فضای نمونه را ترتیب داده است.



4-11: قواعد احتمال

صفحۀ کتاب درسی (249) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی - دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان قواعد احتمال را بدانند. - از قواعد احتمال شاگردان در حل مسایل کار بگیرند. - شاگردان باید در حیات روز مره از تطبیق قواعد احتمال کار بگیرند.
2- روش های تدریس:	سؤال و جواب، انفرادی
3- مواد ممد درسی:	یک سکه
4- توضیح ورودی: (5)دقیقه	معلم بعداز احوالپرسی توجه شاگردان را به عنوان درس و عکس که در ورودی است جلب و از آنها سؤال کند. آیا هر چیز که دل یک بازی کن می خواهد در میدان کرکت همرای توپ می کند؟ - به هر راه ممکنه که باشد تنها و تنها باید گول بزنند. آیا در بازی کرکت باید با درنظرداشت قاعده و قانون بازی کنند؟ شاگردان حتماً جواب می دهند بلی قاعده و قانون در بازی کرکت شرط است. معلم با شنیدن این جواب به شاگردان می گوید به همین ترتیب به احتمال هم قاعده و قانون است که در فعالیت زیر بررسی و به این فعالیت شروع می کنیم.

5- فعالیت جریان درس(28) دقیقه

معلمین محترم مطلب قابل یاد آوری است که درس و فعالیت آن مهم و اساسی شمرده می شود. قسمیکه در انجام این فعالیت شاگردان باید قواعد اساسی احتمالات را بدست بیآورند و آن را بفهمند ما از روی تعریف احتمال می دانیم تعریف احتمال عبارت است از آن نسبت است که در یک حادثه تصادفی از تعداد حالات مساعد بر تمام حالت ممکنه (یک تعداد حالات وجود دارند که یکی از آنها حتمی واقع می شوند که به نام حالت ممکنه یاد می شوند) حادثه تصادفی یک عدد بدست می آید. پس بدین ترتیب گفته می توانیم احتمال همیشه یک عدد مثبت است.

بجواب بند دوم فعالیت که چرا احتمال یک عدد مثبت بوده و از یک کوچکتر است بدست می آید. به توضیح باید بگوییم آن نسبت که احتمال از روی آن تعریف می شود، می دانیم صورت کسر هیچ وقت از مخرج بزرگ نیست پس بدین سبب قیمت آن همیشه کوچکتر و مساوی به یک است یعنی احتمال منفی شده نمی تواند. از تقسیم دو عدد مثبت می دانیم که نتیجه همیشه یک عدد مثبت است مجموع احتمال دو حادثه اولیه در یک حادثه تصادفی از

مجموع آن بدست می آید.
به خاطری که هر دو حادثه جداگانه است توضیح آن بعداً خوانده می شود. به همین ترتیب احتمال حادثه غیر ممکن است یعنی: $p(\phi) = 0$ و احتمال در یک حادثهٔ مطمئن و فضای نمونه s مساوی به یک است یعنی $P(s) = 1$
اگر در وسط درس قبلی توجه کنیم برای فضای نمونه s و یک حادثه تصادفی E سه قاعده اساسی احتمال بدست می آید.

1) در فضای نمونهٔ s احتمال هر حادثه تصادفی بین صفر و یک است. یعنی $0 \le P(E) \le 1$
2) احتمال هر حادثه مطمئن مساوی به یک است یعنی $P(s) = 1$
3) احتمال هر حادثه نا ممکن مساوی به صفر است یعنی: $p(\phi) = 0$

6- تحکیم درس:(7) دقیقه

بخاطرتحکیم درس به شکل انفرادی هر شاگرد را به روی تخته برای حل مثال بخواهید و به این مطلب شاگردان را متوجه بسازید که قیمت های نامبرده را می توان به کمک قاعده بالا بدست آورد.
یعنی پیش از قاعده، بدانید که قیمت احتمال برای هر حادثه بین 0 و 1 است و به همین ترتیب احتمال یک حادثهٔ مطمئن مساوی به 1 است و در یک حادثه ناممکن احتمال مساوی به صفر است.

7- ارزیابی ختم درس:(5) دقیقه

معلم باید با در نظر داشت قاعده احتمال بخاطر بلند بردن دانش، مهارت و ذهنیت شاگردان توسط مثال ها به شکل انفرادی ارزیابی کند برای این مسأله انداختن یک سکه تجربه تصادفی و یا انداختن یک رمل تجربه تصادفی مثال خوب برای توضیح قوانین احتمال شده می تواند.

8- معلومات اضافی برای معلم

ازآن قاعده های احتمال برای یک فضای نمونه s، و اجرای حوادث اتفاقی A، B می توان نوشت:

$$1): P(A) \ge 0$$
$$2): P(S) = 1$$
$$3): A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

از قاعده فوق برای محاسبه احتمال قاعده های زیر به دست می آید:

$$1): A \cap \overline{A} = \emptyset,\ \underbrace{P(A \cup \overline{A})}_{1} = \underbrace{P(S)}_{1} = P(A) + P(\overline{A}) = 1 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A})$$
$$2): P(\emptyset) = 0\ ,P(\underbrace{S \cup \emptyset}_{1}) = P(\underbrace{S}_{1}) + P(\emptyset) \Rightarrow P(\emptyset) = 0$$
$$3): 0 \le P(A) \le 1$$

برای دو حادثه تصادفی اختیاری A و B که $A \cap B = \emptyset$ باشد پس در این صورت A و B را به نام حوادث جداگانه یاد می شوند.

9- جواب به سؤال های تمرین

1- اگر S یک فضای نمونه و E یک حادثه تصادفی باشد پس در این صورت می دانیم احتمال حادثه E عبارت است از:

$$P(E) = \frac{\text{تعداد عناصر ست } E}{\text{تعداد عنصر ست } S}$$

که بدین ترتیب سؤال اول جز b درست است.

2- اگر A در یک فضای نمونه حادثه تصادفی اختیاری باشد پس از روی قاعده احتمال قیمت احتمال حتماً بین 0 و 1 است یعنی $0 \le P(A) \le 1$

بدین تریبب به سؤال 2 جزء b صحیح است.

3- اگر S یک فضای نمونهٔ باشد، می دانیم S یک حادثه تصادفی مطمئن و بدین ترتیب از روی قاعده احتمال قیمت آن مساوی به یک است یعنی $P(S)=1$ صحیح است.

بدین ترتیب در سؤال 3 جز b درست است.

4- بدین ترتیب در یک تجربه تصادفی می دانید که در یک حادثه غیر ممکن احتمال مساوی به صفر است. بدین ترتیب نوشته می شود. $P(\emptyset) = 0$ پس گفته می توانیم به سؤال چهارم جزء a درست است.



11-5: دیاگرام شجریی یا درختی

صفحهٔ کتاب درسی (251) **وقت تدریس (2 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی	- شاگردان مفهوم دیاگرام درختی را بدانند
- مهارتی	- دیاگرام درختی (شجره ی) خود را رسم کرده بتوانند.
- ذهنیتی	- از دیاگرام درختی (شجره ی) در یک تجربه تصادفی برای فضای نمونه استفاده کنند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	یک شاخچه درخت
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم محترم پس از احوالپرسی ورودی درس را که شکل درخت در آن نشان داده شده، به یک طرف آن نقطه A است. از روی کتاب شکل را در قسمت وسط تخته رسم و از شاگردان سؤال کنید که چه قسم به نقطهٔ A رسیده اید؟ برای رسیدن به این نقطه می بینیم یکی از راه هایی که یعنی شاخچه ها وجود دارد به آن رسیده می توانیم. به همین ترتیب هر کس مشابه به آن گراف شجره یی خود را رسم کند. بدین ترتیب شده می تواند که این موضوع را به قسم انگیزه برای اجرای فعالیت استفاده کنید.

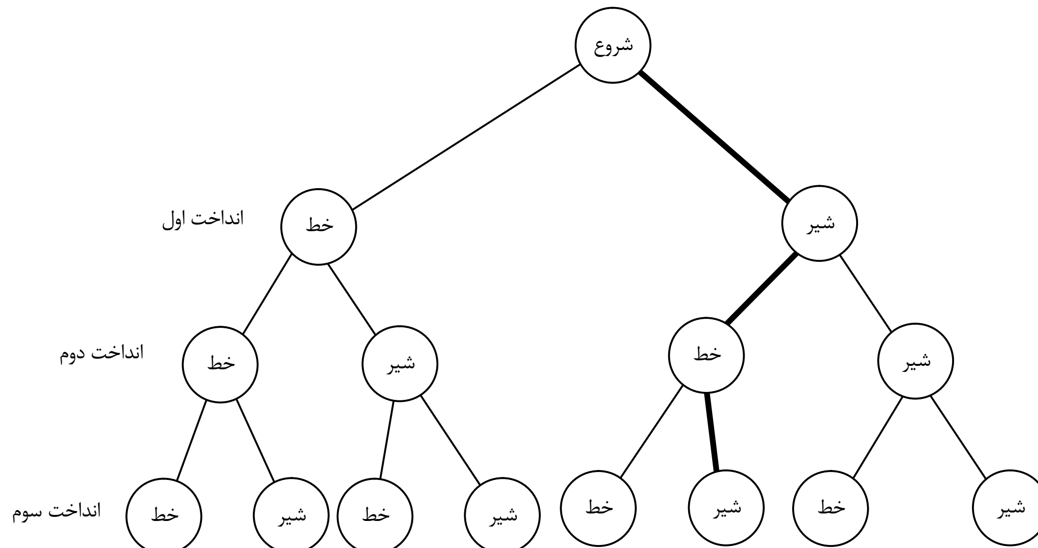
5- فعایت جریان درس(28) دقیقه:

معلم با استفاده از ورودی برای اجرای فعالیت گراف یک شجره کوتاه مثل گراف زیر را روی تخته رسم و از هر شاگرد به شکل انفرادی بخواهد تا در جای خالی نام خویشاوندان خود را بنویسد و خواهش کند چیزیکه بر روی تخته نوشته شده به دیگران تشریح کند اگر تعداد اولاد های که یک شاگرد زیاد و یا کم باشد معلم با در نظرداشت تعداد شجره که در فعالیت خواسته شده رسم کنند.

- پدر کلان
  - دختر
    - دختر
    - پسر
  - پسر
    - دختر
    - پسر
  - پسر
    - دختر
    - پسر

به همین ترتیب به شکل انفرادی هر شاگرد رسم را تکمیل کند به قسم مشابه برای پرتاب یک سکه می دانیم اگر آن سکه سه مرتبه انداخته شود پس دیاگرام آن به شکل زیر است:

از روی تعریف احتمال دیده می شود هر بار جداگانه حاصل جمع احتمال مساوی به 1 است.
به همین ترتیب اگر به دیاگرام به یک طرف از شروع تا اخیر برویم پس دیده می شود که در هر یک حادثه تصادفی مانند(شیر خط شیر) که در دیاگرام به خط درشت نشان داده شده بدست می آید. تمام دیاگرام و فضای نمونه هر بخش انداخت مهم از شروع الی اخیر تجربه تصادفی یا اتفاقی حادثه بدست می آید که احتمال هر بخش از حاصل ضرب آن عبارت است از:



6- تحکیم درس: (7) دقیقه

مشوره داده می شود که مثال را خود معلم به روی تخته به شکل تشریحی حل کند. اعداد و ارقامی که به صورت جداگانه که در دیاگرام کار می شود برای آسانی شاگردان به قسم واضح تشریح کنید به طور مثال با در نظر داشت دیاگرام مثال کتاب ببینید که هر بند و هر خانه اعداد نوشته شده است مثلاً درشروع 2/3/1 ارقام که 2 سرخ، 3 سبز و 1 سیاه است. به همین ترتیب حاصل جمع اعداد $\frac{1}{6},\frac{3}{6},\frac{2}{6}$ قیمت احتمال مساوی به 1 است $\frac{1}{6}+\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{6}{6}=1$
به همین ترتیب در قدم دوم اعداد مشابه را می بینید که مانند فوق قابل توضیح است که از شروع الی ختم یک قسم تعقیب کنید یک حادثهٔ اتفاقی به دست می آید که قیمت احتمال به صورت جداگانه از حاصل ضرب به دست آمده مثلاً در بار اول برای برآمدن گلوله سرخ حادثه اتفاقی rr که احتمال در بار اول $\frac{2}{6}$ و در بار دوم هم $\frac{2}{6}$ است. که از حاصل ضرب آن احتمال حادثه اتفاقی به دست می آید یعنی $P(rr)=\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{4}{36}$ که به قسم مشابه احتمال حادثه اتفاقی دیگر هم به دست می آید که در کتاب به قسم تشریح داده شده است.
تمام دیاگرام یک فضای نمونه از هر قسمت از اول تا اخیر یک حادثه اتفاقی اولیه را روشن می سازد.
قابل یادآوری است می توان دیاگرام را به شکل عمودی و یا به شکل دیگر هم رسم کرد.

7- ارزیابی ختم درس:(5) دقیقه

معلم مشابه به مثال کتاب تعداد ارقام را تبدیل کند و به شکل انفرادی از شاگردان حادثه تصادفی و قیمت احتمال آن را سؤال کند و به همین ترتیب از هر سه کتگوری شاگردان(خوب، بسیار خوب وضعیف) سؤال شود تا درس خوب ذهن نیشن شاگردان شود.

8- معلومات اضافی برای معلم

برای معلومات اضافی مثال زیر را در نظربگیرید:

مثال: در یک خریطه 2 گلوله سفید(w) یک سرخ (r) پنج سیاه (b) قرار دارد دو مرتبه گلوله را می کشید بدون آنکه گلوله را دوباره به خریطه بیندازید احتمال حادثه زیر را دریافت کنید.

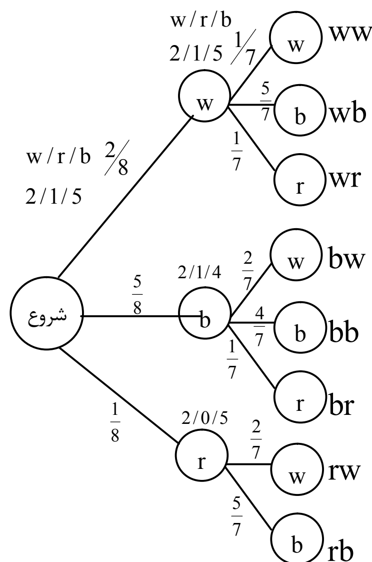
A- اول سیاه و باز گلوله سرخ می برآید!

B- دو مرتبه یک رنگ گلوله می برآید!

حل: A: با در نظر داشت دیاگرام دیده می شود بار اول و باز تنها یک حالت است که در دیاگرام خط زیر به شاخه سوم مطابقت دارد پس بدین ترتیب $P\{\{br\}\}=\frac{5}{8}\cdot\frac{1}{7}=\frac{5}{56}$

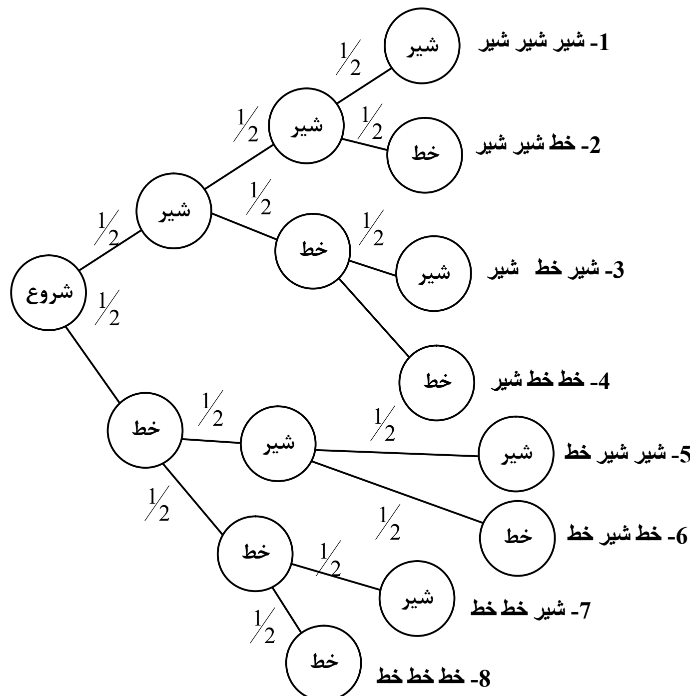
B - در این حالت یک رنگه گلوله به دو شاخه است که بار اول $\{ww\}$ و باز به شاخه می بینیم $\{bb\}$ یک رنگه است، یعنی حادثه $\{ww,bb\}$ که احتمال آن عبارت است از:

$$P(\{ww.bb\}) = P(\{ww\}) + P(\{bb\}) = \frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{7}=\frac{11}{28}$$



9- جواب به سؤال های تمرین

1): اگر یک سکه را سه مرتبه بیاندازیم پس شجره یا دیاگرام نیز به شکل زیر است:



a- احتمال حادثه تصادفی که در انداختن یک سکه سه مرتبه در نتیجه یک بار خط باشد از دیاگرام دیده می شود این طور حوادث در شاخه دوم، سوم و پنجم واقع می شود.

که از جمع سه بار از هر شاخه بدست می آید. یعنی:

$$P(\{2,3,5\}) = P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{5\})$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

b- دو مرتبه خط احتمال حادثه اتفاقی ازروی دیاگرامی به 8,7,6,4 حالت این حادثه از روی حادثه قبلی دیده می شود. بدین ترتیب داریم:

$$P(\{4,6,7,8\}) = P(\{4\}) + P(\{6\}) + P(\{7\}) + P(\{8\})$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

c- کم از کم یک بار احتمال خط به ,8,7,6,5,4,3,2 حالت ها که از روی دیاگرام دیده می شود که واقع شده است:

$$P(\{2,3,4,5,6,7,8\}) = \frac{7}{8}$$

d- یک بار برآمدن احتمال شیر را از روی دیاگرام ببینید که این حادثه در شاخ 7,6,4 واقع شده؛ یعنی:

$$P(\{4,6,7\}) = \frac{3}{8}$$

e- به طور اعظمی یک بار حادثهٔ شیر در دیاگرام به شاخ 8,7,6 واقع شده است؛ یعنی:

$$p(\{4,6,7,8\}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



6-11: قاعده اول مسیر حاصل ضرب

صفحهٔ کتاب درسی (253) **وقت تدریس (1 ساعت درسی)**

1- اهداف آموزشی	
- دانشی - مهارتی - ذهنیتی	- شاگردان باید قاعدهٔ مسیر (حاصل ضرب) را بدانند. - با در نظر داشت قاعده مسیر حادثه تصادفی را دریافت کرده بتوانند. - از حل سؤالات با استفاده از قاعده اول مسیر احساس خوشی نمایند.
2- روش های تدریس	انفرادی، سؤال و جواب
3- مواد ممد درسی	مواد مورد ضرروت
4- توضیح ورودی (5)دقیقه	معلم بعداز احوالپرسی درس خود را شروع می کند و به ارتباط شروع درس توجه شاگردان را به تصویر ورودی، سؤال می کند که به کدام راه از قلعه گودی گگ که در آن بندی است از دیوار های قلعه بیرون رود. بدین ترتیب برای شاگردان این طور انگیزه داده می شود به کدام راه که تنها یک راه جدا است و ما به هدف می رسیم این قسم راه که ما را به دیاگرام شجره که هر بخش حادثهٔ تصادفی جداگانه را رهنمایی می کند.

5- فعالیت جریان درس(28) دقیقه:

معلم محترم پس از آن چارت دیاگرام وین را به تخته نصب و اگر ممکن نباشد خودش یک دیاگرام را بر روی تخته رسم کند. با توضیحات مختصر برای شاگردان نشان دهد که هر شاخ از شروع تا ختم یک حادثه تصادفی را نشان می دهد. باز شاگردان را به شروع فعالیت می خواهد و به شکل انفرادی این ترتیب جواب سؤال ها که در فعالیت خواسته شده سؤال شود یک تعداد شاگردان را برای توضیح سؤال ها به روی تخته خواسته شود بدین قسم می بینیم که هر مسیر برای خود یک نتیجه دارد که بدین ترتیب این قسم تحلیل برای حادثهٔ احتمالی و برای دریافت احتمال به کار می آید. این قسم مسیر ها که تنها به کمک دیاگرام وین به کار می آید به نام قاعدهٔ حاصل ضرب مسیر یاد می شود.

در اخیر درس باید معلم به این تاکید کند که در هر دیاگرام و ین اگر ما به یک مسیر برویم به یک حادثه تصادفی می رسیم احتمال حادثه نامبرده به شاخه های احتمالات حاصل ضرب بدست می آید و از طرف دیگر می دانیم مسیر هر بند شاخه ها بر تمام شاخه ها حاصل جمع احتمال آن مساوی به 1 است. به همین ترتیب اگر در یک تجربه تنها یک مسیر و یک حادثه مطلب و یا مقصد باشد پس در رسم برای اختصار، تنها همان مسیر رسم می شود.

6- تحکیم درس: (7)دقیقه

برای تحکیم درس باید مثال داده شده از طرف معلم برروی تخته به قسم انفرادی به شکل سؤال و جواب به شاگردان داده شود. به همین ترتیب در مثال می بینید که تمام دیاگرام رسم نشده تنها یک مطلب مسیر رسم شده است در مثال از یک خریطه سه گلوله به رنگ های سرخ، سبز و سیاه قراردارد. 4 مرتبه یک گلوله بر آمده و دو باره به خریطه انداخته شده و ما این طور حادثه را می خواهیم که بار اول گلوله سبز(g) باز سرخ (r) و در آخر گلوله سیاه (b) بکشید این مسیر تنها در کتاب رسم شده است که احتمال آن عبارت از حاصل ضرب تمام احتمال هایی است که نامبرده در آن مسیر قرار دارد.

7- ارزیابی ختم درس: (5)دقیقه

نکات مهم درس (قاعده ضرب) را از شاگردان پرسان کنید.

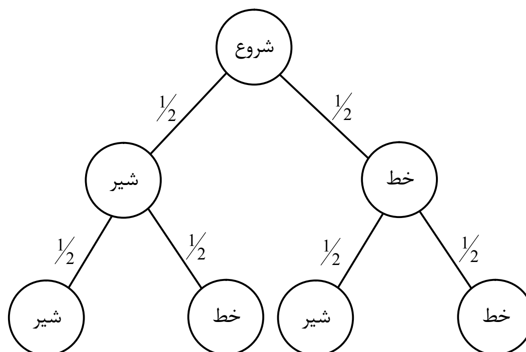
8- معلومات اضافی برای معلم

دیاگرام وین تنها به یک مسیر که احتمال حادثه مطلوب باشد، این قسم قاعده را قاعده اول حاصل ضرب مسیر می گویند. اگر به دیاگرام کم از کم دو شاخه یا مسیر هدف مطلوب احتمال یک حادثه باشد پس این قاعده به نام مسیر یا قاعدهٔ دوم حاصل ضرب یاد می شود. برای دریافت حادثه احتمال تمام آن شاخه ها و مسیر های احتمال ها از حاصل ضرب طریقهٔ اول دریافت و باز با هم جمع می کنیم مثل اینکه ما در درس قبلی انجام دادیم.

مثال: یک سکه را دوبار می اندازیم احتمال آن را دریافت کنید که:

a- بار اول خط و بار دوم شیر باشد b- هر دو مرتبه سکه یکسان باشد.

حل: اول از روی تجربه تصادفی و فضای نمونه وی دیاگرام وین که به شکل زیر رسم شده است استفاده می نماییم:



2- در شاخه دوم احتمال عبارت است از: $P(\{\text{خط، شیر}\}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b- حادثه دو مرتبه یک رنگ است.

پس بار اول با هم چهار مرتبه امکان انداختن دارد پس احتمال عبارت است از:

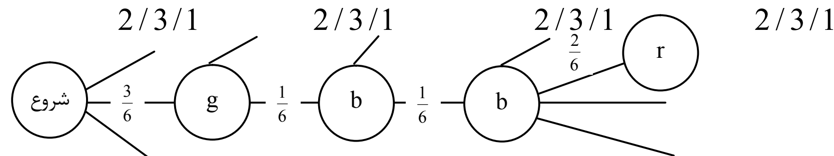
$P(\{\text{شیر،شیر}\}، \{\text{خط، خط}\}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

9- جواب به سؤال های تمرین

1- باز هم احتمال یک گلوله را در نظر می گیریم $w_1 = \{gbbr\}$ و $w_2 = \{rggb\}$ و $w_3 = \{brrg\}$

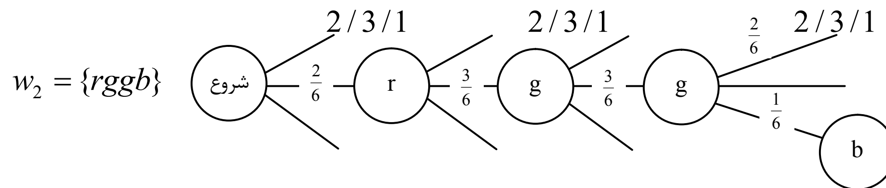
حل: با استفاده از طریقه بالا داریم که:

$w_1 = \{gbbr\}$



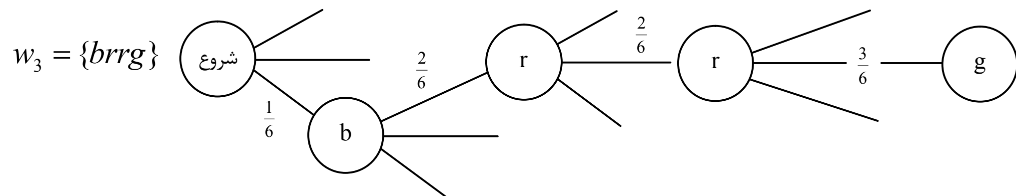
$$\Rightarrow P(\{gbbr\}) = \frac{3}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6} = \frac{6}{1296}$$

$w_2 = \{rggb\}$



$$\Rightarrow P(\{rggb\}) = \frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{18}{1296}$$

$w_3 = \{brrg\}$



$$P(\{brrg\}) = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{12}{1296}$$

7-11: جواب تمرین فصل یازدهم

صفحه کتاب درسی: (255)　　　　وقت تدریس(2 ساعت)

جواب 1: اگر یک سکه 200 بار انداخته شود و از جمله به تعداد 92 بار شیر آید در این صورت کثرت نسبی حوادث مطلوب است.

$$h(\text{برآمدن شیر}) \quad \frac{\text{کثرت مطلق شیر}}{\text{تمام سکه های انداخت شده}} = \frac{92}{200} = 0.46 = 46\%$$

یعنی کثرت نسبی بر آمدن شیر 46% فیصد است. و کثرت نسبی خط عبارت است از:

$$h(\text{برآمدن خط}) = \frac{\text{کثرت مطلق خط}}{\text{تمام سکه های انداخته شده}} = \frac{108}{200} = 0.54 = 54\%$$

بدین ترتیب دیده می شود که کثرت نسبی بر آمدن خط مساوی به 64% فیصد است.

جواب 2: هرگاه کثرت مطلق روزهای بارانی در سال 62 روز باشد. پس کثرت زیر را دریافت کنید.

- کثرت نسبی روزهای بارانی در سال:

$$h(\text{روزهای بارانی در سال}) = \frac{\text{کثرت مطلق روز های بارانی در سال}}{\text{تمام روز های سال}} = \frac{62}{365} = 0.17 = 17\%$$

کثرت نسبی یک روز بارانی در مثال 17٪ است.

احتمال اینکه یک روز بارانی باشد.

$$P(\text{روز بارانی}) = \frac{\text{تعداد مساعد روز های بارانی}}{\text{تمام روی های سال}} = \frac{62}{365} = 0.17 = 17\%$$

یعنی 17 فیصد احتمال آن وجود دارد که یک روز روز بارانی باشد.

- در یک روز بارانی فرق بین احتمال و کثرت نسبی در این است که کثرت نسبی روز های بارانی سال گذشته را که 62 روز است بدست آورد در این حالت احتمال روز بارانی سال آینده را پیشنهاد می کند.

جواب 3: در انداختن یک دانه رمل فضای نمونه را تشکیل داده حوادث اتفاقی که دارای چانس برابر می باشند فهرست کنید. فضا نمونه ی رمل عبارت است از: $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

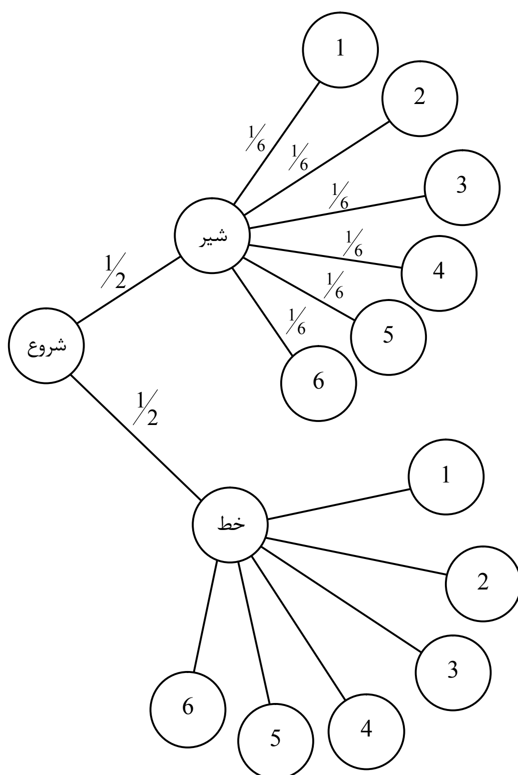
آن حادثه اولیه که چانس برابر دارد عبارت است از:

$$\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\}$$

$$\Rightarrow P(\{1\}) = P(\{2\}) = P(\{3\}) = P(\{4\}) = p(\{5\}) = P(\{6\}) = \frac{1}{6}$$

جواب 4: یک دانه رمل و یک سکه را پرتاب نموده دیاگرام وین و فضای نمونه را تشکیل کنید در این حال احتمال یک حادثه تصادفی را دریافت کنید. هرگاه، سکه شیر و دانه رمل 6 بیاید.

آن حوادث اتفاقی که سکه شیر و دانه رمل 6 باشد به دیاگرام می ببینید که در شاخه اول ما شش بخش را به این حادثه داده که در گراف به خط درشت نشان داده شده است.



و احتمال آن عبارت است از حاصل ضرب احتمالات راه یا مسیر بخش شده است.

یعنی: $P(\{6 \text{ دانه رمل، سکه شیر}\}) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}=0.08=8.3\%$

جواب سؤال پنجم:

از بین دو پیراهن که یکی آن به رنگ سیاه و دیگر آن به رنگ سفید است در یک الماری قرار دارد سه مرتبه یک پیراهن را گرفته و دوباره می گذاریم باز پیراهن دوم و سوم را می گیریم احتمال حوادث زیر را در یافت کنید.

E_1: دو مین پیراهن سیاه باشد.

E_2: فقط دومین پیراهن سیاه باشد.

E_3: کم از کم(حداقل)یک پیراهن سیاه باشد.

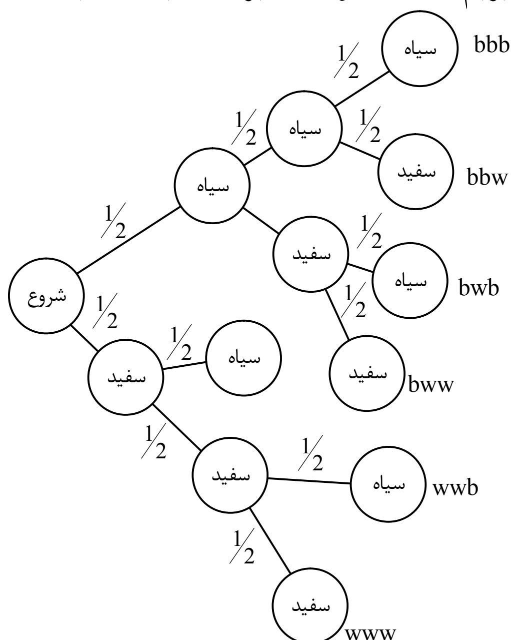
E_4: حد اکثر یک پیراهن سیاه باشد.

E_5: اولین و آخرین پیراهن سیاه باشد.

E_6: اولین پیراهن سیاه و یا آخرین پیراهن سیاه باشد.

احتمال حادثه تصادفی بالا با در نظر داشت

دیاگرام وین عبارت است از:



$E_1 = \{bbb \text{ و } bbw \text{ و } wbw \text{ و } wbb\} = \frac{4}{8} = 0.5 = 50\%$

$E_2 = \{wbw\} = \frac{1}{8} = 12.5\%$

$E_3 = \{bww \text{ و } wbw \text{ و } wwb\} = \frac{3}{8} = 37.5\%$

$E_4 = \{bbb \text{ و } bbw \text{ و } bwb \text{ و } bww \text{ و } wbb \text{ و } wbw \text{ و } wwb\} = \frac{7}{8} = 0.875 = 87.5\%$

$E_5 = \{bbb \text{ و } bwb\} = \frac{2}{8} = 0.25 = 25\%$

$E_6 = \{bbw \text{ و } bww \text{ و } wbb \text{ و } wwb\} = \frac{4}{8} = 0.5 = 50\%$

جواب 6: می دانیم حالت مساعد و ممکن برای دو کتاب ریاضی در انتخاب اول کتاب ریاضی 5 امکانات مساعد و برای انتخاب کتاب دوم ریاضی 4 حالت مساعد وجود دارد که جمله $5 \cdot 4 = 20$ حالت می شود به همین ترتیب برای انتخاب کتاب اول 11 حالت ممکنه و برای انتخاب کتاب دوم 10 حالت ممکنه باقی می ماند که بدین ترتیب تماماً $11 \cdot 10 = 110$ حالت می شود.

پس احتمال آن عبارت است از:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{20}{110} = \frac{2}{11} = 0.18 = 18\%$$